## Buku Panduan Guru

# Matematika

## Sekolah Menengah Pertama

Tim Gakko Tosho



SMP KELAS VIII

**Buku Panduan Guru Matematika**
**untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII**
**Judul Asli: “Mathematics for Junior High School - Teacher's Guide Book 2nd”**

**Penulis**
Tim Gakko Tosho

**Chief Editor**
Masami Isoda

**Penerjemah**
Evi Lusiana
Agnes Lisa Purnamasari

**Penyadur**
Mochammad Hafiizh
Fitriana Yuli Saptaningtyas

**Penelaah**
Budi Poniam
Yudi Satria
Iva Sarifah

**Penyunting**
Uly Amalia

**Penyelia/Penyelaras**
Supriyatno
Singgih Prajoga
Erlina Indarti
Eko Budiono
Wuri Prihantini
Berthin Sappang

**Penata Letak (Desainer)**
Erwin

**Ilustrator**
Kuncoro Dewojati
Moch. Isnaeni
Sendy Thoriq Alamsyah

**Fotografer**
Denny Saputra
Dewi Pratiwi

**Penerbit**
Pusat Perbukuan
Badan Standar, Kurikulum, dan Asesmen Pendidikan
Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi
Komplek Kemdikbudristek Jalan RS. Fatmawati, Cipete, Jakarta Selatan
https://buku.kemdikbud.go.id

Cetakan pertama, 2021
ISBN 978-602-244-516-6 (no.jil.lengkap)
ISBN 978-602-244-797-9 (jil.2)

Isi buku ini menggunakan huruf Linux Libertine 11/14 pt., Vernon Adams, Cyreal.
xviii, 262 hlm.: 21 × 29,7 cm.

# Kata Pengantar

Pusat Perbukuan; Badan Standar, Kurikulum, dan Asesmen Pendidikan; Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi mempunyai tugas dan fungsi, yaitu mengembangkan kurikulum yang mengusung semangat merdeka belajar mulai dari satuan Pendidikan Anak Usia Dini, Pendidikan Dasar, dan Pendidikan Menengah. Kurikulum ini memberikan keleluasaan bagi satuan pendidikan dalam mengembangkan potensi yang dimiliki oleh peserta didik. Untuk mendukung pelaksanaan kurikulum tersebut, sesuai Undang-Undang Nomor 3 Tahun 2017 tentang Sistem Perbukuan, pemerintah dalam hal ini Pusat Perbukuan memiliki tugas menyiapkan buku teks utama sebagai salah satu sumber belajar utama pada satuan pendidikan.

Penyusunan buku teks utama mengacu pada Keputusan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia Nomor 958/P/2020 tentang Capaian Pembelajaran pada Pendidikan Anak Usia Dini, Pendidikan Dasar, dan Pendidikan Menengah. Sajian buku dirancang dalam bentuk berbagai aktivitas pembelajaran untuk mencapai kompetensi dalam Capaian Pembelajaran tersebut. Dalam upaya menyediakan buku-buku teks utama yang berkualitas, selain melakukan penyusunan buku, Pusat Perbukuan juga membeli hak cipta atas buku-buku teks utama dari penerbit asing maupun buku-buku teks utama dari hasil hibah dalam negeri, untuk disadur disesuaikan dengan Capaian Pembelajaran/Kurikulum yang berlaku. Penggunaan buku teks utama pada satuan pendidikan ini dilakukan secara bertahap pada Sekolah Penggerak sebagaimana diktum Keputusan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Nomor 162/M/2021 tentang Program Sekolah Penggerak.

Sebagai dokumen hidup, buku teks utama ini secara dinamis tentunya dapat diperbaiki dan disesuaikan dengan kebutuhan. Semoga buku ini dapat bermanfaat, khususnya bagi peserta didik dan guru dalam meningkatkan mutu pembelajaran.

Jakarta, Oktober 2021
Plt. Kepala Pusat,

Supriyatno
NIP 19680405 198812 1 001

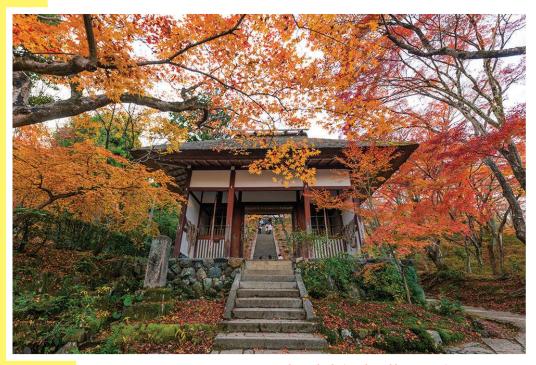
# Prakata

Seri "Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama" yang diterbitkan GAKKO TOSHO.Co.LTD, Tokyo-Japan bertujuan mengembangkan peserta didik belajar matematika oleh dan untuk diri mereka sendiri dengan pemahaman yang komprehensif, apresiasi, dan perluasan lebih lanjut dalam penerapan matematika. Penemuan matematika adalah harta berharga matematikawan dan kadang-kadang aktivitas heuristik seperti itu dianggap bukan masalah belajar peserta didik di kelas, karena seseorang percaya bahwa hanya orang-orang hebat yang dapat menemukannya. Seri buku teks ini memberikan terobosan untuk kesalahpahaman anggapan ini dengan menunjukkan kepada peserta didik untuk memahami konten pembelajaran baru dengan menggunakan matematika yang telah dipelajari sebelumnya.

Untuk tujuan ini, buku-buku pelajaran dipersiapkan untuk pembelajaran di masa depan serta merenungkan dan menghargai apa yang dipelajari peserta didik sebelumnya. Pada buku teks ini, setiap bab memberi dasar yang diperlukan untuk pembelajaran kemudian. Pada setiap kali belajar, jika peserta didik belajar matematika secara berurutan, mereka dapat membayangkan beberapa ide untuk tugas/masalah baru yang tidak diketahui berdasarkan apa yang telah mereka pelajari. Jika peserta didik mengikuti urutan buku ini, mereka dapat menyelesaikan tugas/masalah yang tidak diketahui sebelumnya, dan menghargai temuan baru, temuan dengan menggunakan apa yang telah mereka pelajari.

Dalam hal jika peserta didik merasa kesulitan untuk memahami konten pembelajaran saat ini pada buku teks, itu berarti bahwa mereka kehilangan beberapa ide kunci yang terdapat dalam bab dan/atau kelas sebelumnya. Jika peserta didik meninjau isi pembelajaran yang ditunjukkan dalam beberapa halaman pada buku teks sebelum belajar, itu memberi mereka dasar yang diperlukan untuk membuat belajar lebih mudah. Jika guru hanya membaca halaman atau tugas untuk mempersiapkan pembelajaran esok hari, mungkin akan salah memahami dan menyalahi penggunaan buku teks ini karena tidak menyampaikan sifat dasar buku teks ini yang menyediakan urutan untuk memberi pemahaman di halaman atau kelas sebelumnya.

"Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama" menyediakan komunikasi kelas yang kaya di antara peserta didik. Memahami orang lain tidak hanya isi pembelajaran matematika dan pemikiran logis, tetapi juga konten yang diperlukan untuk pembentukan karakter manusia. Matematika adalah kompetensi yang diperlukan untuk berbagi gagasan dalam kehidupan kita di Era Digital AI ini. "Bangun argumen yang layak dan kritik nalar orang lain (CCSS.MP3, 2010)" tidak hanya tujuan di AS, tetapi juga menunjukkan kompetensi yang diperlukan untuk komunikasi matematika di era ini. Editor percaya bahwa buku teks yang diurutkan dengan baik ini memberikan kesempatan untuk komunikasi yang kaya di kelas pembelajaran matematika di antara peserta didik.

Oktober, 2021
Prof. Masami Isoda
*Director of Centre for Research on International Cooperation in Educational Development (CRICED)*
University of Tsukuba, Japan

Monumen Batu dari Jinko-ki (Candi Jojakko-ji, Kyoto)
Sumber: travelcaffeine.com

# Mitsuyoshi Yoshida

## Mitsuyoshi Yoshida

1598 - 1672

Orang Jepang memiliki matematika sendiri yang disebut "wa-san". Dua ratus lima puluh tahun setelah mereka mengimpor matematika Eropa "Yo-San", Mitsuyoshi Yoshida dikenal mengarang buku 'Jinko-ki', yang merupakan buku teks yang populer selama era Edo.
Buku ini digunakan sebagai buku teks pengantar matematika selama 250 tahun.

## Sangaku

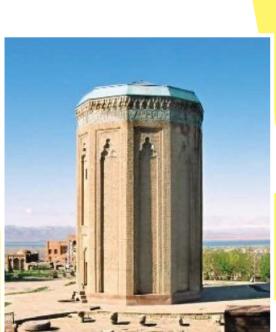
Papan Buletin Matematika
Sumber: www.princeton.edu

## Berbagai Bentuk di Sekitar Kita

Bentuk apa yang digunakan di sekitar kita?
Jika kita amati dengan saksama, kita akan menemukan sesuatu di luar dugaan kita.

Banyak sekali bentuk di sekitar kita yang terkait dengan konsep Matematika. Dapatkah kamu mengaitkannya?

Museum Purna Bhakti Pertiwi
Sumber: tamanmini.com

Rumah Segitiga
Sumber: furnishing.com

Sumber: republika.co.id

Jam Gadang (Sumber: rri.go.id)

Sumber: m.republika.co.id

Sumber: nasional.sindonews.com

## Struktur dan Muatan Buku Panduan Guru

**Edisi Praktik (Buku Utama)**

Buku ini disusun sebagai berikut dengan mengutamakan pada tujuan pengeditan buku teks, kesamaan persepsi pada saat pembelajaran, serta jawaban soal di buku teks agar dapat bermanfaat dalam pelajaran matematika sehari-hari serta untuk penelitian bahan ajar.

- ○ Struktur halaman buku disusun sama dengan struktur halaman buku teks.
- ○ Cetakan buku teks versi mini ditaruh di tengah, agar dipahami dengan jelas kaitan muatan pembelajaran, jawaban, dan penjelasan.
- ○ Di awal setiap topik, diberikan target dari topik tersebut.
- ○ Jawaban dimuat tanpa terlewat, baik untuk Q, Soal, Mari Mencoba, Cermati, Tingkatkan, Soal Ringkasan, dll.
- ○ Dimuat juga soal sejenis yang dapat digunakan sebagai soal pengayaan bila dibutuhkan.
- ○ Ditunjukkan tujuan dari penentuan contoh dan soal, poin-poin pada pembelajaran sebagai penjelasan, dan hal-hal yang perlu diperhatikan. Di situ digunakan simbol (baik angka maupun huruf) untuk menyesuaikan dan buku guru dengan buku siswa.
- ○ Dimuat bahan referensi atau topik yang berhubungan dengan teks di buku sebagai referensi.

**Edisi Penjelasan dan Bahan Ajar (Edisi Terpisah)**

- → Tujuan Pengeditan Buku
- → Rancangan Pembelajaran Tahunan
- → Penjelasan Per Bab
- → Target Bab, Standar Penilaian Bab, Materi yang berkaitan, Diagram Sistem, Rancangan Pembelajaran, Contoh Penentuan Standar Penilaian, Butir-butir yang perlu diperhatikan dalam pembelajaran, Pengembangan dari Bab tsb
- → Contoh Pengembangan Pembelajaran
- → Pre Test
- → Contoh Soal Evaluasi

**Penerapan dan Inkuaeri (Edisi Terpisah)**

I. Soal-soal Terapan
II. Materi Pembelajaran Berbasis Tugas

# Petunjuk Penggunaan Buku

## Pembukaan Bab

Ulasan Dari Aritmetika ke Matematika.

Ini adalah halaman yang merangkum semua materi yang telah dipelajari sampai saat ini.

 Aktivitas dan pertanyaan mendasar terhadap materi yang akan dipelajari pada bab ini.

Bagian ini menunjukkan pembelajaran lebih lanjut pada halaman yang nomornya tertera, terhadap pertanyaan yang dirasakan saat belajar.

## Bagian Teks

Tujuan dari pembelajaran yang akan dibahas pada bagian ini.

 Soal yang akan menjadi petunjuk materi yang akan dipelajari pada bab ini.

Contoh 1 Soal contoh dan contoh konkret dari yang akan dipelajari.

Cara Cara memecahkan soal.

Penyelesaian Pemecahan/jawaban yang baku.

Soal untuk memperoleh kemampuan dari materi yang akan dipelajari.

Soal untuk lebih mendalami materi yang sudah dipelajari.

Soal atau topik yang terkait.

 Soal untuk aktivitas matematis.

Menemukan sifat bilangan dan bangun dari yang telah dipelajari.

Menerapkan cara berpikir dan pengetahuan ke dalam berbagai bidang.

Menjelaskan gagasan dan bersama saling menyampaikan ide.

## Akhir Bagian

### Perhatikan

Soal yang wajib dikuasai. Mari mengulang sekali lagi soal yang tidak dipahami.

### Pengayaan

Halaman tugas untuk belajar di rumah atau latihan berhitung.

## Akhir Bab

### Soal Rangkuman Bab

Soal gabungan pengulangan dan rangkuman.

Pokok Soal pokok untuk memastikan materi yang dipelajari.

Penerapan Soal terapan dari materi yang dipelajari.

Pemanfaatan Soal yang memanfaatkan materi yang dipelajari.

Konten untuk memperdalam dan memperluas materi yang telah dipelajari.

## Akhir Buku

**Matematika Lanjut**

Merangkum materi yang dipelajari dalam laporan, menampilkan konten untuk pembelajaran lebih mendalam.

**Matematika 1 Tahun***

Soal untuk mengulang matematika selama 1 tahun.

**Pengulangan 2 tahun***

Soal untuk mengulang materi yang dipelajari selama 2 tahun.

Yang diberi tanda * adalah hanya untuk yang ingin mengerjakannya.

Diskusi Soal untuk menjelaskan dan mendiskusikan gagasan untuk saling belajar.

 Soal yang efektif bila dikerjakan dengan menggunakan kalkulator.

Profesi dan Pekerjaan Terkait Profesi atau pekerjaan yang terkait dengan tugas tersebut.

 Soal yang efektif bila dikerjakan dengan menggunakan internet atau peranti laptop.

Konten di luar lingkup pembelajaran 2 tahun. Pelajarilah sesuai minat.

# Daftar Isi

## Petunjuk Bagaimana Menggunakan Buku Catatan

Seperti yang telah ditulis dalam silabus panduan pembelajaran, pembelajaran dititikberatkan pada peningkatan kemampuan berekspresi. Salah satu caranya adalah dengan membuat catatan. Saat membuat catatan perlu diperhatikan tujuan berikut.

- Agar dengan mencatat gagasannya sendiri, kemudian membandingkan dengan pendapat orang lain, maka peserta didik dapat berpikir lebih mendalam.
- Agar dapat melakukan pembelajaran seperti spiral/pegas. Memastikan sebelum dan sesudahnya, untuk diaplikasikan kelak.
- Agar dapat menyadari kelemahan diri sendiri.

Dengan tujuan di atas, melalui tugas yang ada di awal teks, memperkenalkan butir-butir penyusunan laporan.

Yang harus dicantumkan,

- Tanggal belajar
  Agar dapat mengonfirmasi konten tersebut kapan dipelajari.
- Target
  Dengan menampilkan target pembelajaran dalam 1 jam atau target rangkuman pembelajaran, maka dapat memperjelas tujuan pembelajaran.
- Masalah
  Mencatat masalah agar dapat melakukan refleksi/peninjauan ulang atau pembelajaran yang bersifat spiral.
- Gagasan sendiri
  Mencatat bagaimana gagasan sendiri saat menemukan masalah tersebut.
- Ide teman
  Tuliskan ide yang tidak dipahami, atau yang tidak terpikirkan.
- Yang disadari
  Catat hal-hal yang disadari meski dengan catatan yang sederhana, untuk dipergunakan kelak.
- Rangkuman
  Merangkum materi pelajaran dengan kata-kata sendiri.

**Petunjuk Penggunaan Buku Catatan**

Buku catatan matematika dipergunakan untuk mencatat kegiatan belajar. Kamu diharapkan menggunakan buku catatan tersebut untuk menuliskan dan merefleksikan pemikiranmu, bagaimana kamu menyelesaikan soal, dan bernalar selama pembelajaran di kelas.

Mari menulis di buku catatanmu.

- Tanggal
- Tugas dan permasalahan
- Gagasan temanku
- Ringkasan
- Tujuan
- Gagasanku
- Hasil pengamatan
- Kesan

Pada bagian 'kesan', mari kita menuliskan rincian berikut ini.

- Apa yang kamu pahami dan apresiasi?
- Apa saja yang kamu pergunakan?
- Apa yang kamu pikirkan dan kamu amati di kelas?
- Apa dan bagaimana kamu melihat gagasan temanmu?
- Apa rencanamu selanjutnya?
- Masalah yang terkait, dugaan, dan masalah yang belum terpecahkan.



- Kesan
  Mencatat apa yang dipahami, apa yang ditemukan. Selain itu, catat juga apa yang akan dilakukan dan apa yang dirasa bingung, dan lain-lain.

Buku teks menampilkan konten-konten di atas, namun ini bukan berarti konten yang ditampilkan di sini adalah paling sesuai. Peserta didik diminta untuk mereferensi hal-hal ini, lalu mereka membuat catatan yang mudah dimengerti oleh dirinya sendiri. Di awal penyusunan catatan ini mungkin akan memakan waktu, namun harapannya adalah membuat catatan yang lebih baik dengan menggunakan waktu yang cukup, karena hal ini merupakan salah satu unsur yang diperlukan untuk memperdalam pembelajaran.

## Mari Persiapkan Laporan dan Presentasi

Untuk menyampaikan gagasanmu pada orang lain secara meyakinkan, akan sangat bermakna apabila disampaikan tidak hanya secara lisan, tetapi juga dalam bentuk laporan tertulis yang jelas. Mempersiapkan laporan merupakan kesempatan yang bagus untuk menyusun ulang dan merangkum gagasan secara sistematis karena harus dapat dimengerti orang lain. Marilah kita mempersiapkan laporan, kemudian mempresentasikannya. Lihat contoh di halaman 195-199.

Persiapkan laporanmu pada kesempatan-kesempatan berikut ini.

- Rangkumlah materi yang telah dipelajari.
- Rangkumlah kegiatan matematika.
- Rangkumlah diskusi yang berlangsung pada tugas.
- Rangkumlah pertanyaan-pertanyaan dan tugas.

Diskusi

## Petunjuk Bagaimana Menggunakan Satuan Pengukuran

Buku teks ini menggunakan satuan pengukuran secara umum sebagai berikut.

| Panjang dan jarak | |
|---|---|
| mm | milimeter |
| cm | sentimeter |
| m | meter |
| km | kilometer |

| Luas | |
|---|---|
| $cm^2$ | sentimeter persegi |
| $m^2$ | meter persegi |
| $km^2$ | kilometer persegi |

| Isi (Volume) | |
|---|---|
| $cm^3$ | sentimeter kubik |
| $m^3$ | meter kubik |

| Berat | |
|---|---|
| g | gram |
| kg | kilogram |
| t | ton |

| Kapasitas | |
|---|---|
| m$\ell$ | milliliter |
| $\ell$ | liter |

* Huruf untuk menyajikan liter adalah $\ell$. Dianjurkan untuk menggunakan $\ell$ untuk membedakan dengan angka 1 (satu).

| Kecepatan | |
|---|---|
| cm/dtk | sentimeter per detik |
| m/mnt | meter per menit |
| km/jam | kilometer per jam |

* Per '/' menyajikan pembagian: '$a/b$' artinya nilai $a : b$. 'cm/detik' adalah besaran kecepatan yang merupakan hasil bagi besaran dalam cm dengan besaran dalam detik. Dapat juga disajikan sebagai (cm) : (detik).

xiii

## Mari Persiapkan Laporan dan Presentasi

Seperti yang telah diperkenalkan pada buku ini hal. 6, tidak hanya dengan buku catatan, dengan membuat laporan yang dapat meningkatkan kemampuan berekspresi.

Buku catatan merupakan alat untuk melakukan refleksi yang sifatnya pribadi. Di lain pihak, laporan banyak digunakan untuk menjelaskan sesuatu kepada pihak lain. Oleh karena itu, perlu menyampaikan laporan yang mudah dimengerti dan enak dilihat.

Pembelajaran yang menggunakan laporan, sering kali membutuhkan waktu, jadi sulit untuk mengerjakannya di kelas reguler. Akan tetapi, melalui pembelajaran membuat laporan, ada hal yang bisa dipelajari, maka sebisa mungkin ini dilakukan.

Untuk pembelajaran membuat laporan dan pembelajaran untuk memperoleh kemampuan berekspresi, silakan melihat buku ini di hal. 195-199.

## Cara Berpikir Matematis

## Cara Berpikir Matematis

**Berpikir Matematis 1** [Bernalar Analogi]

Menggunakan aturan dan sifat-sifat yang sudah diketahui terhadap situasi yang serupa, tetapi tidak sama persis.

Soal gambar spasial (SMP Kelas VII)

Carilah luas juring pada gambar di samping kanan.



Gunakan apa yang sudah dipelajari tentang luas lingkaran.

① Bagilah lingkaran ke dalam beberapa juring.
② Terapkan rumus mencari luas daerah juring.

**Berpikir Matematis 2** [Penalaran Induktif]

Menduga aturan umum dan sifat-sifatnya melalui eksplorasi pada sejumlah contoh konkret yang terbatas.

Soal Bentuk Aljabar (SMP Kelas VII)

Persegi-persegi dibuat dengan cara menggabungkan sedotan yang berukuran sama. Selidiki hubungan antara banyaknya persegi dan banyaknya sedotan yang digunakan, kemudian tulis bentuk aljabar untuk menentukan banyaknya sedotan yang digunakan bila banyaknya persegi sudah diketahui.



**Berpikir Matematis 3** [Penalaran Deduktif]

Tuliskan argumentasi berdasarkan aturan dan sifat-sifat yang sudah diketahui dan informasi yang diberikan.

Soal Bidang Datar (SMP Kelas VII)

Bagian dari sebuah cermin tembaga ditemukan dan dipandang sebagai bagian sebuah lingkaran. Prosedur berikut digunakan untuk mengkonstruksi lingkaran mula-mula. Jelaskan mengapa prosedur berikut merupakan cara untuk mengkonstruksi lingkaran mula-mula.

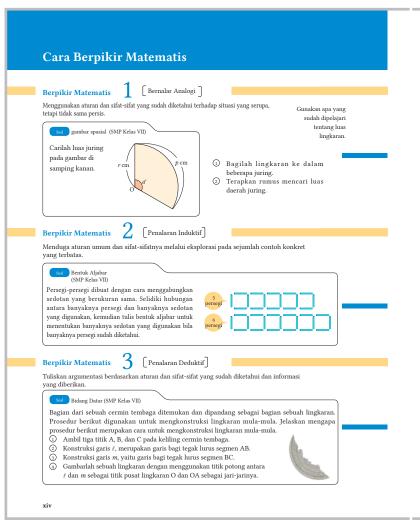
① Ambil tiga titik A, B, dan C pada keliling cermin tembaga.
② Konstruksi garis $\ell$, merupakan garis bagi tegak lurus segmen AB.
③ Konstruksi garis $m$, yaitu garis bagi tegak lurus segmen BC.
④ Gambarlah sebuah lingkaran dengan menggunakan titik potong antara $\ell$ dan $m$ sebagai titik pusat lingkaran O dan OA sebagai jari-jarinya.

xiv

Di sekitar kita, di berbagai bidang, seperti perdagangan barang, suku, kecepatan, dan waktu, sering kali menggunakan pengukuran. Dalam situasi di mana mereka mengamati masalah pengukuran yang ada di kehidupan keseharian. diharapkan mereka memperoleh kemampuan menyimpulkan berbagai hal tsb. Misalnya, "situasi memahami kecenderungan berdasarkan data masa lalu, data saat ini, lalu memprediksi masa depan", "situasi mencari sifat fenomena dan sifat umum, dengan mengulang-ulang percobaan", "situasi menjelaskan hasil simpulan kepada orang lain sesuai logika", dan lain-lain.

Kemampuan seperti ini adalah kemampuan yang pasti dibutuhkan dalam keseharian sehingga wajib dikuasai peserta didik. Buku ini sangat tepat untuk mengasah kemampuan menyimpulkan/merangkum, khususnya dalam Matematika. “Oleh karena itu, di buku teks ini khususnya dititikberatkan mengenai 3 penalaran, yaitu ‘analogis’, ‘induktif’, dan ‘deduktif’ yang banyak digunakan pada matematika SMP, dan peserta didik dapat menyadarinya dalam pembelajaran sehari-hari.”

"Penalaran Analogis" adalah cara berpikir di mana mengingat masalah yang pernah dipecahkan sebelumnya, dan berpikir masalah ini bila ditangani dengan cara yang sama saat ini pun akan memberikan hasil yang sama. Secara khusus, dalam matematika sekolah dasar, ini adalah cara berpikir yang paling umum digunakan, misalnya peserta didik mulai berpikir, "Apakah mungkin menghitung pecahan dan desimal dengan cara yang sama seperti bilangan bulat?". Oleh karena itu, dalam buku teks ini digunakan cara berpikir, "Berpikirlah sama dan terapkan aturan dan sifat yang telah ditemukan sebelumnya".

“Penalaran Induktif” adalah pemikiran yang biasa dipakai di ilmu alam untuk menarik kesimpulan/sifat/aturan secara umum. Mengadakan percobaan berkali-kali, mengamati hasil, lalu menyimpulkan secara umum. Ini merupakan cara berpikir yang menemukan dalil atau pemikiran yang umum. Di dalam matematika, sering dipergunakan saat menemukan sifat bilangan bulat situasi seperti, “menyimpulkan bahwa penjumlahan bilangan genap dan bilangan ganjil akan menghasilkan bilangan ganjil”. Oleh karena itu, buku teks ini menggunakan pemikiran, “melalui beberapa hal konkret, maka akan terpikir aturan atau sifat yang umum”.

“Penalaran deduktif” di dalam matematika SMP adalah pemikiran yang timbul dalam bentuk “pembuktian” yang diutamakan dalam muatan pembelajaran di SMP. Misalnya, “dengan menggunakan definisi atau sifat yang telah dibuktikan sebelumnya, peserta didik menemukan sifat baru, maka itu harus dijelaskan bahwa temuan barunya adalah benar”. Oleh karena itu, pada buku teks ini digunakan pemikiran, “kemukakan ‘alasan’ berdasarkan dalil atau sifat yang telah ditemukan sebelumnya”.

① Untuk menghitung luas lingkaran, bagilah lingkaran ke dalam juring-juring dan susunlah sehingga membentuk persegi panjang.



Luas daerah L $cm^2$ untuk satu juring dengan jari-jari $r$ cm dan panjang busur $p$ cm, adalah

$$L = \frac{1}{2}pr$$

② Pikirkan tentang luas satu juring menggunakan ide ketika memperoleh rumus luas lingkaran dan sudut pusat.



Luas daerah L $cm^2$ untuk juring, bila diketahui jari-jari $r$ cm dan besar sudut pusatnya $a°$, adalah

$$L = \pi r^2 \times \frac{a}{360}$$

Perhatikan untuk kasus 1 persegi, 2 persegi, 3 persegi, dan seterusnya. Dari urutan kasus tersebut, bentuk aljabar untuk menentukan banyaknya sedotan dapat ditemukan.



Hubungan antara banyaknya persegi dan banyaknya sedotan ditunjukkan pada diagram di samping.

Bentuk aljabar yang dapat digunakan untuk menentukan banyaknya sedotan untuk sebanyak $a$ persegi adalah

$1 + (a \times 3)$

Jelaskan dengan menggunakan sifat-sifat berikut: Titik-titik berjarak sama dari titik A dan B adalah garis bagi tegak lurus segmen AB.



Jika titik O adalah pusat lingkaran dan titik A dan B terletak pada keliling lingkaran O, maka OA = OB, dan titik O terletak pada garis bagi tegak lurus $\ell$ dari segmen AB. Secara serupa, jika titik B dan C terletak pada keliling lingkaran O, maka O terletak pada garis bagi tegak lurus $m$ pada segmen BC. Perpotongan antara garis $\ell$ dan $m$ adalah titik O sebab itulah satu-satunya titik yang memiliki jarak yang sama ke titik A, B, dan C. Jadi, lingkaran dapat dikonstruksi dengan titik perpotongan, yaitu titik pusat O dan OA adalah jari-jarinya.

xv

Pada tahun kedua, ditampilkan 3 buah contoh penalaran sambil mengulang pembelajaran tahun pertama.

Penalaran matematis 1 adalah contoh dari "Penalaran Analogis". Saat memikirkan cara menghitung luas bangun berbentuk kipas, kita akan membagi kipas dan menyusun kembali, lalu luasnya dihitung dengan cara proporsional dengan sudut tengah. Pada saat itu, "dalil yang sudah ditemukan sebelumnya" adalah pemikiran yang menggunakan teori luas lingkaran dengan membagi lingkaran dan disusun kembali menjadi bentuk persegi panjang. Kalau ini berlaku bagi lingkaran, maka kemungkinan ini juga berlaku untuk bentuk kipas. Pemikiran ini didasarkan pada penambahan polinomial di halaman 7. Jadi, penambahan ini dapat digunakan pada persamaan dengan dua variabel seperti halnya pada persamaan satu variabel.

Penalaran matematis 2 adalah contoh "Penalaran Induktif". Saat membuat persegi dengan menggunakan sedotan dan jika jumlah sedotan adalah $a$ buah, maka berapa buah sedotan yang dipakai? Caranya adalah dengan menemukan aturan sambil menambahkan satu per satu perseginya sehingga dapat ditebak bahwa cara mencari banyaknya sedotan untuk persegi sebanyak $a$ adalah $1 + 3 \times a$. Penalaran ini digunakan pada situasi menemukan sifat penambahan 3 buah bilangan bulat secara berturut-turut pada halaman 16 akan menghasilkan jumlah berapa?

Penalaran Matematis 3 adalah contoh "Penalaran Deduktif". Hal ini seperti dalam penjelasan bahwa cara merekonstruksi lingkaran yang hanya diketahui dua titik berdasarkan definisi lingkaran.

Titik-titik berjarak sama dari titik A dan B adalah garis bagi tegak lurus dari segmen AB. Penalaran ini digunakan dalam situasi seperti pada halaman 139 bahwa sudut alas segitiga sama kaki adalah sama, berdasarkan definisi segitiga sama kaki.

Selain itu, pada bagian tertentu dalam teks buku siswa juga ditampilkan secara konkret masing-masing cara berpikir sebagai catatan tambahan. Hal ini dimaksudkan agar peserta didik dalam pembelajaran sehari-hari dapat mengikuti pembelajaran tersebut sambil mengetahui masing-masing cara berpikir matematis ini.

Selain itu, pada buku ini memang menggunakan istilah-istilah, seperti "Penalaran Analogis", "Penalaran Induktif", dan "Penalaran Deduktif", akan tetapi, tujuannya adalah agar peserta didik mengenal ketiga pemikiran ini, dan bisa menjadi salah satu kemampuan yang dimiliki peserta didik, maka tidak perlu harus menghafal istilah tersebut.

# Ulasan

## Tujuan

Peserta didik dapat membuat soal dan memecahkan soal tertentu sambil melihat kembali apa yang telah peserta didik pelajari tentang “variabel dan persamaan” yang sudah pelajari pada tahun pertama.

Ulasan

Terdapat beraneka macam bentuk linear.

4
$-6x$
$-a-8$
$4x$
$5y$
$7a+5$
$3x+9$
$2a-5$
$-8$
$3$
$-(-5a-4)$

Coba buat aneka soal matematika menggunakan bilangan dan bentuk aljabar di bagian kanan atas.

Untuk bentuk aljabar, kita dapat melakukan perhitungan dengan empat operasi.

Bab 1 Menyederhanakan Bentuk Aljabar

Apa yang telah kita pelajari sejauh ini?

【Bagaimana menulis bentuk-bentuk aljabar】

$3 \times a = 3a$

$b \times a = ab$

$1 \times a = a$

$a \times a \times a = a^3$

$a : 4 = \frac{a}{4}$

【Suku dan Koefisien】

Kita dapat menyatakan $3a - 7$ dengan $3a + (-7)$ dengan menggunakan tanda penjumlahan.

Pada contoh di atas, $3a$ dan $-7$ dinamakan suku-suku aljabar.

Suku $3a$ memuat sebuah *huruf* atau *variabel*, dan bagian bilangannya dinamakan *koefisien a*.

xvi

【Bentuk Linear】

Suatu suku dinyatakan sebagai hasil kali dari sebuah variabel dan sebuah bilangan positif atau negatif disebut suku linear.

Jumlah suatu suku linear dan suku konstan atau bentuk aljabar dengan hanya suatu suku linear dinamakan bentuk linear.

【Nilai dari Bentuk Aljabar】

Mengganti suatu variabel dengan sebuah bilangan dinamakan mensubstitusi nilai pada suatu variabel.

Hasil dari substitusi ini dinamakan nilai dari bentuk aljabar.

【Bentuk Linear】

Meskipun suku-sukunya dipindah ruas dan disusun ulang urutannya, persamaan dengan bentuk

$$ax + b = 0$$

merupakan persamaan linear.

Nilai $x$ yang membuat persamaan menjadi pernyataan yang benar dinamakan penyelesaian atau solusi dari persamaan.

Mencari penyelesaian atau solusi dari suatu persamaan dinamakan menyelesaikan persamaan.

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

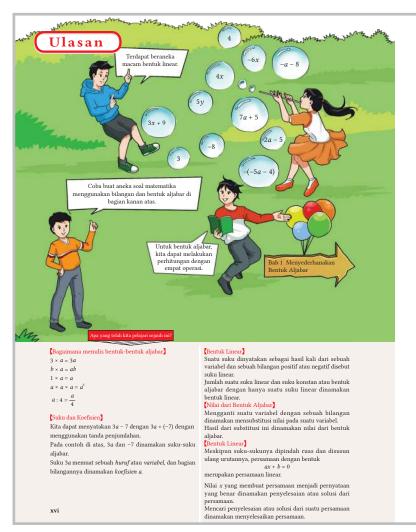
#### 1. Penggunaan Ulasan

Pada tahun pertama, peserta didik telah mempelajari “bilangan positif dan negatif”, “persamaan satu variabel”, dan “persamaan linear” sebagai pembelajaran pada topik “variabel dan persamaan”. Berdasarkan pembelajaran tersebut, pada tahun kedua kita akan mempelajari penjumlahan dan pengurangan polinomial, perkalian dan pembagian polinom dan bilangan, perkalian dan pembagian bentuk monom, dan sistem persamaan. Melalui aktivitas di halaman ini, dengan mengingat kembali apa yang telah peserta didik pelajari di tahun pertama, berikan motivasi kepada peserta didik bahwa mereka bisa mempelajari “operasi hitung pada persamaan” dan “sistem persamaan”.

#### 2. Ulasan Tentang Variabel Suatu Persamaan

Merefleksikan apa yang telah peserta didik pelajari sejauh ini dengan membuat soal yang menggunakan berbagai variabel.

Selain itu, dengan membuat soal penghitungan menggunakan persamaan-persamaan ini dan $+$, $-$, $\times$, $:$, peserta didik diajak untuk menyadari perbedaan penghitungan yang telah dipelajari dengan penghitungan yang belum dipelajari. Lalu, ada baiknya melakukan aktivitas untuk mengklasifikasikannya.

Mengenai pembuatan soal penghitungan, dengan membiarkan mereka membuat soal dengan bebas, mungkin semua peserta didik akan dapat berpartisipasi aktif, tetapi begitu dikelompokkan, ada kemungkinan tidak ada ide yang keluar. Oleh karena itu, ada baiknya untuk mengantisipasinya harus memprediksi soal penghitungan seperti apa yang akan keluar sehingga kita dapat menggunakannya untuk membagi kelompok.

Selain itu, dimungkinkan untuk membuat soal penghitungan yang akan menjadi isi pembelajaran pada tahun ketiga, seperti pada $(7a + 5) \times (2a - 8)$, atau soal kalkulasi yang akan menjadi konten matematika di tingkat SMA dengan pembagi sebagai polinomial. Jika muncul ide soal penghitungan seperti itu, ambillah ide itu dan beri tahu peserta didik bahwa mereka akan belajar pada tahun ketiga atau sekolah menengah atas. Dengan begitu, mereka mempunyai perspektif pembelajaran ke depan.

【Sifat-sifat Persamaan】

(1) Jika $m$ ditambahkan ke kedua ruas, maka persamaan tetap berlaku benar.
Jika A = B, maka $A + m = B + m$

(2) Jika $m$ dikurangkan dari kedua ruas, maka persamaan tetap berlaku benar.
Jika A = B, maka $A - m = B - m$

(3) Jika $m$ dikalikan ke kedua ruas, maka persamaan tetap berlaku benar.
Jika A = B, maka $Am = Bm$

(4) Jika kedua ruas persamaan dibagi $m$ ($m \neq 0$), maka persamaan tetap berlaku benar.
Jika A = B, maka $\frac{A}{m} = \frac{B}{m}$

【Langkah-langkah menggunakan persamaan untuk menyelesaikan masalah di situasi nyata】

(1) Cari hubungan antarkuantitas dalam soal, kemudian nyatakan dengan diagram, tabel, atau persamaan kata-kata.

(2) Tentukan kuantitas mana yang diketahui dan yang tak diketahui serta buatlah persamaan dengan variabel.

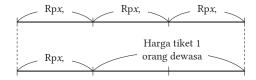
(3) Selesaikan persamaan.

(4) Periksa apakah penyelesaian persamaan telah menyelesaikan permasalahan.

xvii

## 3. Ulasan Persamaan Linear

Ini adalah soal menghitung harga tiket masuk taman bermain untuk 1 orang peserta didik SMP dengan menggunakan persamaan linear 1 variabel yang telah dipelajari di tahun pertama.

Peserta didik diingatkan bahwa yang tidak diketahui adalah $x$ dan jumlah relasi yang sama ditunjukkan dalam persamaan. Mungkin ada peserta didik yang dapat mengetahui hubungan kuantitas hanya dengan mengingat di luar kepala, akan tetapi dengan menuliskan diagram garis berikut, maka akan mudah untuk memahami hubungan kuantitas yang setara.

Setelah diagramnya dibuat, peserta didik dapat mengetahui manfaat persamaan linear. Jawabannya dapat dikonfirmasi dengan mensubstitusikannya ke persamaan dan dapat diperiksa apakah jawaban yang diperoleh sesuai dengan kunci jawaban.

Jawabannya adalah sebagai berikut.

(Kunci Jawaban)

Apabila harga tiket masuk taman bermain untuk satu orang peserta didik SMP adalah Rp$x$, maka,

$3x = x + 10.000$

$2x = 10.000$

$x = 5.000$

Harga tiket masuk taman bermain bagi peserta didik SMP adalah Rp5.000,00. sesuai dengan soal.

Jawaban Rp5.000,00

## 4. Yang Telah Dipelajari

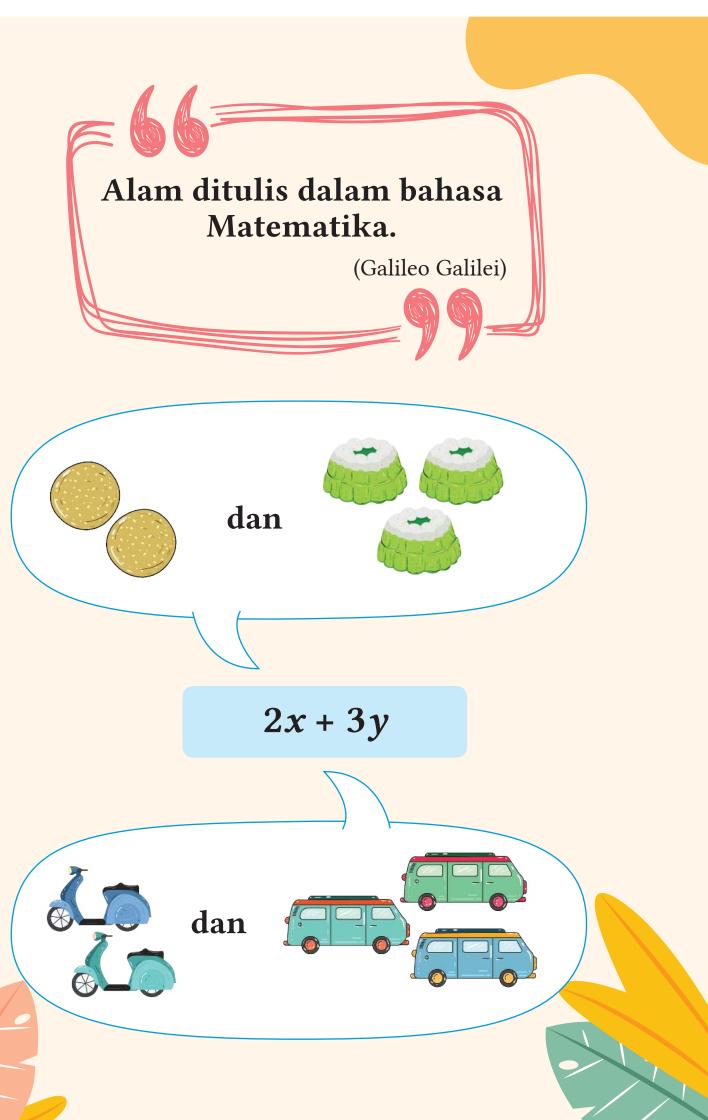
Materi yang telah dipelajari pada tahun pertama merupakan rangkuman penting yang berhubungan dengan "Variabel dan Persamaan".

Selain itu, materi berikut juga dipelajari, maka bisa dikeluarkan disesuaikan dengan kondisi peserta didik dan kelas.

Hukum Distributif

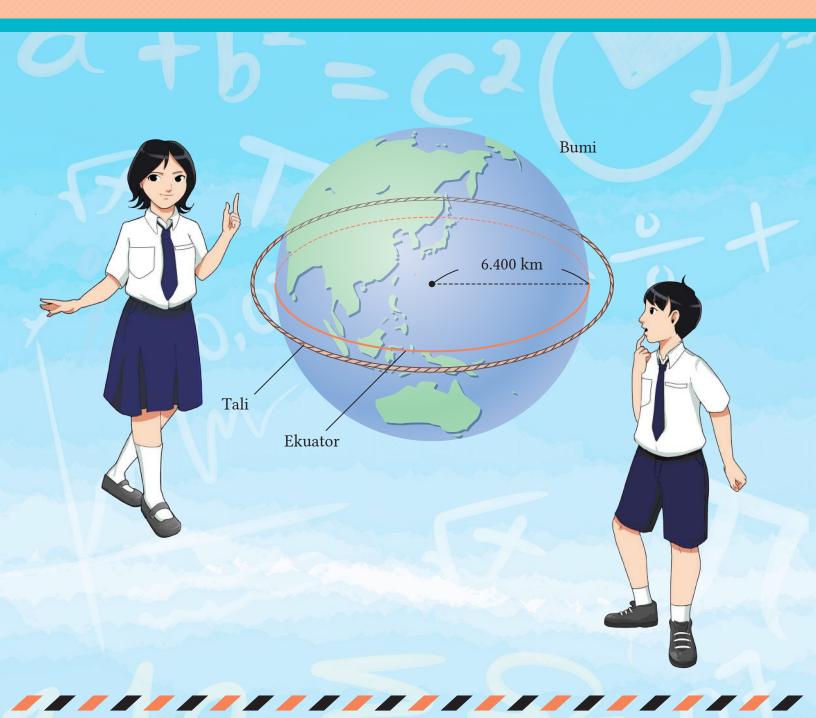
$a(b + c) = ab + ac$

Sifat Persamaan

$$\begin{array}{rl} A = M & \\ B = N & \\ \hline A + B = M + N & + \end{array} \qquad \begin{array}{rl} A = M & \\ B = N & \\ \hline A - B = M - N & - \end{array}$$

Alam ditulis dalam bahasa Matematika.
(Galileo Galilei)
dan
2x + 3y
dan

KEMENTERIAN PENDIDIKAN, KEBUDAYAAN, RISET, DAN TEKNOLOGI
REPUBLIK INDONESIA, 2021
Buku Panduan Guru Matematika
untuk SMP Kelas VIII
Penulis: Tim Gakko Tosho
Penyadur: Mochammad Hafiizh dan Fitriana Yuli Saptaningtyas
ISBN: 978-602-244-797-9 (jil.2)

# Menyederhanakan Bentuk Aljabar

(Pembukaan Bab 1 jam)

## • Tujuan •

Peserta didik dapat melakukan perhitungan menggunakan bentuk aljabar berdasarkan kuis tebak bulan lahir (tanggal lahir).

## Kunci Jawaban

**1 (contoh)**

$10x + 20$

$(10x + 20) : 5 = 2x + 4$

$2x + 4 - 4 = 2x$

ⓒ adalah bentuk aljabar dari 2 kali bilangan bulan kelahiran.

## Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

### 1. Penggunaan Halaman Ini

Pada tahun pertama, peserta didik dapat menyelesaikan perhitungan bentuk aljabar sederhana, yaitu persamaan linear satu variabel. Peserta didik juga dapat menentukan hubungan bilangan dengan menggunakan variabel ke dalam bentuk aljabar, serta membaca makna dari bentuk aljabar. Namun, peserta didik belum belajar menjelaskan sifat-sifat bilangan menggunakan bentuk aljabar.

Dengan menggunakan kuis menebak bulan lahir sebagai topik pembuka, pertanyaan peserta didik, "Kenapa kamu bisa menebak bulan lahir?" berubah menjadi pertanyaan, "Bagaimana cara perhitungannya?" Hal ini diharapkan membuat peserta didik merasakan pentingnya bentuk aljabar sebagai alat untuk memperjelas jawaban peserta didik.

### 2. Analisis Penghitungan Berdasarkan Contoh Konkret

Pertama, coba menghitung bulan kelahiran peserta didik sendiri. Kemudian, peserta didik melaporkan hasil perhitungannya di dalam kelompok, lalu peserta didik diminta untuk mencari bagaimana caranya sehingga dapat menebak bulan lahir. Kalkulator dapat digunakan untuk penghitungan agar pengerjaannya lebih mudah.

Kemudian, biarkan peserta didik secara intuitif mengerti bahwa hasil perhitungan selalu dua kali bulan kelahiran.

Dapatkah kamu menebak hari ulang tahunku?



**1** Dalam kuis di atas, mengapa bulan lahir Heru dapat ditebak dengan benar?

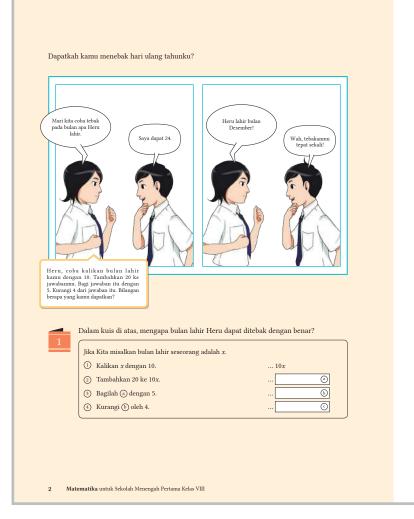
Jika Kita misalkan bulan lahir seseorang adalah $x$.

① Kalikan $x$ dengan 10. ... $10x$

② Tambahkan 20 ke $10x$. ... [ ] ⓐ

③ Bagilah ⓐ dengan 5. ... [ ] ⓑ

④ Kurangi ⓑ oleh 4. ... [ ] ⓒ

2 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

Hal ini dimaksudkan sebagai petunjuk agar peserta didik berpikir secara logis, bahwa "hasil perhitungan dua kali lipat dari bulan kelahiran" yang dilakukan secara intuitif, dapat dinyatakan dalam bentuk aljabar menggunakan variabel tertentu.

Jika perhitungan tersebut ditulis lengkap, maka diperoleh,

$$(12 \times 10 + 20) : 5 - 4$$

Bentuk ini dapat disederhanakan sebagai berikut,

$$\frac{\boxed{12} \times \overset{2}{\cancel{10}} + \overset{4}{\cancel{20}}}{\underset{1}{\cancel{5}}} - 4$$

$$= (\boxed{12} \times 2 + 4) - 4$$

$$= \boxed{12} \times 2$$

2 Misalkan bulan lahir seseorang adalah $x$ dan tanggal lahirnya adalah $y$, dan pikirkan permainan tebak hari lahir di atas dengan cara yang sama seperti pada bagian 1 di halaman sebelumnya.

Jika Kita misalkan bulan lahir seseorang dengan $x$ dan tanggal lahirnya adalah $y$.
① Tambahkan $y$ pada hasil kali $x$ dan 7.
② Misalkan hasil kali ① dan 10 sebagai ⓓ.
③ Kurangkan hasil kali $x$ dan 10 oleh perkalian $y$ dan 3.
④ Misalkan hasil kali ③ dan 3 adalah ⓔ.
⑤ Jumlahkan ⓓ dan ⓔ.



Bab 1 Menyederhanakan Bentuk Aljabar 3

## Kunci Jawaban

① $7x + y$
② $10(7x + y)$
③ $10x - 3y$
④ $3(10x - 3y)$
⑤ $10(7x + y) + 3(10x - 3y)$

### 3. Penggunaan Halaman Ini

Pada kuis menebak bulan kelahiran, peserta didik mengganti bulan kelahiran yang berupa bilangan tertentu, dengan variabel $x$. Dengan melakukan hal tersebut, perhitungan yang terlihat rumit ternyata hasil akhirnya adalah $2x$, yaitu dapat dibaca 2 kali lipat dari bulan kelahiran. Peserta didik diharapkan memahami hal tersebut melalui aktivitas diskusi, di mana peserta didik saling berkomunikasi satu sama lain.

Pada isian ③ dan ④, peserta didik dapat menggunakan perhitungan yang telah dipelajari.

### 4. Penggunaan 1

Halaman sebelumnya membahas tugas-tugas yang bisa diselesaikan dalam lingkup kelas VII, karena perhitungannya untuk satu variabel. Di sini, tugas memiliki dua variabel dan melampaui lingkup kelas VII.

Diharapkan peserta didik berpikir dengan jelas tentang perbedaan dengan halaman sebelumnya.

Pertama-tama, sama seperti halaman sebelumnya, peserta didik menghitung sendiri tanggal ulang tahunnya, lalu melaporkan hasil perhitungannya di dalam kelompok. Setelah itu, di tugas 2, menampilkan 2 variabel $x$ dan $y$.

### 5. Penggunaan 2

Peserta didik mencoba menampilkan perhitungan kuis tebak hari ulang tahun berdasarkan bilangan tertentu yang sudah dilakukan di atas. Peserta didik mengganti bilangan tertentu dengan variabel $x$ dan $y$. Perhitungan pada bentuk satu variabel pada tugas 1 dapat dikerjakan karena sudah dipelajari di kelas VII, tetapi perhitungan dengan menggunakan bentuk aljabar 2 variabel merupakan materi yang belum dipelajari.

### 6. Penggunaan Ilustrasi Percakapan

Pada kelas VII, diajarkan perhitungan bentuk aljabar yang memuat 1 variabel. Soal 1 dapat dikerjakan karena merupakan lingkup pembelajaran kelas VII. Pada soal 2, variabelnya menjadi 2. Diketahui bahwa materi tersebut tidak bisa dikerjakan dengan materi kelas VII karena berkaitan dengan pembelajaran di halaman berikut. Bab ini mengajak peserta didik untuk berpikir mengenai perhitungan pada bentuk aljabar yang memuat 2 variabel, yaitu $x$ dan $y$, atau $a$ dan $b$.

# Menyederhanakan Bentuk Aljabar

7 jam

## 1 Struktur dari Bentuk Aljabar

1 jam

### • Tujuan •

Peserta didik dapat mengelompokkan bentuk suku tunggal (monom), bentuk suku banyak (polinom), dan dapat menentukan derajat suku dan bentuk aljabar.

### Kunci Jawaban

(1) a. Keliling (cm) satu persegi pada sisi kotak bagian bawah atau atas
b. Luas bagian bawah atau atas ($cm^2$)
c. Keliling (cm) satu persegi panjang di bagian sisi tegak
d. Luas persegi panjang di bagian sisi tegak ($cm^2$)
e. Luas permukaan ($cm^2$)
f. Volume ($cm^3$)

(2) Dapat diklasifikasikan berdasarkan bilangan atau variabel.

**Soal 1**

Bentuk suku tunggal adalah ⓑ dan ⓕ.
Bentuk suku banyak adalah ⓔ.

**Soal 2**

(1) $5a$, 1 (2) $7x$, $(-8y)$ (3) $4x^2$, $7x$, 9

# 1 Menyederhanakan Bentuk Aljabar

## 1 Struktur dari Bentuk Aljabar

•Tujuan• Peserta didik dapat mengelompokkan dan menyusun bentuk aljabar.

### Bentuk Suku Tunggal (Monom) dan Suku Banyak (Polinom)

Diskusi

Bentuk-bentuk aljabar ⓐ sampai ⓕ berikut menyatakan berbagai ukuran dari prisma tegak di samping.

ⓐ $4x$ ⓑ $x^2$ ⓒ $2x + 2y$
ⓓ $xy$ ⓔ $2x^2 + 4xy$ ⓕ $x^2y$

(1) Pikirkan jumlah suku yang dituliskan pada bentuk aljabar (perhatikan satuannya).
(2) Diskusikan bagaimana kita mengelompokkan bentuk aljabar tersebut berdasarkan ciri-cirinya.



Bentuk aljabar dalam bentuk hasil kali antarbilangan atau antarvariabel, seperti $4x$ dan $xy$ pada Q disebut *suku tunggal (monom)*. Variabel atau bilangan suku satu, seperti $y$ dan $-6$ disebut juga suku tunggal.



Bentuk-bentuk aljabar yang diperoleh dari hasil penjumlahan suku tunggal seperti $10x + 20$ dan $2x + 2y$ disebut *suku banyak (polinom)*. Setiap suku tunggal pada bentuk suku banyak disebut suku dari suku banyak.

Contoh 1

Pada bentuk polinom $x^2 - 4x + 3$, bentuk $x^2$, $-4x$, dan 3 adalah suku-suku dari bentuk suku banyak ini. Suku dari suku banyak dalam bentuk bilangan saja disebut *konstanta.*



Soal 1 Kelompokkan bentuk aljabar di ⓑ, ⓔ, dan ⓕ dari Q ke dalam bentuk suku tunggal dan bentuk suku banyak.

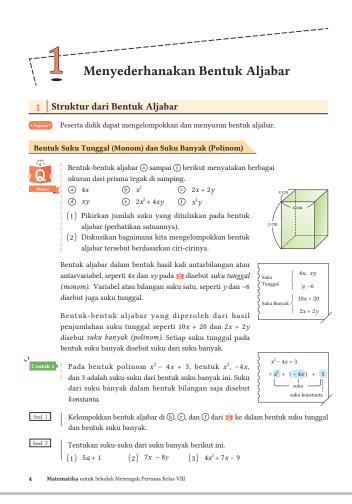
Soal 2 Tentukan suku-suku dari suku banyak berikut ini.
(1) $5a + 1$ (2) $7x - 8y$ (3) $4x^2 + 7x - 9$

4 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

#### 1. Penggunaan Q dan Soal 4

Dipentingkan aktivitas membaca arti/makna setiap bentuk aljabar, serta saling berdiskusi penjelasan yang mudah dengan menggunakan gambar. Berdasarkan ⓐ sampai ⓕ, peserta didik mengklasifikasikan bentuk suku tunggal dan bentuk suku banyak. Peserta didik diberi pemahaman bahwa bentuk suku tunggal hanya memiliki satu suku, sedangkan bentuk suku banyak memiliki dua suku atau lebih.

Pada Soal 4 di halaman berikutnya, peserta didik tidak hanya memikirkan derajat, namun diharapkan juga peserta didik memperhatikan satuannya. Misalnya, satuan untuk derajat satu adalah cm, satuan untuk derajat dua adalah $cm^2$, dan satuan untuk derajat tiga adalah $cm^3$. Dengan mengaitkan satuan dengan derajat, mungkin akan menjadi pemicu pemahaman peserta didik.

Pada subbab ini, peserta didik sudah dapat menyelesaikan perhitungan.

#### 2. Penggunaan Contoh 1, Soal 1, Soal 2

Ini merupakan contoh menentukan suku pada bentuk suku banyak. Suku tunggal seperti Soal 2 (1) $5a + 1$ telah dipelajari di kelas VII.

Pada bentuk suku banyak $x^2 - 4x + 3$ pada Contoh 1, peserta didik sering mengabaikan tandanya, dan ditulis sukunya adalah $x^2$, $4x$, 3. Untuk mencegah hal ini, sebaiknya bentuk aljabar diubah ke bentuk penjumlahan seperti pada (2) dan (3) di Soal 2. Setelah ini, peserta didik dapat menyebutkan suku-sukunya. Ajarkan juga istilah suku konstanta.

#### 3. Penggunaan Q

Karena ada yang salah paham mengenai derajat dengan jumlah variabel, maka pastikan bahwa derajat adalah banyaknya variabel yang dikalikan dalam satu suku.

## Derajat dari Bentuk Aljabar

Nyatakan tiap bentuk suku tunggal berikut dengan menggunakan tanda perkalian (×).

(1) $2x$ (2) $-3x^2$ (3) $5x^2y$

Banyaknya variabel yang dikalikan dalam suatu bentuk suku tunggal disebut *derajat* dari suku tunggal tersebut. Jika suku tunggal hanya memiliki satu variabel, maka konsep derajat sama dengan pangkat. Hati-hati jika variabelnya lebih dari satu.

**Contoh 2** Derajat dari bentuk suku tunggal pada bentuk (1) sampai (3) dari Q adalah sebagai berikut.

(1) $2x$ ... Berderajat 1

(2) $-3x^2$ ... Berderajat 2

(3) $5x^2y$ ... Berderajat 3

(1) $2x = 2 \times x$

(2) $-3x^2 = -3 \times x \times x$

(3) $5x^2y = 5 \times x \times x \times y$

**Soal 3** Tentukan derajat dari bentuk suku tunggal berikut.

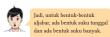
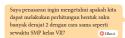
(1) $-6a$ (2) $x^2$ (3) $\frac{1}{2}ab$ (4) $-xy^2$

Derajat dari bentuk suku banyak adalah derajat paling tinggi dari suku-suku bentuk suku banyak.

**Catatan** Kita dapat membandingkan derajat dari bentuk suku tunggal pada soal 3 (1), (2), (3), dan (4) menggunakan istilah "lebih dari" atau "kurang dari", contohnya apakah derajatnya bentuk suku tunggal (1) lebih dari atau kurang dari derajatnya bentuk suku tunggal (2)?

**Contoh 3** Pada bentuk suku banyak $x^2 - 4x + 3$, suku dengan derajat tertinggi adalah $x^2$.

Suatu bentuk aljabar berderajat 1 disebut *bentuk linear*, bentuk aljabar berderajat 2 yang hanya memiliki satu variabel disebut *bentuk kuadrat*, dan seterusnya.

**Soal 4** Berapakah derajat dari setiap bentuk aljabar ⓐ sampai ⓕ dari Q pada halaman sebelumnya?

## Kunci Jawaban

(1) $2 \times x$ (2) $-3 \times x \times x$

(3) $5 \times x \times x \times y$

**Soal 3**

(1) 1 (2) 2

(3) 2 (4) 3

**Soal 4**

a. Derajat 1 b. Derajat 2

c. Derajat 1 d. Derajat 2

e. Derajat 2 f. Derajat 3

## Soal Sejenis

Apakah bentuk berikut merupakan bentuk monom atau bentuk polinom? Sebutkan juga derajatnya.

(1) $x + y$ (2) $-5x^2$

(3) $\frac{3x + 8}{2}$ (4) $x^2 + 3x - 8$

(5) $x - 2xy - 6y$

### 4. Penggunaan

Pada bentuk suku tunggal, peserta didik memahami tentang derajat dengan mengonfirmasi hal-hal berikut.

a. Bentuk suku tunggal adalah bentuk (bilangan) × (variabel).

b. Bagian bilangan disebut koefisien.

c. Derajat ditentukan oleh bagian variabel.

Saat mencari derajat dari suku banyak, dapat terjadi kesalahan, yaitu menjumlahkan derajat dari setiap suku. Ajarkan dengan cermat agar dapat dipahami dengan benar bahwa, "di antara derajat tiap suku pada polinom, derajat yang paling maksimum adalah derajat polinom".

Seperti pada "Catatan", derajat dari suku-sukunya dapat dibandingkan dengan "lebih dari" atau "kurang dari".

### 5. Penggunaan Ilustrasi Percakapan

Sebelum masuk ke perhitungan bentuk aljabar, telah dipelajari struktur dasar dari bentuk aljabar. Dengan memahami bentuk suku tunggal, bentuk suku banyak, dan derajat, maka peserta didik dapat mengaitkan dengan halaman berikut sambil merasa penasaran apakah pada perhitungan bentuk yang memuat 2 variabel juga dapat dilakukan dengan cara yang sama.

**Referensi**  **Urutan bilangan mengenai suatu variabel**

Hal ini memang tidak dibahas di Buku Siswa, akan tetapi mengenai derajat dalam persamaan adakalanya disebut "persamaan linear mengenai $x$". Pertimbangkan juga bahwa bilangan yang menyertai $x$ pada suatu suku tunggal disebut koefisien atau konstanta dari $x$.

Misalnya, $2x^2 + 4xy$ adalah bentuk kuadrat untuk $x$, tetapi juga dapat dianggap sebagai "bentuk linear untuk $y$". Sisi kanan $ax + b$ dari fungsi linear $y = ax + b$ adalah bentuk linear untuk $x$.

## 2 Penyederhanaan Bentuk Suku Banyak

3 jam

### • Tujuan •

1. Peserta didik dapat menentukan suku sejenis dan menyederhanakan suku sejenis yang sudah dikelompokkan menjadi satu.
2. Peserta didik dapat menghitung penjumlahan/pengurangan polinom dengan polinom, dan perkalian/pembagian polinom dengan bilangan.
3. Peserta didik dapat menyederhanakan bentuk yang agak rumit, seperti bentuk aljabar dengan koefisien berupa bilangan pecahan.

### Kunci Jawaban

$3a + 4b - 2a + 2b$

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**1. Penggunaan Q**

Ini adalah soal untuk membayangkan suku sejenis yang mirip dengan benda konkret. Hal ini membuat peserta didik memahaminya secara intuitif dengan mengaitkannya dengan bentuk aljabar.

**2. Penggunaan Contoh 1, Soal 2**

Mengelompokkan suku sejenis menjadi satu dari Q memang dapat dipahami secara intuitif, akan tetapi di bagian ini peserta didik diharapkan menyadari penyederhanaan suku sejenis menjadi satu dapat menggunakan aturan distributif.

Pada Soal 2, setelah menyederhanakan suku sejenis, akan terlihat kesalahan seperti $2x + 3y = 5xy$. Di sini perlu dikonfirmasi kembali seperti pada contoh apel dan jeruk di mana $2x + 3y$ tidak dapat disederhanakan lagi.

Selain itu, penghitungan yang derajatnya 2 seperti pada Contoh 1 (2) perlu diajarkan dengan cermat karena peserta didik belum punya pengalaman belajar seperti ini di kelas VII.

2 Penyederhanaan Bentuk Suku Banyak

•Tujuan• Peserta didik dapat menyederhanakan bentuk suku banyak dengan dua variabel.

Suku-Suku Sejenis

Q Saya ingin membeli 3 apel dengan harga masing-masing $a$ rupiah, dan 4 donat dengan harga masing-masing $b$ rupiah. Namun, saya tidak memiliki uang yang cukup sehingga saya mengurangi 2 apel dan menambah 2 donat. Nyatakan harga total dari pembelian ini dengan menggunakan sebuah bentuk aljabar.

Suku-suku yang memiliki variabel yang sama dalam suatu bentuk aljabar, seperti $3a$ dan $-2a$, atau $4b$ dan $2b$ dalam bentuk polinom disebut *suku-suku sejenis.*



Soal 1 Tentukan suku sejenis pada setiap bentuk suku banyak berikut.

(1) $3x - 4y - 7x + 2y$ (2) $a - 6b - 9b + 3a$

Suku-suku sejenis dapat disederhanakan ke dalam satu suku dengan menggunakan sifat distributif.

$m\,a + n\,a = (m + n)\,a$

Contoh 1

(1) $2x + 8y - 6x + y$
$= 2x - 6x + 8y + y$
$= (2 - 6)x + (8 + 1)y$
$= -4x + 9y$

Ubah urutan suku-suku

Sederhanakan suku sejenis

(2) $4a^2 - 7a + 6a + 3a^2$
$= 4a^2 + 3a^2 - 7a + 6a$
$= (4 + 3)a^2 + (-7 + 6)a$
$= 7a^2 - a$

Catatan Derajat $a^2$ dan $a$ berbeda sehingga keduanya bukan suku sejenis.

6 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

**3. Penggunaan Catatan**

Beberapa peserta didik salah mengartikan suku yang memuat $a^2$ dan suku yang memuat $a$ sebagai suku sejenis, maka perlu dijelaskan perbedaannya. Seperti $4x$ (panjang sisi) dan $x^2$ (luas) pada Q hal. 4 Buku Siswa, menunjukkan bahwa derajat yang berbeda memiliki arti dan satuan yang berbeda, dan ada baiknya memperjelas perbedaan di antara keduanya.

Pada Contoh 1 (2), peserta didik dibuat memahami perbedaan secara nyata dengan mengganti variabel dengan bilangan.

**Soal 2** Sederhanakan suku-suku sejenis untuk tiap suku banyak berikut.

(1) $5x + 2y - 3x + y$ (2) $-7a + 2b + 6b - 2a$

(3) $a - 4b + 7 - 3a + 8b$ (4) $4x^2 + 3x^2$

(5) $x^2 + 9x - 8x^2 - x$ (6) $-3x^2 - 7x + 3x^2 + 2x$

(7) $2x^2 - 6x - 2 - 3x$ (8) $x^2 - 8x + 4 - 3x^2 + 8x$

BAB 1 | Menyederhanakan Bentuk Aljabar

### Penjumlahan Bentuk Suku Banyak

Dengan mengingat pelajaran SMP Kelas VII, bagaimana kamu menyederhanakan bentuk aljabar seperti $(2x + 4) + (x - 2)$?

Tentukan hasil penjumlahan dari $x - 2y$ dan $-3x + 5y$.

Penjumlahan bentuk-bentuk suku banyak dapat disederhanakan dengan menggabungkan suku sejenis dengan cara menjumlahkan koefisiennya.

**Berpikir Matematis**

Kamu dapat berpikir bahwa perhitungan bentuk-bentuk suku banyak sama seperti perhitungan bentuk-bentuk aljabar seperti di SMP kelas VII.

**Soal 3** Tentukan hasil penjumlahan untuk setiap pasangan bentuk aljabar berikut.

(1) $6a + 4b$ dan $3a + b$ (2) $2x^2 + 6x$ dan $x^2 - 9x$

**Soal 4** Sederhanakanlah.

(1) $(a + 7b) + (4a - 3b)$ (2) $(-6x^2 + 5x - 7) + (3x^2 - 5x)$

(3)
$$\begin{array}{r} 4x \; - \; y \\ 2x \; + \; 3y \\ \hline \end{array} +$$

(4)
$$\begin{array}{r} 3x - y - 5 \\ -2x - 4y + 3 \\ \hline \end{array} +$$



## Kunci Jawaban

**Soal 2**

(1) $2x + 3y$
(2) $-9a + 8b$
(3) $-2a + 4b + 7$
(4) $7x^2$
(5) $-7x^2 + 8x$
(6) $-5x$
(7) $2x^2 - 9x - 2$
(8) $-2x^2 + 4$

Bukalah tanda kurung, lalu operasikan masing-masing suku yang memuat variabel dan suku konstanta.

$(2x + 4) + (x - 2)$
$= 2x + 4 + x - 2$
$= 2x + x + 4 - 2$
$= 3x + 2$

**Soal 3**

(1) $9a + 5b$
(2) $3x^2 - 3x$

**Soal 4**

(1) $5a + 4b$
(2) $-3x^2 - 7$
(3) $6x + 2y$
(4) $x - 5y - 2$

### 4. Penggunaan Q

Mengingat kembali penjumlahan bentuk aljabar yang dipelajari pada kelas VII dan konfirmasikan bahwa itu dihitung dengan prosedur berikut.

① Hapus tanda kurung dengan memperhatikan sifat distributif.

② Operasikan masing-masing suku yang memuat variabel dan suku konstanta.

### 5. Penggunaan Contoh 2, dan Cara Berpikir Matematis 1

Ini adalah penjumlahan dari bentuk polinom yang memuat dua variabel. Pastikan pada bentuk pertama, di setiap bentuk diberi tanda kurung. Saat itu, peserta didik diharapkan dapat membaca perbedaan arti antara dengan atau tanpa tanda kurung, sehingga peserta didik dapat memahami perlunya tanda kurung. Lalu, saat membandingkan dengan perhitungan di Q, peserta didik menganggap dapat mengerjakan dengan prosedur perhitungan yang sama. (Penalaran analogi).

Setelah menghapus tanda kurung, kembali ke Contoh 1 di halaman sebelumnya.

### 6. Perhitungan Penulisan Vertikal

Pada perhitungan penulisan vertikal, ajarkanlah agar peserta didik menulis suku sejenis dengan sesuai. Apabila tidak ada suku sejenis, maka ditulis dengan mengosongkan tempat tersebut seperti di bawah ini.

(Contoh)

$$\begin{array}{r|r|r} 3x & -2y & +4 \\ x & & -7 \\ \hline 4x & -2y & -3 \end{array} +$$

Perhitungan penulisan vertikal telah diajarkan juga di kelas VII. Akan tetapi, perlu dibiasakan dengan perhitungan ini karena ada juga metode yang menggunakan cara menambah atau mengurangi persamaan simultan pada bab berikutnya.

## Kunci Jawaban

$$\begin{aligned} &(3x + 1) - (2x - 5) \\ =\ &(3x + 1) + (\boxed{-}2x\boxed{+}5) \\ =\ &3x + 1 \boxed{-} 2x \boxed{+} 5 \\ =\ &x + 6 \end{aligned}$$

**Soal 5**

(1) $3a + 3b$ (2) $x^2 + 15x$

**Soal 6**

(1) $3a - 7b$ (2) $7x^2 + 5x + 2$

(3) $7x + 9y$ (4) $-x + 4y - 7$

**Soal 7**

$3x + 6 = 9x$ adalah salah

(Alasan)

$3x$ dan 6 bukan suku sejenis, maka $3x + 6$ tidak dapat lebih disederhanakan lagi.

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

### 7. Penggunaan 

Meninjau kembali metode pengurangan dari persamaan yang dipelajari pada kelas VII. Peserta didik memastikan bahwa metode pengurangan persamaan linear dapat dihitung dengan mengubah tanda minus setiap suku pada persamaan sehingga menjadi metode penjumlahan.

### 8. Penggunaan Contoh 3

Ini adalah metode pengurangan suku banyak yang memuat 2 variabel. Peserta didik akan memikirkan prosedur perhitungan dengan membandingkan perhitungan di Q. Persamaan yang tertulis di baris kedua KUNCI JAWABAN [$= 5x - 4y)+(-3x + 7y)$] ingin mengajarkan bahwa kalau sudah terbiasa dengan perhitungan, boleh juga dipersingkat.

### 9. Metode Pengurangan dengan Penulisan Vertikal

Sama seperti perhitungan metode penjumlahan, ini merupakan perhitungan yang menggunakan metode penjumlahan/pengurangan pada sistem persamaan, maka peserta didik diajak memahami sambil membandingkan dengan perhitungan penulisan horizontal.

Pada tahap ini, peserta didik diarahkan agar menghitung persamaan dengan metode penjumlahan, yaitu dengan mengganti penulisannya seperti yang ditampilkan di dalam Buku Siswa, lalu perlahan-lahan diarahkan agar dapat melakukan metode pengurangan dengan mudah.

**Pengurangan Bentuk Suku Banyak**

Q Isilah □ di samping kanan dengan menggunakan tanda yang tepat. Tentukan hasil dari perhitungan yang dilakukan.

$$\begin{aligned} &(3x + 1) - (2x - 5) \\ =\ &(3x + 1) + (\square\ 2x\ \square\ 5) \\ =\ &3x + 1\ \square\ 2x\ \square\ 5 \end{aligned}$$

Contoh 3 Tentukan hasil dari $5x - 4y$ dikurangi $3x - 7y$.

Penyelesaian

$$\begin{aligned} &(5x - 4y) - (3x - 7y) \\ =\ &(5x - 4y) + (-3x + 7y) \\ =\ &5x - 4y - 3x + 7y \\ =\ &2x + 3y \end{aligned}$$

Dalam pengurangan, pastikan menggunakan tanda kurung.

Jawab: $2x + 3y$

$$\begin{array}{r} 5x - 4y \\ 3x - 7y \\ \hline \end{array} -$$

↓

$$\begin{array}{r} 5x - 4y \\ -3x + 7y \\ \hline 2x + 3y \end{array} +$$

Pengurangan bentuk suku banyak dilakukan dengan cara mengubah tanda pada suku-suku pengurang dan menambahkannya ke suku yang akan dikurangi.

Soal 5 Untuk setiap dua bentuk aljabar berikut, tentukanlah hasil pengurangan bentuk aljabar sebelah kiri oleh bentuk aljabar sebelah kanan.

(1) $6a + 4b, 3a + b$ (2) $2x^2 + 6x, x^2 - 9x$

Soal 6 Sederhanakanlah.

(1) $(4a - 2b) - (a + 5b)$ (2) $(x^2 + 3x + 7) - (-6x^2 - 2x + 5)$

(3) $\begin{array}{r} 8x + 7y \\ x - 2y \\ \hline \end{array} -$ (4) $\begin{array}{r} x + 4y - 1 \\ 2x + 6 \\ \hline \end{array} -$

Cobalah
Hlm.15 Penguatan 1-1

Soal 7 Diskusi Deni melihat catatan adik perempuannya yang duduk di bangku SMP Kelas VII. Tunjukkan di mana salahnya dan beri penjelasan.

Apa ini benar?

$$\begin{aligned} &(4x + 1) - (x - 5) \\ =\ &4x + 1 - x + 5 \\ =\ &3x + 6 \\ =\ &9x \end{aligned}$$



8 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

### 10. Penggunaan Soal 7

Pada metode penjumlahan dan metode pengurangan yang memuat 2 variabel, berdasarkan pemahaman bahwa "$x$ dan $y$ tidak dapat disatukan", peserta didik melihat kembali perhitungan di kelas VII, lalu dijelaskan dengan mudah serta ditunjukkan kesalahan tersebut. Memiliki kesempatan untuk belajar ulang seperti ini, sangat penting untuk memperdalam pemahaman.

### 11. Penggunaan Ilustrasi Percakapan

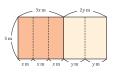
Di sini telah dipelajari bahwa metode penjumlahan dan metode pengurangan bentuk aljabar dengan 2 variabel dapat dihitung sama dengan bentuk aljabar di kelas VII, yaitu dengan mengelompokkan suku sejenis. Jika metode penjumlahan dan metode pengurangan bisa digunakan, maka peserta didik punya perkiraan bahwa pada perkalian dan pembagian pun bisa juga. Ini berkaitan dengan pembelajaran di halaman berikut.

Tujuan: Peserta didik dapat melakukan perkalian dan pembagian bentuk suku banyak dengan suatu bilangan.

**Perkalian Bentuk Suku Banyak dengan Bilangan**

Terdapat sebuah sketsa tanah berbentuk persegi panjang seperti ditunjukkan pada gambar di sebelah kanan. Nyatakan total luas dari tanah ini dalam sebuah bentuk aljabar.

Contoh 4

$5(3x + 2y)$
$= 5 \times 3x + 5 \times 2y$
$= 15x + 10y$

Dalam melakukan perkalian bentuk suku banyak dan bilangan, secara sederhana gunakanlah sifat distributif untuk menghilangkan tanda kurung.

Soal 8 Sederhanakanlah.

(1) $3(x + 5y)$ (2) $-4(-2a + b)$ (3) $(7a - 4b) \times 5$

(4) $6(5x - 2y + 1)$ (5) $(3a + 4b - 5) \times (-2)$ (6) $\frac{1}{4}(-8x - 2y)$

BAB 1 | Menyederhanakan Bentuk Aljabar

**Pembagian Bentuk Suku Banyak dengan Bilangan**

$(9x + 15y) : 3$
$= (9x + 15y) \times \frac{1}{3}$
$= 9x \times \frac{1}{3} + 15y \times \frac{1}{3}$
$= 3x + 5y$

Kali dengan kebalikan pembagi.

Dalam melakukan pembagian bentuk suku banyak dengan bilangan, secara sederhana ubahlah bentuknya ke dalam perkalian.

Soal 9 Sederhanakanlah.

(1) $(10x - 25y) : 5$ (2) $(-12a + 6b) : (-3)$

**Bab 1** Menyederhanakan Bentuk Aljabar 9

## Kunci Jawaban

$5(3x + 2y)$ m$^2$

$(15x + 10y)$ m$^2$

**Soal 8**

(1) $3x + 15y$
(2) $8a - 4b$
(3) $35a - 20b$
(4) $30x - 12y + 6$
(5) $-6a - 8b + 10$
(6) $-2x - \frac{1}{2}y$

**Soal 9**

(1) $2x - 5y$
(2) $4a - 2b$

## Soal Sejenis

Hitunglah soal berikut.

(1) $6\left(\frac{a}{2} + \frac{b}{3}\right)$

(2) $(9x - 12y + 15) \times \frac{1}{3}$

(3) $(10a + 12b) : (-2)$

(4) $(10x^2 + 5x - 40) : 5$

[(1) $3a + 2b$ (2) $3x - 4y + 5$
(3) $-5a - 6b$ (4) $2x^2 + x - 8$]

**12. Penggunaan** Q

Ini adalah soal untuk memahami perhitungan berdasarkan aturan distributif dengan ilustrasi kontekstual dan intuitif. Penampang luas seperti ini sudah diajarkan di kelas VII.

**13. Penggunaan** Contoh 4, Soal 8

Mengerjakan perhitungan perkalian polinom dan bilangan dengan menggunakan sifat distributif. Formula [(bilangan) × (formula 3 suku)] seperti pada Soal 8 (4), (5) adalah kali pertama untuk peserta didik, perlu diperhatikan.

**14. Penggunaan** Contoh 5

Untuk membagi polinom dengan bilangan, ubah menjadi metode pengalian dengan bilangan terbalik, dan terapkan hukum distributifnya.

Selain itu, dapat dihitung juga dengan mengubahnya menjadi bentuk pecahan sebagai berikut.

$$(9x - 15y) : 3 = \frac{9x - 15y}{3} = \frac{9x}{3} - \frac{15y}{3} = 3x - 5y$$

Di sini,

$$\frac{\overset{3}{\cancel{9}}x - 15y}{\underset{1}{\cancel{3}}} = 3x - 15y$$

Harap diperhatikan bahwa ada beberapa kesalahan seperti di atas. Apabila dibagi menjadi dua pecahan menjadi $\frac{9x}{3} - \frac{15y}{3}$, maka diintegrasikan ke dalam metode yang menerapkan hukum distributif dengan mengubahnya menjadi metode perkalian.

## Kunci Jawaban

**Soal 10**

(1) $8a + b$  (2) $-3y$

(3) $a - 16b$  (4) $7x - 2y - 1$

**Soal 11**

(1) $\frac{9x + 7y}{12}$  (2) $-\frac{3}{8}y$

(3) $\frac{2}{9}x + \frac{2}{3}y$  (4) $\frac{x + 7y}{5}$

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**Berbagai Macam Hitungan**

**Contoh 6**

$4(3x + 2y) - 3(5x - y)$
$= 12x + 8y - 15x + 3y$
$= -3x + 11y$



**Soal 10** Sederhanakan.

(1) $2(a + 2b) + 3(2a - b)$  (2) $-3(4x - 5y) + 6(2x - 3y)$

(3) $3(a - 2b) - 2(a + 5b)$  (4) $7(x - 2y + 1) - 4(-3y + 2)$

**Contoh 7**

Metode 1

$\frac{x + 2y}{2} - \frac{x - y}{3}$

↓ Samakan penyebutnya

$= \frac{3(x + 2y)}{6} - \frac{2(x - y)}{6}$

↓ Gabungkan dalam satu pecahan

$= \frac{3(x + 2y) - 2(x - y)}{6}$

↓ Buka tanda kurung pada pembilang

$= \frac{3x + 6y - 2x + 2y}{6}$

↓ Gabung suku-suku sejenis

$= \frac{x + 8y}{6}$

Metode 2

$\frac{x + 2y}{2} - \frac{x - y}{3}$

↓ Ubah dalam bentuk pembilang × bentuk polinom

$= \frac{1}{2}(x + 2y) - \frac{1}{3}(x - y)$

↓ Buka tanda kurung

$= \frac{1}{2}x + y - \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}y$

↓ Susun ulang suku-suku, samakan penyebutnya

$= \frac{3}{6}x - \frac{2}{6}x + \frac{3}{3}y + \frac{1}{3}y$

↓ Gabung suku-suku sejenis

$= \frac{1}{6}x + \frac{4}{3}y$

**Soal 11** Hitunglah.

(1) $\frac{x + 3y}{4} + \frac{3x - y}{6}$  (2) $\frac{x - y}{4} - \frac{2x + y}{8}$

(3) $\frac{1}{9}(5x + 3y) - \frac{1}{3}(x - y)$  (4) $x + y - \frac{4x - 2y}{5}$

Cobalah
Hlm.15
Penguatan 1-3





**15. Penggunaan Contoh 6**

Soal untuk mencari hasil pengurangan $3(5x - y)$ dari $4(3x + 2y)$. Peserta didik dapat menggunakan cara seperti berikut.

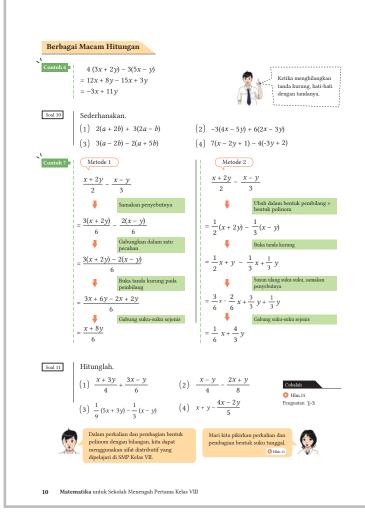
$4(3x + 2y) - 3(5x - y)$
$= 4(3x + 2y) + (-3(5x - y))$

masing-masing 4, –3 bisa dikalikan dengan setiap suku berarti menghilangkan tanda kurung. Pastikan perhitungan diawali dengan menghilangkan tanda kurung kemudian mengoperasikan suku sejenis dengan memperhatikan sifat distributif.

**16. Penggunaan Contoh 7**

Soal yang memuat bentuk pecahan, mudah sekali membuat peserta didik merasa tidak bisa. Perhitungan seperti ini poinnya adalah melakukan perhitungan dengan menyamakan pembagi. Biasanya cara sebelah kiri dianggap lebih mudah menghitungnya, akan tetapi untuk memperluas wawasan, ada baiknya mengenalkan cara sebelah kanan dan membandingkannya. Cara sebelah kiri dapat dikerjakan $\frac{x + 2y}{2} = \frac{3(x + 2y)}{6}$ dengan menambahkan tanda kurung yang tepat, dan diharapkan dapat memahami alasannya juga.

Selain itu, pada bentuk $\frac{x + 8y}{6}$ jika disederhanakan akan menjadi $\frac{1}{6}x + \frac{4}{3}y$, tetapi pastikan jawabannya cukup sampai bentuk ini saja.

Pada perhitungan di Contoh 7, hal-hal yang diperlukan adalah dapat meringkas perhitungan bentuk aljabar, seperti generalisasi, reduksi, sifat distributif, dan mengoperasikan suku sejenis. Jika peserta didik bisa mengerjakan soal ini, diharapkan peserta didik memiliki kemampuan berhitung yang baik dan percaya diri.

**17. Penggunaan Ilustrasi Percakapan**

Di sini sudah dipelajari perhitungan perkalian dan pembagian polinom 2 variabel dan bilangan dengan menggunakan sifat distributif. Peserta didik yang telah mempelajari perkalian dan pembagian suku banyak dengan bilangan, diharapkan termotivasi untuk mempelajari topik berikutnya tentang perkalian bentuk suku tunggal. Apabila ada pendapat mengenai perkalian sesama polinom, katakan bahwa itu akan dipelajari di kelas IX, agar peserta didik mempunyai perspektif pembelajaran.

## 3 | Perkalian dan Pembagian Bentuk Suku Tunggal

**• Tujuan •** Peserta didik dapat melakukan perkalian dan pembagian bentuk suku tunggal yang memuat variabel.

### Perkalian Bentuk Suku Tunggal yang Memuat Variabel

Lembaran kertas-kertas berwarna dengan panjang $a$ cm dan lebar $b$ cm seperti ubin, dijadikan suatu tikar berbentuk persegi panjang dengan panjang $3a$ cm dan lebar $4b$ cm. Berapa lembar kertas berwarna yang diperlukan? Berapa total luas daerah tikar tersebut?

**Contoh 1**

$3a \times 4b$
$= (3 \times a) \times (4 \times b)$
$= 3 \times 4 \times a \times b$
$= 12ab$

Dalam perkalian bentuk-bentuk suku tunggal yang memuat variabel, tentukanlah hasil perkalian koefisien-koefisien dan hasil perkalian variabel-variabelnya, lalu sederhanakan hasilnya.

**Soal 1** Sederhanakanlah.

(1) $5a \times 2b$ (2) $(-6x) \times 3y$ (3) $(-x) \times (-7y)$

(4) $0,4x \times (-5y)$ (5) $8a \times \frac{1}{4}b$ (6) $(-\frac{2}{3}x) \times (-9y)$

**Contoh 2**

(1) $3a^2 \times 2a$
$= (3 \times a \times a) \times (2 \times a)$
$= 3 \times 2 \times a \times a \times a$
$= 6a^3$

(2) $(-5x)^2$
$= (-5x) \times (-5x)$
$= (-5) \times (-5) \times x \times x$
$= 25x^2$

**Soal 2** Sederhanakanlah.

(1) $a^3 \times a^2$ (2) $2a^2 \times 4a$ (3) $(3x)^2$

(4) $(-4a)^2$ (5) $(-6xy) \times 2y$ (6) $8x \times (-x)^2$





## 3 Perkalian dan Pembagian Bentuk Suku Tunggal

2 jam

**• Tujuan •**

Peserta didik dapat menghitung perkalian dan pembagian sesama suku tunggal.

### Kunci Jawaban

12 lembar
Luas seluruh area pemasangan adalah
$ab \times 12 = 12ab$ (cm$^2$)

**Soal 1**

(1) $10ab$ (2) $-18xy$
(3) $7xy$ (4) $-2xy$
(5) $2ab$ (6) $6xy$

**Soal 2**

(1) $a^5$ (2) $8a^3$
(3) $9x^2$ (4) $16a^2$
(5) $-12xy^2$ (6) $8x^3$

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**1. Penggunaan** Q

(suku tunggal) × (suku tunggal) secara intuitif. Luas persegi panjang dihitung dengan (vertikal) × (horizontal), yaitu $3a \times 4b$, akan tetapi ternyata itu sama dengan $(3 \times 4)$ kali luas satuan $ab$.

Pastikan juga $3a$ adalah $3 \times a$.

**2. Penggunaan Contoh 1**

Pahami bahwa $3a \times 4b$ menjadi $12ab$ dilakukan dengan sifat komutatif pada metode perkalian. Kemudian, bentuk monom dapat dihitung dengan (perkalian koefisien) × (perkalian variabel).

**3. Penggunaan Contoh 2, Soal 1**

Ini adalah metode perkalian yang mencakup penghitungan pangkat.

Peserta didik mungkin bingung antara $2a^2$ dan $(2a)^2$
Jadi, pada tahap awal,

$2a^2 = 2 \times a \times a$, $(2a)^2 = 2a \times 2a$

arahkan peserta didik untuk menulis ulang dan kemudian menghitung.

Selain itu, untuk pengembangan perhitungan pangkat, bisa dilakukan pembelajaran yang membuat peserta didik berpikir mengenai sifat-sifat operasi bilangan (penjelasan dan materi hal.14).

## Kunci Jawaban

$5b$ m

**Soal 3**

| | | | |
|---|---|---|---|
| (1) | $2x$ | (2) | $-3a$ |
| (3) | $a$ | (4) | $-5x$ |
| (5) | $15x$ | (6) | $-6a$ |

**Soal 4**

| | | | |
|---|---|---|---|
| (1) | $6x$ | (2) | $4x^2$ |
| (3) | $-4a^2$ | (4) | 3 |

## Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

### 4. Penggunaan Q

Pada suatu persegi panjang, jika lebarnya $4a$ dikalikan panjangnya yang belum diketahui, ternyata luasnya $20ab$. Peserta didik memperoleh panjangnya $5b$. Dari hubungan (luas persegi panjang) : (lebar) = (panjang), peserta didik memahami secara intuitif bahwa $(20ab) : 4a = 5b$.

### 5. Penggunaan Contoh 3

Perhitungan (suku tunggal) : (suku tunggal) dapat dilakukan sesuai aturan berikut,

(1) ubah menjadi bentuk pecahan, lalu sederhanakan

(2) ubah ke perkalian dengan menggunakan bilangan terbalik, akan tetapi perlu dipahami cara (1) dapat diintegrasikan dengan (2).

Pada (2) perlu diwaspadai bisa jadi peserta didik melakukan kesalahan, misalnya kebalikan dari $\frac{1}{2}x$ adalah $2x$. Pada (2), perlu dijelaskan ke peserta didik bahwa koefisien dan variabel pada suku tunggal harus dilihat sebagai kesatuan, baru dicari kebalikannya.

### 6. Penggunaan Contoh 4, Soal 4

Pada perhitungan campuran antara perkalian dan pembagian, buatlah peserta didik memahami bahwa mereka bisa mengganti operasi pembagian ke operasi perkalian menggunakan kebalikan bilangan pembagi. Bila diubah ke dalam bentuk pecahan terbalik, maka akan terhindar dari kesalahan sebagai berikut:

(Contoh salah): $a^3 : a^2 \times a = a^3 : a^3 = 1$

**Pembagian Bentuk Suku Tunggal yang Memuat Variabel**

Q Sketsa tanah berbentuk persegi panjang memiliki panjang $4a$ m dan luas daerah $20ab$ m². Berapakah lebarnya?



Contoh 3

(1) $20ab : 4a = \frac{20ab}{4a} = \frac{20 \times a \times b}{4 \times a} = 5b$

(2) $(-4x^2) : \frac{1}{2}x = (-4x^2) : \frac{x}{2} = (-4x^2) \times \frac{2}{x} = \frac{-4 \times x \times x \times 2}{x} = -8x$



Soal 3 Sederhanakanlah.

(1) $12xy : 6y$ (2) $(-9ab) : 3b$ (3) $a^3 : a^2$

(4) $10x^2y : (-2xy)$ (5) $(9x^2) : \frac{3}{5}x$ (6) $4ab : \left(-\frac{2}{3}b\right)$

**Hitungan Melibatkan Kombinasi Perkalian dan Pembagian**

Contoh 4

$4y^2 : 6xy \times 12x = 4y^2 \times \frac{1}{6xy} \times 12x = \frac{4y^2 \times 12x}{6xy} = 8y$

$\frac{4 \times y \times y \times 12 \times x}{6 \times x \times y} = 8y$

Soal 4 Sederhanakanlah.

(1) $3x^2 \times 4y : 2xy$ (2) $x^3 : 2x^2 \times 8x$

(3) $12a^2b \times (-3ab) : 9ab^2$ (4) $27a^2 : (-3a)^2$

Cobalah
Hlm.15 Penguatan 1-4



12 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

Pada Soal 4 (3), kebalikannya ditentukan terlebih dahulu. Pada Soal 4 (4), hitung terlebih dahulu $(-3a)$ pangkat 2. Sebaiknya peserta didik diingatkan kembali dengan urutan operasi hitung.

### 7. Penggunaan Ilustrasi Percakapan

Sejauh ini, peserta didik telah mempelajari cara menghitung bentuk aljabar dengan dua variabel. Agar peserta didik mempunyai pengantar pembelajaran ke depan, informasikan bahwa perhitungan bentuk aljabar kelas VIII hanya sampai di sini. Ingatkan peserta didik tentang pembelajaran bentuk aljabar di kelas VII, yaitu mengganti bilangan dengan variabel untuk menemukan nilai persamaan, serta menentukan situasi yang dapat menggunakan bentuk aljabar.

4 | Nilai dari Bentuk Aljabar

•Tujuan• Peserta didik dapat menentukan nilai dari bentuk aljabar.

Nilai dari Bentuk Aljabar

Diskusi

Terkait permasalahan matematika seperti berikut, Heru dan Dewi memperoleh jawaban dengan cara yang ditunjukkan di bawah ini.

Jika $x = -5$ dan $y = 4$, tentukanlah nilai dari $7x - (6x - 2y)$.

Cara Heru

$7x - (6x - 2y)$
$= 7 \times (-5) - (6 \times (-5) - 2 \times 4)$
$= -35 - (-30 - 8)$
$= -35 - (-38)$
$= -35 + 38$
$= 3$

Cara Dewi

$7x - (6x - 2y)$
$= 7x - 6x + 2y$
$= x + 2y$
$= (-5) + 2 \times 4$
$= -5 + 8$
$= 3$

Jelaskan alasan untuk setiap cara yang digunakan di atas!

Ketika menentukan nilai dari bentuk aljabar, menyederhanakan bentuk aljabar sebelum bilangannya disubstitusikan akan memudahkan hitungan.

Soal 1 Jika $x = 5$ dan $y = -3$, carilah nilai dari bentuk aljabar berikut.

(1) $4(x - 2y) - (2x - 9y)$ (2) $-2x + y - 3(x + 2y)$

Soal 2 Jika $x = -2$ dan $y = \frac{1}{3}$, carilah nilai dari bentuk aljabar berikut.

(1) $2(3x - 6y) + 3(5y - 2x)$

(2) $(-12x^2y) : (-4x)$

Cobalah
Hlm.15
Penguatan 1-5

BAB 1 | Menyederhanakan Bentuk Aljabar

Bab 1 Menyederhanakan Bentuk Aljabar 13

## 4 | Nilai dari Bentuk Aljabar

0,5 jam

**• Tujuan •**

Peserta didik dapat menghitung nilai bentuk aljabar yang efisien dengan menggunakan perhitungan aljabar.

### Kunci Jawaban

(Jawaban Heru)
Menghitung dengan mensubstitusikan bilangan pada bentuk awal.
(Jawaban Dewi)
Menghitung dengan menyederhanakan bentuk awal, lalu mensubstitusikan bilangan.
Hasil perhitungan keduanya adalah 3.

**Soal 1**

(1) Bentuk sederhananya $2x + y$, jawabannya 7
(2) Bentuk sederhananya $-5x - 5y$, jawabannya $-10$

**Soal 2**

(1) Bentuk sederhananya $3y$, jawabannya 1
(2) Bentuk sederhananya $3xy$, jawabannya $-2$

### Soal Sejenis

Carilah nilai dari bentuk berikut, ketika $a = 4$, $b = -1$
(1) $-3a - (a + 4b)$
(2) $2(3a - b) + 5(-a + 2b)$
(3) $(a^2) : ab \times 2b^2$

(1) Bentuk sederhananya $-4a - 4b$, jawabannya $-12$
(2) Bentuk sederhananya $a + 8b$, jawabannya $-4$
(3) Bentuk sederhananya $2ab$, jawabannya $-8$

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**1. Penggunaan**

Mencari nilai bentuk aljabar dengan cara substitusi yang sudah diajarkan di kelas VII. Di kelas VIII, peserta didik diajarkan mensubstitusi bilangan setelah bentuk aljabar disederhanakan. Dengan menggunakan dua cara tersebut, peserta didik dapat mempertimbangkan manakah cara yang efektif. Melalui aktivitas diskusi, diharapkan peserta didik dapat mengetahui efektivitas penyederhanaan bentuk aljabar.

Ada kalanya nilai dari bentuk aljabar lebih mudah ditentukan dengan cara mensubstitusi nilai variabel ke bentuk awal. Hal ini sangat bergantung pada bentuk aljabar atau bilangan yang akan disubstitusi. Arahkan peserta didik agar dapat mempertimbangkan cara perhitungan mana yang efektif untuk penggunaan ke depannya.

Halaman ini memberi kesempatan bagi peserta didik untuk mengulang materi nilai bentuk aljabar pada kelas VII. Perlu diperhatikan dengan teliti saat peserta didik mensubstitusikan bilangan, agar tidak terjadi kesalahan.

## Mari Kita Periksa

**1**

(1) Bentuk suku tunggal ⓐ, ⓒ

Bentuk suku banyak ⓑ, ⓓ

(2) $x^2$, $-5x$, 2

(3) (a) Derajat 1

(b) Derajat 1

(c) Derajat 2

(d) Derajat 2

**2**

(1) $4x - 3y$

(2) $8a^2 - 7a + 4$

(3) $4x - 2y$

(4) $3x - 8y$

**3**

(1) $-12x + 3y - 21$

(2) $9a - 5b$

(3) Dari bentuk yang diberikan, diperoleh

$-10a + 20b + 12a - 21b$

$= 2a - b$

(4) Dari bentuk yang diberikan, diperoleh

$12x - 6y - 6x - 2y$

$= 6x - 8y$

**4**

(1) $-18ab$ (2) $15a^3$

(3) $36x^2$ (4) $2b$

(5) $15x$ (6) $-4y^2$

**5**

(1) $5x + 4y$

$= 5 \times (-2) + 4 \times 3$

$= -10 + 12$

$= 2$

(2) $-2x^2y$

$= -2 \times (-2)^2 \times 3$

$= -24$

## Mari Kita Periksa

**1**

Bentuk Suku Tunggal dan Suku Banyak [Hlm.4] S 1 Cth. 1 [Hlm.5] Cth. 3

Jawablah untuk bentuk aljabar ⓐ sampai ⓓ.

ⓐ $\frac{2}{3}x$ ⓑ $5x - 4y$ ⓒ $-8x^2$ ⓓ $x^2 - 5x + 2$

(1) Kelompokkan bentuk aljabar di atas ke dalam bentuk suku tunggal atau suku banyak.

(2) Tentukan suku-suku pada bentuk aljabar ⓓ.

(3) Tentukan derajat dari setiap bentuk aljabar tersebut.

**2**

Suku-Suku Sejenis [Hlm.6] Cth. 1 Penjumlahan Bentuk Suku Banyak [Hlm.7] Cth. 2 Pengurangan Bentuk Suku Banyak [Hlm.8] Cth. 3

Sederhanakanlah.

(1) $3x - 7y + x + 4y$ (2) $2a^2 - 7a + 5 + 6a^2 - 1$

(3) $(-5x + 6y) + (9x - 8y)$ (4) $(x - 3y) - (-2x + 5y)$

**3**

Perkalian Bentuk Suku Banyak dengan Bilangan [Hlm.9] Cth. 4 Pembagian Bentuk Suku Banyak dengan Bilangan [Hlm.9] Cth. 5 Berbagai Macam Hitungan [Hlm.10] Cth. 6

Sederhanakanlah.

(1) $-3(4x - y + 7)$ (2) $(18a - 10b) : 2$

(3) $5(-2a + 4b) + 3(4a - 7b)$ (4) $3(4x - 2y) - 2(3x + y)$

**4**

Perkalian dan Pembagian Bentuk Suku Tunggal [Hlm.11] Cth. 1,2 [Hlm.12] Cth. 3,4

Sederhanakanlah.

(1) $(-2a) \times 9b$ (2) $3a \times 5a^2$

(3) $(-6x)^2$ (4) $8ab : 4a$

(5) $6x^2 : \frac{2}{5}x$ (6) $12xy : (-6x) \times 2y$

**5**

Nilai dari Bentuk Aljabar [Hlm.13] S 1

Jika $x = -2$ dan $y = 3$, carilah nilai dari bentuk aljabar berikut.

(1) $(x + 7y) + (4x - 3y)$

(2) $4x^2 \times xy : (-2x)$

14 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

## Soal Sejenis

Hitunglah.

(1)
$$\begin{array}{r} 3x - 5y \\ x + 4y \\ \hline \end{array} +$$

(2)
$$\begin{array}{r} -3x + 5y \\ -9x - 7y \\ \hline \end{array} +$$

(3)
$$\begin{array}{r} x - 9y \\ 3x - 2y \\ \hline \end{array} -$$

(4)
$$\begin{array}{r} 6x + 3y \\ -2x - 8y \\ \hline \end{array} -$$

[ (1) $4x - y$ (2) $-12x - 2y$
(3) $-2x - 7y$ (4) $8x + 11y$ ]

## Penguatan

→ Menyederhanakan Bentuk Aljabar

Gunakan materi yang sudah dipelajari baik saat belajar maupun saat berlatih.



**1** Penjumlahan dan Pengurangan Bentuk Suku Banyak

(1) $2x + 3y + 7x + 5y$
(2) $-4a + 8b - 2a - 5b$
(3) $5a^2 + a^2$
(4) $3x^2 - 6x + 1 - 2x^2 + 4x$
(5) $(7a + b) + (-9a + 8b)$
(6) $(-3x^2 - 4x) + (5x^2 - x)$
(7) $(8x - 6y) - (2x + 4y)$
(8) $(-x^2 + 9x + 6) - (7x^2 - 5x + 8)$
(9)
$$\begin{array}{r} 2x - 6y - 5 \\ 3x + 2y - 4 \\ \hline \end{array} +$$
(10)
$$\begin{array}{r} -5x + 8y \\ 4x - 7y \\ \hline \end{array} -$$

**2** Perkalian dan Pembagian Bentuk Suku Banyak dengan Bilangan

(1) $2(6a - 5b + 1)$
(2) $(9x - 4y) \times (-3)$
(3) $(20a + 16b) : 4$
(4) $\dfrac{8x + 12y}{-2}$

**3** Aneka Hitungan

(1) $3(a + 2b) + 6(a - b)$
(2) $-(5x - y) + 4(3x - y)$
(3) $2(4x + y) - 7x$
(4) $8a - 5b - 3(a - 4b)$
(5) $4(2x - y) - 2(x - y + 1)$
(6) $\dfrac{1}{4}(a - 3b) - \dfrac{1}{6}(2a - 3b)$
(7) $\dfrac{2a - b}{6} + \dfrac{a + b}{8}$
(8) $\dfrac{4x - y}{3} - \dfrac{x - 3y}{2}$
(9) $x - \dfrac{x + 5y}{2}$

**4** Perkalian dan Pembagian Bentuk-Bentuk Suku Tunggal

(1) $9a \times (-5b)$
(2) $12x \times \dfrac{5}{6}y$
(3) $3x^2 \times 7x$
(4) $(-7a)^2$
(5) $4a \times (-ab)$
(6) $(-18xy) : (-9x)$
(7) $x^3 : x$
(8) $6x^2 : \dfrac{3}{4}x$
(9) $x^2 \times 4x : 8xy$
(10) $15a^2b : (-6ab^2) \times 2ab$

**5** Nilai dari Bentuk-Bentuk Aljabar

(1) Jika $a = -3$ dan $b = 8$, carilah nilai dari $a^2 - b$.
(2) Jika $x = 2$ dan $y = -5$, carilah nilai dari $8x^2y^3 : 4xy^2$.
(3) Jika $a = \dfrac{1}{2}$ dan $b = -1$, carilah nilai dari $(3a + b) - (a + 4b)$.

Jawaban Hlm.229



## Penguatan 1

### Kunci Jawaban

**1**

(1) $9x + 8y$
(2) $-6a + 3b$
(3) $6a^2$
(4) $x^2 - 2x + 1$
(5) $-2a + 9b$
(6) $2x^2 - 5x$
(7) $6x - 10y$
(8) $-8x^2 + 14x - 2$
(9) $5x - 4y - 9$
(10) $-9x + 15y$

**2**

(1) $12a - 10b + 2$
(2) $-27x + 12y$
(3) $5a + 4b$
(4) $-4x - 6y$

**3**

(1) $9a$
(2) $7x - 3y$
(3) $x + 2y$
(4) $5a + 7b$
(5) $6x - 2y - 2$
(6) $\dfrac{-a - 3b}{12}$
(7) $\dfrac{11a - b}{24}$
(8) $\dfrac{5x + 7y}{6}$
(9) $\dfrac{x - 5y}{2}$

**4**

(1) $-45ab$
(2) $10xy$
(3) $21x^3$
(4) $49a^2$
(5) $-4a^2b$
(6) $2y$
(7) $x^2$
(8) $8x$
(9) $\dfrac{x^2}{2y}$
(10) $-5a^2$

**5**

(1) $(-3)^2 - 8$
$= 9 - 8$
$= 1$

(2) $2xy$
$= 2 \times 2 \times (-5)$
$= -20$

(3) $2a - 3b$
$= 2 \times (\dfrac{1}{2}) - 3 \times (-1)$
$= 1 + 3$
$= 4$

# Menggunakan Bentuk Aljabar

4 jam

## 1 Penjelasan Menggunakan Bentuk Aljabar

3 jam

### Tujuan

1. Peserta didik dapat menjelaskan hubungan antara bilangan dan bilangan dengan menggunakan bentuk aljabar.
2. Peserta didik dapat menjelaskan sifat bilangan dan bentuk geometris dengan menggunakan bentuk aljabar.

### Kunci Jawaban

21, 33, 72

- Kelipatan 3
- Kelipatan 3 dari bilangan tengah

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

#### 1. Penjelasan Bentuk Aljabar

Di sini kita mempelajari hubungan bilangan dengan bilangan menggunakan aljabar dan aturannya, serta membaca arti dari bentuk aljabar. Peserta didik dapat menjelaskan hubungan antara suatu nilai dengan bentuk aljabar dan menggeneralisasikannya, berdasarkan pelajaran ini.

Dalam pembelajaran, berikan kegiatan diskusi yang secara induktif menemukan sifat-sifat bilangan dan bentuk geometri, serta kegiatan yang membuat peserta didik antusias untuk menjelaskan sifat yang ditemukannya. Selain itu, untuk penjelasan umum, peserta didik perlu memahami pentingnya bentuk aljabar, dan memahami keunggulan penggunaan bentuk aljabar.

#### 2. Penggunaan Q, Penalaran Matematis 2

Soal ini membuat peserta didik menemukan secara induktif sifat dari 3 bilangan bulat yang berurutan. Aktivitas yang dipentingkan adalah saling berkomunikasi tentang sifat dari hal yang telah ditemukan. Peserta didik selain menyadari bahwa jumlahnya adalah kelipatan 3, mungkin ada yang menyadari juga bahwa jumlahnya 3 kali lipat bilangan tengah. Ada baiknya mengonfirmasi sifat-sifat tersebut. Disesuaikan dengan temuan peserta didik, mungkin juga ada yang menampilkan jumlahnya adalah 0 atau bilangan negatif.

2 Menggunakan Bentuk Aljabar

1 Penjelasan Menggunakan Bentuk Aljabar

Tujuan: Peserta didik dapat menjelaskan sifat-sifat bilangan dan gambar geometri menggunakan bentuk aljabar.

Q Diskusi: Tentukan jumlah dari tiga bilangan bulat berurutan, seperti 6, 7, dan 8. Diskusikan sifat-sifat apakah yang dimiliki oleh penjumlahan tiga bilangan tersebut.

$6 + 7 + 8 = \square$

$10 + 11 + 12 = \square$

$23 + 24 + 25 = \square$

Berpikir Matematis: Dengan menggunakan bilangan-bilangan tertentu, apa yang dapat kamu amati dari penjumlahan tiga bilangan bulat berurutan?

Terkait sifat yang ditemukan dalam Q, kita tidak dapat memeriksa apakah sifat tersebut berlaku untuk semua bilangan dengan hanya melakukan perhitungan terhadap bilangan-bilangan tertentu. Dalam hal ini, dengan menggunakan bentuk aljabar, kita dapat membuktikan bahwa sifat tersebut berlaku untuk semua bilangan.

Contoh 1: Jelaskan dengan menggunakan bentuk aljabar, mengapa jumlah dari tiga bilangan bulat berurutan adalah kelipatan 3.

Berpikir Matematis: Jumlah 3 bilangan bulat berurutan adalah kelipatan 3 dapat dijelaskan dengan menggunakan bentuk aljabar.

Cara: Nyatakan 3 bilangan bulat berurutan dengan menggunakan sebuah variabel dan tunjukkan bahwa jumlahnya berupa 3 × (bilangan bulat).

Penyelesaian: Jika kita misalkan bilangan terkecil adalah $n$, maka 3 bilangan bulat berurutan dapat dinyatakan dengan $n$, $n + 1$, $n + 2$. Jumlah ketiganya adalah

$n + (n + 1) + (n + 2)$
$= 3n + 3$
$= 3(n + 1)$

$n + 1$ adalah bilangan bulat, sehingga $3(n + 1)$ merupakan kelipatan 3. Dengan demikian, jumlah dari 3 bilangan bulat berurutan adalah kelipatan 3.

Catatan: Ketika kita berbicara tentang kelipatan sebuah bilangan, kelipatan dengan 0 atau bilangan negatif juga diperhitungkan sebagai kelipatan bilangan tersebut.

16 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

Tidak terbatas banyaknya pasangan tiga bilangan bulat berurutan sehingga tidak mungkin kita mencari seluruh kemungkinan. Hal ini dapat dikaitkan dengan pentingnya menggunakan bentuk aljabar.

#### 3. Penggunaan Penalaran Matematis 3

Menjelaskan secara deduktif bahwa jumlah 3 bilangan bulat berurutan adalah kelipatan 3. Pada prosesnya termasuk kegiatan sebagai berikut.

(1) Memilih 3 bilangan bulat berurutan dengan menggunakan variabel $n$. Ketiga bilangan bulat yang dipilih adalah $n$, $n + 1$, $n + 2$.
(2) Menghitung jumlahnya, dan hasilnya dinyatakan dalam bentuk $3(n + 1)$.
(3) Membaca bahwa $3\ (n + 1)$ dianggap sebagai $3 \times$ (bilangan bulat), dan hasilnya adalah kelipatan 3.
(4) Memahami bahwa jumlah 3 bilangan bulat berurutan adalah kelipatan 3.

Dengan demikian, pada saat menjelaskan dengan menggunakan variabel, digunakan bentuk aljabar, perhitungan dan pembacaan secara komprehensif.

**Soal 1** Dari penyelesaian Contoh 1 pada halaman sebelumnya, apa lagi yang dapat kita ketahui tentang jumlah dari 3 bilangan bulat berurutan selain kelipatan 3?

**Soal 2** Jelaskan Contoh 1 pada halaman sebelumnya dengan memisalkan $n$ sebagai bilangan yang di tengah.

Pertama diberikan suatu bilangan asli dua digit. Bilangan kedua diperoleh dari bilangan pertama, tetapi dengan menukar letak digit satuan dengan digit puluhannya. Jumlah kedua bilangan tersebut merupakan kelipatan bilangan tertentu. Periksa kelipatan berapakah hasil penjumlahannya.

$21 + 12 = \square$
$35 + 53 = \square$
$47 + 74 = \square$
$\square + \square = \square$
$\square + \square = \square$

Untuk suatu bilangan asli dua digit, dengan memisalkan $a$ sebagai digit puluhan dan $b$ sebagai digit satuan maka bilangan tersebut dapat dinyatakan sebagai $10a + b$.

$36 = 10 \times 3 + 1 \times 6$
$74 = 10 \times 7 + 1 \times 4$
$10 \times a + 1 \times b$

**Contoh 2** Jelaskan mengapa jumlah dari suatu bilangan asli dua digit dan bilangan yang diperoleh dari menukar digit puluhan dengan digit satuan pada bilangan pertama merupakan kelipatan 11.

**Penyelesaian**

Jika kita misalkan digit satuan dari bilangan dua digit adalah $a$ dan digit puluhannya adalah $b$, maka

Bilangan mula-mula adalah $10a + b$.

Bilangan kedua hasil penukaran digit adalah $10b + a$.

Jumlah kedua bilangan tersebut adalah

$$(10a + b) + (10b + a) = 11a + 11b$$
$$= 11(a + b)$$

Karena $a + b$ adalah bilangan bulat, maka $11(a + b)$ adalah kelipatan 11.

Oleh karena itu, jumlah dari suatu bilangan asli dua digit dan bilangan yang diperoleh dari menukar digit puluhan dengan satuan pada bilangan pertama merupakan kelipatan 11.

**Soal 3** Apa yang dapat kita katakan tentang selisih antara suatu bilangan asli dua digit dengan bilangan yang diperoleh dari menukar digit puluhan dengan satuan pada bilangan pertama? Jelaskan menggunakan bentuk aljabar.

BAB 1 | Menyederhanakan Bentuk Aljabar

**Bab 1** Menyederhanakan Bentuk Aljabar 17

## Kunci Jawaban

**Soal 1**

3 kali lipat bilangan tengah.

**Soal 2**

3 bilangan bulat yang berurutan, jika digit tengah dianggap $n$, maka ditulis, $n - 1$, $n$, $n + 1$. Jumlah semuanya adalah

$$(n - 1) + n + (n + 1) = 3n$$

Perhatikan bahwa $3n$ adalah kelipatan 3 karena $n$ adalah bilangan bulat. Jadi, jumlah 3 bilangan bulat berurutan adalah kelipatan 3. Pastikan urutan perhitungan diawali dengan menghilangkan tanda kurung, lalu mengoperasikan suku sejenis dengan sifat distributif.

33, 88, 121

(Contoh) $60 + 6 = 66$
$98 + 89 = 187$

Keduanya kelipatan 11

**Soal 3**

Menjadi kelipatan 9

(Penjelasan)

Misalkan $a$ adalah angka puluhan dari bilangan asli dua digit dan $b$ adalah digit satuan, maka bilangan asli tersebut adalah $10a + b$. Bilangan asli yang digitnya bertukar tempat adalah $10b + a$. Selisih 2 bilangan ini adalah

$$(10a + b) - (10b + a) = 9a - 9b$$
$$= 9(a - b)$$

$(a - b)$ adalah bilangan bulat, maka $9(a - b)$ adalah kelipatan 9. Oleh karena itu, bilangan asli dua digit dan bilangan asli yang diperoleh dari menukar tempat digit satuan dengan digit puluhan, selisihnya merupakan kelipatan 9.

### 4. Penggunaan Q

Sama seperti pada Q, kegiatan saling berkomunikasi menjelaskan sifat dari hal-hal yang ditemukan secara induktif, sangat penting. Jika bilangan asli 2 digit adalah 60, maka pastikan bahwa bilangan kedua adalah 6.

### 5. Cara Menunjukkan Bilangan Asli 2 Angka

Ingatkan peserta didik tentang nilai tempat, dan buat peserta didik memahami bahwa bilangan asli 2 digit dapat dimisalkan menjadi $10a + b$ dengan menggunakan variabel yang biasa. Pastikan juga bahwa dalam bentuk aljabar, jika variabel ditulis berjajar seperti $ab$, itu berarti $a \times b$.

### 6. Penggunaan Contoh 2

Saat menjelaskan dengan bentuk aljabar, perlu ditekankan 2 hal berikut.

- Bilangan asli yang dapat dibuat dengan menukar digit puluhan dan digit satuan dari $10a + b$, adalah $10b + a$.
- Kelipatan 11 harus diwakili oleh "11 × (bilangan bulat)".

### 7. Penggunaan Soal 3

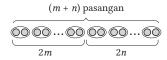
Seperti pada $27 - 72 = -45$, ada kalanya selisihnya adalah bilangan negatif, namun seperti yang tertulis pada "CATATAN" pada halaman sebelumnya, umumnya, apabila memperhatikan kelipatan, maka harus memikirkan juga bilangan negatif. (Dalam beberapa kasus, kelipatan hanya dianggap dalam kisaran 0 dan bilangan positif.) Pastikan hal itu juga.

## Kunci Jawaban

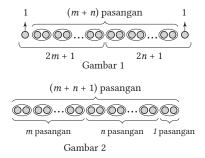
(1) Bilangan ganjil (2) Bilangan genap

(3) Bilangan genap

1 (Contoh Penjelasan)

(2) Dengan menambahkan bilangan genap $2n$ kepada $2m$, maka terdapat $(m + n)$ pasangan, seperti yang ditunjukkan pada gambar berikut. Oleh karena itu, jumlah bilangan genap dan bilangan genap adalah bilangan genap.

(3) Dengan menambahkan bilangan ganjil $2n + 1$ kepada $2m + 1$, maka terdapat $(m + n)$ pasangan dan sisa 2 lingkaran tidak berpasangan, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 1. Jika disusun ulang, maka dapat dibuat sebanyak $(m + n + 1)$ pasangan, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 2. Oleh karena itu, jumlah bilangan ganjil dengan bilangan ganjil adalah bilangan genap.

Gambar 1

Gambar 2

Jumlah bilangan ganjil dengan bilangan ganjil adalah bilangan genap.

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**8. Aktivitas Matematis**

Aktivitas matematis yang ditunjukkan pada kegiatan pembelajaran adalah "kegiatan mengomunikasikan pembuktian jumlah bilangan genap dan bilangan ganjil adalah bilangan ganjil menggunakan bentuk aljabar". Saat pembelajaran, penting sekali peserta didik menjelaskan secara lisan dalam kelompok kecil agar terjadi pembelajaran kolaboratif.

**9. Penggunaan Q**

Bilangan genap dan bilangan ganjil sudah diajarkan di SD kelas V. Di sini diarahkan secara induktif, hasil penjumlahan dari bilangan ganjil dan genap

[ Aktivitas Matematis ]

Komunikasi

Q Dari jumlah pasangan bilangan berikut, mana yang menghasilkan bilangan ganjil dan mana yang menghasilkan bilangan genap?

(1) (Ganjil) + (Genap) (2) (Genap) + (Genap) (3) (Ganjil) + (Ganjil)

Bilangan genap adalah bilangan yang habis dibagi 2. Dengan kata lain, bilangan genap merupakan kelipatan 2. Oleh karena itu, jika kita misalkan $m$ adalah bilangan bulat, maka bilangan genap dapat dinyatakan dengan $2m$. Bilangan ganjil tidak habis dibagi 2. Dengan kata lain, bilangan ganjil selalu lebih besar satu dari suatu bilangan genap. Oleh karena itu, jika kita misalkan $n$ adalah bilangan bulat, maka bilangan ganjil dapat dinyatakan dengan $2n + 1$.



Dengan menggunakan ini, pikirkan kembali Q.

1 Dewi menjelaskan mengapa jumlah bilangan genap dan bilangan ganjil hasilnya adalah bilangan ganjil seperti berikut ini.

Cara Dewi

Jika kita menjumlahkan bilangan ganjil $2n + 1$ ke bilangan genap $2m$, maka kita memperoleh dua pasangan sebanyak $(m + n)$ dan tersisa 1 lingkaran yang tidak berpasangan, seperti terlihat pada gambar di kanan. Oleh karena itu, jumlah bilangan genap dan bilangan ganjil adalah bilangan ganjil.



Dengan menggunakan Cara Dewi, jelaskan hasil (2) dan (3) pada Q.

18 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

secara umum. Kemudian, peserta didik memahami pemisalan bilangan genap dan bilangan ganjil dengan menggunakan variabel.

**10. Penggunaan 1**

Menjelaskan dengan menggunakan gambar. Pertama-tama membaca penjelasan Dewi, lalu peserta didik berkomunikasi menjelaskan dalam kelompok kecil agar dapat saling mendukung. Penjelasan secara lisan sangat penting di sini.

**11. Penggunaan 2**

Peserta didik menjelaskan dengan menggunakan bentuk aljabar dengan mengacu pada penjelasan dengan menggunakan gambar pada 1. Diharapkan peserta didik dapat menjelaskan dengan memiliki perspektif bahwa jumlah dapat dijelaskan dengan bentuk "2 × (bilangan bulat) + 1".

**12. Penggunaan 3**

Hal yang perlu diperhatikan oleh peserta didik adalah memastikan $2m$, $2m + 1$ secara berurutan adalah bilangan genap dan bilangan ganjil. Hal ini dapat dilakukan dengan cara mengganti $m$ dengan bilangan asli.

2 Heru menjelaskan mengapa jumlah dari bilangan genap dan bilangan ganjil adalah bilangan ganjil dengan menggunakan bentuk aljabar seperti berikut. Lengkapi penjelasan Heru dengan mengisi ☐ dengan bentuk aljabar atau kata-kata yang tepat.

Cara Heru

Jika kita misalkan $m$ dan $n$ adalah bilangan-bilangan bulat, maka bilangan genap dapat dinyatakan dengan $2m$, dan bilangan ganjil dapat dinyatakan dengan $2n + 1$. Jumlah bilangan genap dan bilangan ganjil adalah

$2m + (2n + 1)$

$= 2m + 2n + 1$

$= 2($ ☐ $) + 1$

Karena ☐ bilangan bulat, maka ☐ adalah bilangan ganjil.

Oleh karena itu, ☐.

3 Asep menjelaskan 1 dan 2 di atas, dengan memisalkan bilangan genap sebagai $2m$ dan bilangan ganjil dengan $2m + 1$. Jelaskan apakah cara Asep itu benar atau tidak.

4 Dengan menggunakan bentuk aljabar, tuliskan penjelasan (2) dan (3) pada 1 di halaman sebelumnya. Coba jelaskan kepada temanmu dengan cara tersebut.

5 Dengan meninjau kembali apa yang telah kamu pelajari hingga saat ini, buatlah kesimpulan terhadap tiap pertanyaan berikut.

① Bagaimana cara menyatakan pernyataan berikut menggunakan variabel: "3 bilangan bulat berurutan", "Bilangan asli dua digit", "Bilangan genap dan bilangan ganjil", "Kelipatan 3", dan lain-lain?

② Mengapa penjelasannya jauh lebih baik jika menggunakan bentuk aljabar?

Soal 4 Diskusi | Pada 2 di halaman 3, jelaskan bagaimana kita menebak hari ulang tahun.

BAB 1 | Menyederhanakan Bentuk Aljabar

Bab 1 Menyederhanakan Bentuk Aljabar 19

## Kunci Jawaban

$m + n$, $m + n$, $2(m + n) + 1$

Jumlah bilangan genap dan bilangan ganjil adalah bilangan ganjil.

$2m$, $2m + 1$ akan menjadi bilangan genap dan bilangan ganjil berurutan, seperti 4 dan 5($m = 2$), 10 dan 11($m = 5$). Tidak mungkin menjelaskan jumlah dari semua bilangan genap dan bilangan ganjil.

(2 Jika $m$, $n$ adalah bilangan bulat, maka dua bilangan genapnya adalah $2m$, $2n$.
Jumlah dua bilangan genapnya adalah

$$2m + 2n = 2(m + n)$$

$(m + n)$ adalah bilangan bulat, maka $2(m + n)$ adalah bilangan genap. Oleh karena itu, jumlah bilangan genap dengan bilangan genap adalah bilangan genap.

(3) Jika $m$, $n$ adalah bilangan bulat, maka dua bilangan ganjilnya adalah $2m + 1$, $2n + 1$.
Jumlah dua bilangan ganjilnya adalah

$$(2m + 1) + (2n + 1)$$
$$= 2m + 2n + 2$$
$$= 2(m + n + 1)$$

$m + n + 1$ adalah bilangan bulat, maka $2(m + n + 1)$ adalah bilangan genap. Oleh karena itu, jumlah bilangan ganjil dengan bilangan ganjil adalah bilangan genap.

**5**

① "Tiga bilangan bulat yang berurutan" misalnya disimbolkan oleh variabel $n$, $n + 1$, $n + 2$ dengan $n$ adalah bilangan bulat. Boleh juga disimbolkan oleh $n - 1$, $n$, $n + 1$.
"Bilangan asli dua digit" misalnya disimbolkan oleh $10a + b$ jika digit puluhannya adalah $a$ dan digit satuannya adalah $b$.
"Bilangan genap, bilangan ganjil" misalnya secara berturut-turut disimbolkan oleh variabel $2m$, $2n + 1$ dengan $m$ dan $n$ adalah bilangan bulat.
"Kelipatan 3" misalnya disimbolkan oleh variabel $3n$ dengan $n$ adalah bilangan bulat.

② Tidak semua bilangan riil dapat dihitung dalam segala kasus mengenai apakah bilangan tersebut membentuk sifat tertentu atau tidak. Namun apabila menggunakan bentuk aljabar, hal tersebut dapat dijelaskan secara umum.

**Soal 4**

Tanggal lahir dianggap bulan $x$ tanggal $y$.

$$10(7x + y) + 3(10x - 3y) = 100x + y$$

Jika terbentuk bilangan 3 digit, maka bulan ulang tahun adalah digit ratusan dan tanggal ulang tahun adalah digit pada puluhan dan satuan.

Jika terbentuk bilangan 4 digit, maka bulan ulang tahun adalah 2 digit pertama dan tanggal ulang tahun adalah 2 digit pada terakhir.

### 13. Penggunaan 5

Kemampuan untuk menggunakan bentuk aljabar harus dikembangkan secara bertahap dari waktu ke waktu, termasuk penggunaan bentuk aljabar di kelas IX. Pada 5 ditegaskan kembali kebutuhan dan makna penjelasan umum dengan menggunakan bentuk aljabar.

Selain itu, meskipun keunggulan bentuk aljabar terletak pada sifat umumnya, perlu ditekankan pula bahwa bentuk aljabar juga mudah dioperasikan dan dapat diubah sesuai dengan tujuannya.

## Kunci Jawaban

**Soal 5**

Jika AP = $a$, maka panjangnya busur setengah lingkaran dengan diameter AP.

$$(\pi \times a) \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}\pi a$$

AP = PQ = QR = RB, maka panjang dari 4 busur setengah lingkaran yang masing-masing diameternya AP, PQ, QR, RB, adalah sama, dan jumlah keseluruhannya adalah

$$\frac{1}{2}\pi a \times 4 = 2\pi a \quad ①$$

Selain itu, AB = 4$a$, maka panjang busur setengah lingkaran yang berdiameter AB adalah

$$(\pi \times 4a) \times \frac{1}{2} = 2\pi a \quad ②$$

Dari ① dan ②

$$\overset{\frown}{AP} + \overset{\frown}{PQ} + \overset{\frown}{QR} + \overset{\frown}{RB} = \overset{\frown}{AB}$$

Oleh karena itu, panjang dari 4 busur setengah lingkaran yang masing-masing diameternya AP, PQ, QR, RB, adalah sama dengan panjangnya busur setengah lingkaran dengan diameter AB.

Contoh 3 | Pada gambar di samping, titik O adalah titik tengah garis AB. Jumlah panjang busur setengah lingkaran dengan diameter berturut-turut AO dan BO adalah sama dengan panjang busur setengah lingkaran dengan diameter AB. Jelaskan hal ini dengan menggunakan bentuk aljabar.

Cara: Misalkan AO = $a$, tentukan panjang busur masing-masing.

Penyelesaian:

Jika kita misalkan AO = $a$, maka panjang busur setengah lingkaran dengan diameter AO adalah

$$(\pi \times a) \times \frac{1}{2}$$

Karena titik O adalah titik tengah AB, maka AO = BO.

Oleh karena itu, panjang busur setengah lingkaran dengan diameter AO dan BO adalah sama panjang. Jumlah kedua panjang busur tersebut adalah

$$(\pi \times a) \times \frac{1}{2} \times 2 = \pi a \quad ①$$

Karena AB = 2$a$, maka panjang busur setengah lingkaran dengan diameter AB adalah

$$(\pi \times 2a) \times \frac{1}{2} = \pi a \quad ②$$

Karena ① dan ② bernilai sama, maka jumlah panjang busur setengah lingkaran dengan diameter AO dan BO adalah sama dengan panjang busur setengah lingkaran berdiameter AB.

Agar penjelasanmu lebih mudah dipahami, pastikan membuat sketsa gambar.

Soal 5 | Jika diketahui AP = PQ = QR = RB seperti pada gambar di sebelah kanan, mengapa jumlah panjang 4 busur setengah lingkaran dengan diameter AP, PQ, QR, dan RB adalah sama dengan panjang busur setengah lingkaran dengan diameter AB? Jelaskan menggunakan bentuk aljabar.

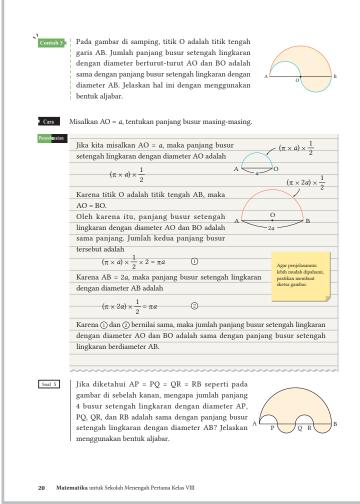




### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**14. Penggunaan**

Fakta bahwa panjang busur dari setengah lingkaran besar sama dengan jumlah panjang 4 busur setengah lingkaran kecil, mungkin adalah sesuatu yang mengejutkan peserta didik. Sebelum menunjukkan bahwa keduanya sama, ada baiknya melakukan aktivitas memprediksi mana yang lebih panjang, atau mensubstitusi nilai pada jari-jari yang akan dihitung.

Soal 5 adalah setengah lingkaran kecil dibagi menjadi 4. Dua di antaranya berada di luar setengah lingkaran besar sedangkan dua lainnya di dalam setengah lingkaran besar. Sebagai bahan pengayaan, peserta didik dapat diminta untuk berpikir jika setengah lingkaran yang kecil dan berada di luar setengah lingakaran yang besar, jari-jarinya diubah. Kasus lainnya adalah setengah lingkaran yang kecil dan berada di luar setengah lingakaran yang besar, banyaknya ditambah menjadi 3 atau 4. Selain itu, dapat disinggung juga bahwa jumlah panjang busur setengah lingkaran besar dan dua busur setengah lingkaran kecil sama dengan keliling lingkaran besar.

Tugas ini adalah tugas yang membuat peserta didik memikirkan penjelasan berdasarkan penyelesaian masalah.

Mengenai penjelasan bentuk aljabar, sebagaimana sifat bilangan, sifat bentuk geometri juga dapat dijelaskan dengan menunjukkan contoh konkret, jika tidak dapat dijelaskan secara umum.

Peserta didik diajak menentukan pemisalan matematis dan memperoleh manfaat dari proses, seperti “jika panjang busur dapat dinyatakan dengan bentuk aljabar, maka penyelesaian masalahnya akan sama dengan menyelesaikan bentuk aljabar”.

Melalui aktivitas menemukan dan menjelaskan sifat bilangan dan bentuk aljabar peserta didik diajak merasakan senangnya melakukan berbagai usaha, kejutan, kekaguman, dan berpikir.

2 **Mengubah Persamaan**

Tujuan Peserta didik dapat mengubah persamaan ke bentuk yang diperlukan.

Bagian (1) sampai (3) berikut menyatakan hubungan antara jarak, kecepatan, dan waktu. Isilah □ dengan tanda yang tepat.

(1) (Jarak) = (Kecepatan) □ (Waktu)

(2) (Kecepatan) = (Jarak) □ (Waktu)

(3) (Waktu) = (Jarak) □ (Kecepatan)

Bergantung pada apa yang ingin kita cari, jarak, kecepatan, atau waktu, seperti di Q, kita dapat mengubah bentuk aljabar untuk menyatakan hubungan-hubungan tersebut.

Contoh 1 Dari permukaan tanah hingga 11 km di atas permukaan tanah, suhu udara berkurang sebesar 6°C untuk setiap kenaikan 1 km. Jika suhu udara di permukaan tanah adalah 18°C, dan suhu udara saat $x$ km di atas permukaan tanah adalah $y$°C, maka kita dapat menyatakan hubungan antara $x$ dan $y$ sebagai $y = 18 - 6x$. Ubah bentuk aljabar ini ke bentuk aljabar yang dapat digunakan untuk mencari $x$.

Penyelesaian

Pindah ruas $y$ dan $-6x$ pada $y = 18 - 6x$, kita memperoleh $6x = 18 - y$. Bagi kedua ruas dengan 6, kita peroleh $x = \frac{18 - y}{6}$.

Jawab: $x = \frac{18 - y}{6}$



Mengubah persamaan $y = 18 - 6x$ dan memperoleh $x = \frac{18 - y}{6}$ seperti dalam Contoh 1 disebut menyelesaikan persamaan untuk $x$.

Catatan $x = \frac{18 - y}{6}$ dapat ditulis sebagai $x = 3 - \frac{1}{6}y$ atau $x = -\frac{1}{6}y + 3$.

Soal 1 Pada Contoh 1, berapa km di atas permukaan tanah agar suhu udara berturut-turut sebesar 6°C dan −30°C?

Soal 2 Selesaikan tiap persamaan berikut untuk variabel dalam tanda [ ].

(1) $x - y = 8$ [$x$] (2) $y = 12 - 4x$ [$x$]

(3) $6x + 2y = 10$ [$y$] (4) $3x - y = 5$ [$y$]

BAB 1 | Menyederhanakan Bentuk Aljabar

Bab 1 Menyederhanakan Bentuk Aljabar 21

## 2 Mengubah Persamaan

0,5 jam

**• Tujuan •**

Peserta didik dapat mengubah persamaan dengan dua variabel atau lebih ke bentuk lain sesuai dengan tujuannya.

**Kunci Jawaban**

(1) × (2) : (3) :

**Soal 1**

$$x = \frac{18 - y}{6}$$

Jika $y = 6$ maka $x = 2$.

Jika $y = -30$, $x = 8$.

Jawaban:

Agar suhu menjadi 6°C, haruslah berada 2 km di atas permukaan tanah.

Agar suhu menjadi −30°C, haruslah berada 8 km di atas permukaan tanah.

**Soal 2**

(1) $x = 8 + y$ (2) $x = \frac{12 - y}{4}$ atau $x = 3 - \frac{y}{4}$

(3) $y = 5 - 3x$ (4) $y = -5 + 3x$

**Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan**

### 1. Penggunaan Q

Soal untuk memahami bahwa persamaan dapat diubah bentuknya sesuai dengan tujuan.

Perlu memasukkan aktivitas yang memisalkan kata menggunakan variabel. Dengan memahami makna dari kata dan variabel, peserta didik memperoleh kemampuan untuk mengganti kata dengan variabel.

Selain itu, hubungan antara kecepatan, waktu, dan jarak sering digunakan dalam berbagai situasi, namun banyak peserta didik yang tidak memahami hubungan tersebut. Dalam kesempatan ini, selain memahami hubungan ketiganya, peserta didik juga dapat memisalkan hubungan tersebut sesuai dengan tujuan.

### 2. Mengubah Persamaan

Mengubah persamaan dapat dibagi menjadi 2. Salah satunya adalah mengubah persamaan yang menggunakan kuantitas, sifat bilangan, dan bentuk geometri menjadi bentuk persamaan yang sesuai dengan tujuan. Yang lainnya adalah mengubah nilai persamaan yang menyatakan relasi, ke dalam bentuk yang sesuai dengan tujuan dengan menggunakan sifat persamaan.

Metode mengubah sama dengan metode penyelesaian persamaan linear, tetapi mengubah persamaan yang memuat dua atau lebih variabel sangat tidak disukai peserta didik. Peserta didik perlu diminta mengingat kembali sifat persamaan, sekaligus mengarahkan dengan hati-hati prosedur mengubah dengan hati-hati.

### 3. Penggunaan Soal 2

Mengubah persamaan juga diperlukan untuk mempelajari sistem persamaan dan fungsi linear. Jawaban untuk (2) adalah salah satu dari:

$$x = \frac{12 - y}{4},\ x = 3 - \frac{1}{4}y,\ x = -\frac{1}{4}y + 3$$

## Kunci Jawaban

**Soal 3**

Jika $L = 42$, $a = 12$ disubstitusi ke dalam persamaan $t = \frac{2L}{a}$, maka $t = \frac{2 \times 42}{12} = 7$   Jawaban: 7 cm

**Soal 4**

(1) $t = \frac{3V}{L}$

(2) $a = \frac{K}{2} - b$ atau $a = \frac{K - 2b}{2}$

(3) $a = \frac{2L}{t} - b$ atau $a = \frac{2L - bt}{t}$

## Mari Kita Periksa

0,5 jam

## Kunci Jawaban

**1**

(1) $2n + 3$

(2) Dengan asumsi bahwa $n$ adalah bilangan bulat, maka dua bilangan ganjil berurutan dinyatakan sebagai $2n + 1$ dan $2n + 3$.

Jumlah 2 bilangan ganjil adalah

$(2n + 1) + (2n + 3)$

$= 4n + 4$

$= 4(n + 1)$

$n + 1$ adalah bilangan bulat, maka $4(n + 1)$ adalah kelipatan dari 4.

Jadi, jumlah dua bilangan ganjil berurutan adalah kelipatan 4.

**2**

(1) $x = \frac{8 + y}{4}$ atau $x = 2 + \frac{1}{4}y$

(2) $a = 2m - b$

**Contoh 2** Selesaikan rumus luas segitiga $L = \frac{1}{2}at$ untuk variabel $t$.

**Penyelesaian**

$$L = \frac{1}{2}at$$

Dengan menukar kedua ruas, kita peroleh

$$\frac{1}{2}at = L$$

Dengan mengalikan kedua ruas dengan 2, kita peroleh $at = 2L$.

Dengan membagi kedua ruas dengan $a$, kita peroleh

$$t = \frac{2L}{a}$$

Jawab: $t = \frac{2L}{a}$



**Soal 3** Dengan menggunakan bentuk aljabar yang kamu peroleh di Contoh 2, carilah tinggi suatu segitiga yang memiliki luas daerah 42 $cm^2$ dan alas 12 cm.

**Soal 4** Selesaikan tiap persamaan berikut untuk variabel yang ada dalam tanda [ ].

(1) $V = \frac{1}{3}Lt$ [$t$]   (2) $K = 2(a + b)$ [$a$]   (3) $L = \frac{(a + b)t}{2}$ [$a$]



**Mari Kita Periksa** 2 Menggunakan Bentuk Aljabar

**1** Penjelasan Menggunakan Bentuk Aljabar [Hlm.16] Cth. 1 [Hlm.19]

Jawablah setiap pertanyaan berikut terkait dengan dua bilangan ganjil berurutan, seperti 5 dan 7.

(1) Misalkan $n$ adalah bilangan bulat. Jika dimisalkan bilangan ganjil yang lebih kecil adalah $2n + 1$, bagaimana kita menyatakan bilangan ganjil yang lebih besar?

(2) Jelaskan mengapa jumlah dua bilangan ganjil berurutan adalah kelipatan 4.

**2** Mengubah Persamaan [Hlm.21] S 2 [Hlm.22] Cth. 2

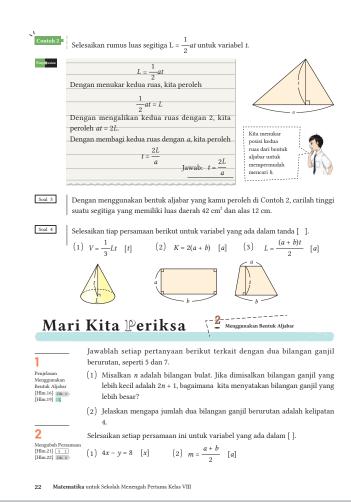
Selesaikan setiap persamaan ini untuk variabel yang ada dalam [ ].

(1) $4x - y = 8$ [$x$]   (2) $m = \frac{a + b}{2}$ [$a$]

22 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

### 4. Penggunaan Contoh 2, Soal 4

Ini merupakan soal mengubah rumus luas dan volume serta keliling bangun menjadi bentuk yang sesuai dengan tujuan. Pertama, mengonfirmasi rumus yang ditunjukkan oleh variabel. Setelah diungkapkan ke dalam rumus kata, peserta didik diharapkan memahami maknanya. Kemudian, biarkan mereka berpikir tentang "bagaimana menggunakan sifat-sifat persamaan untuk menyelesaikan bentuk aljabar yang ditunjukkan" dan mengoperasikan persamaan dengan pengetahuan mereka.

### 5. Penggunaan "Mari Kita Periksa"

Perubahan persamaan dibagi menjadi 2 bagian besar. Contoh dari keduanya adalah 1 dan 2 di atas. 1 adalah perubahan persamaan untuk menjelaskan sifat bilangan. 2 adalah perubahan yang ekuivalen dari persamaan yang menyatakan hubungan antara besaran ke dalam variabel sesuai dengan tujuannya.

Peserta didik diharapkan menyadari pentingnya mengubah persamaan sesuai dengan tujuan dan situasi tertentu.

## BAB 1 Soal Ringkasan

Jawaban pada Hlm.230, 231

Gagasan Utama

**1** Jawablah setiap pertanyaan berikut menggunakan ⓐ sampai ⓕ.

| | | |
|---|---|---|
| ⓐ $4x + 7$ | ⓑ $2x^2$ | ⓒ $3x - 5y$ |
| ⓓ $-8x$ | ⓔ $6xy + 9y$ | ⓕ $x^2 - 6x + 1$ |

(1) Manakah yang merupakan bentuk-bentuk suku tunggal?
(2) Manakah yang merupakan bentuk-bentuk linear?

**2** Sederhanakanlah.

(1) $8a^2 + 6a + a^2 - 2a$ (2) $-2x - 8y + 7y - 3x + 5$
(3) $(4a - 9b) + (3a + 5b)$ (4) $(5x + 2y) - (6x - 4y)$

**3** Sederhanakanlah.

(1) $(20x - 4y) : (-4)$ (2) $(5a - 8b) + 3(-a + 2b)$
(3) $5(x + 3y) - 4(2x - y)$ (4) $\frac{3x + y}{4} - \frac{x - y}{6}$
(5) $7x \times 4y$ (6) $3a^2 \times (-2a)$
(7) $(-9x)^2$ (8) $(-16a^2) : 4a$
(9) $6xy : \frac{3}{7}x$ (10) $4x^2 : 6x^2 \times 3x$

**4** Perbaiki kesalahan pada perhitungan berikut dan tuliskan jawaban yang benar.

(1)
$18xy : 3x \times 2y$
$= 18xy : 6xy$
$= 3$

(2)
$6ab : \left(-\frac{2}{3}a\right)$
$= 6ab \times \left(-\frac{3}{2}a\right)$
$= -9a^2b$

**5** Jika $x = 6$ dan $y = -5$, tentukan nilai-nilai untuk setiap bentuk aljabar berikut.

(1) $14xy^2 : 7y$ (2) $(3x + 5y) - (x + 6y)$

BAB 1 | Menyederhanakan Bentuk Aljabar



# BAB 1 Soal Ringkasan

2 jam

## Kunci Jawaban

Gagasan Utama

**1**

(1) (b), (d)
(2) (a), (c), (d)

**2**

(1) $9a^2 + 4a$ (2) $-5x - y + 5$
(3) $7a - 4b$ (4) $-x + 6y$

**3**

(1) $-5x + y$ (2) $2a - 2b$
(3) $-3x + 19y$ (4) $\frac{7x + 5y}{12}$
(5) $28xy$ (6) $-6a^3$
(7) $81x^2$ (8) $-4a$
(9) $14y$ (10) $2x$

**4**

(1) $18xy : 3x \times 2y = 18xy \times \frac{1}{3x} \times 2y$
$= \frac{18xy \times 2y}{3x}$
$= 12y^2$

(2) $6ab : (-\frac{2}{3}a) = 6ab \times (-\frac{3}{2a})$
$= -9b$

**5**

(1) $-60$ (2) $17$

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**1. Penggunaan 4**

Ini adalah soal untuk mengoreksi contoh jawaban yang salah dalam perhitungan. Kedua pertanyaan tersebut adalah contoh khas dari jawaban yang salah, dan banyak peserta didik menghitung dengan cara ini.

(1) Kesalahan terkait urutan penghitungan. Peserta didik memastikan bahwa aturan pertukaran berlaku untuk metode perkalian, tetapi tidak berlaku untuk perhitungan campuran antara perkalian dan pembagian.
(2) Kesalahan dalam bilangan terbalik. Peserta didik memastikan bahwa suku dengan koefisien pecahan perlu diubah sesuai dengan tujuannya. Peserta didik juga perlu mengonfirmasi arti dari bilangan terbalik.

**2. Penggunaan 5**

Saat mencari nilai bentuk aljabar, peserta didik perlu menyadari bahwa lebih efisien jika membuat bentuk aljabar sesederhana mungkin, baru kemudian mensubstitusi variabel dengan suatu bilangan. Arahkan peserta didik agar dapat mempertimbangkan prosedur sampai menemukan nilai bentuk aljabar tersebut.

## Kunci Jawaban

**6**

Dari 3 buah bilangan bulat dengan selisih 3, jika bilangan bulat terkecilnya adalah $n$, maka 3 buah bilangan bulat yang berselisih 3 adalah $n$, $n + 3$, $n + 6$.

Jumlah dari ketiganya adalah

$$\begin{aligned} &n + (n + 3) + (n + 6) \\ &= 3n + 9 \\ &= 3(n + 3) \end{aligned}$$

$n + 3$ adalah bilangan bulat, maka $3(n + 3)$ adalah kelipatan 3.

Jadi, jumlah 3 buah bilangan bulat yang selisihnya 3 adalah kelipatan 3.

**7**

(1) $y = \dfrac{10 - 3x}{2} \left( y = 5 - \dfrac{3}{2}x \right)$

(2) $c = \dfrac{7a - 4b}{3}$

**Penerapan**

**1**

(1) $-\dfrac{1}{6}x + \dfrac{3}{2}y = 0$ (2) $\dfrac{x - 3y}{4} = 0$

(3) $\dfrac{2a^3}{b}$ (4) $-\dfrac{15x^3}{y^2}$

**2**

Rumus pencariannya adalah C, maka

$$\text{A} - \text{C} = \text{B}$$

Sehingga,

$$\begin{aligned} \text{C} &= \text{A} - \text{B} \\ &= (x^2 - 3x - 5) - (-2x^2 + x + 7) \\ &= x^2 - 3x - 5 + 2x^2 - x - 7 \\ &= 3x^2 - 4x - 12 \end{aligned}$$

Jawaban: $3x^2 - 4x - 12$

**3**

Volume tabung A adalah $\pi r^2 h$ cm$^3$

Di lain pihak, volume tabung B adalah

$$\pi \times (2r)^2 \times \frac{1}{2}h = 2\pi r^2 h \text{ (cm}^3\text{)}$$

Jadi, volume tabung B adalah 2 kali volume tabung A.

**BAB 1** **Soal Ringkasan**

6 Jelaskan dengan menggunakan bentuk aljabar: mengapa jumlah 3 bilangan bulat dengan selisih 3, seperti 1, 4, 7 adalah kelipatan 3.

7 Selesaikan setiap persamaan berikut untuk variabel dalam [ ].

(1) $3x + 2y = 10$ [$y$] (2) $a = \dfrac{4b + 3c}{7}$ [$c$]

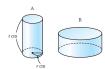
**Penerapan**

1 Sederhanakanlah.

(1) $\dfrac{1}{2}x + y - \left(\dfrac{2}{3}x - \dfrac{y}{2}\right)$ (2) $x - y - \dfrac{3x - y}{4}$

(3) $3a^2 : 6ab \times (-2a)^2$ (4) $9x^2 \times (-xy) : \dfrac{3}{5}y^3$

2 Jika kita misalkan A = $x^2 - 3x - 5$ dan B = $-2x^2 + x + 7$, bentuk aljabar apa yang harus dikurangkan dari A untuk menghasilkan B?

3 Tabung A memiliki jari-jari alas $r$ cm dan tinggi $t$ cm. Tabung B memiliki jari-jari alas dua kali panjang jari-jari alas tabung A, dan tingginya $\frac{1}{2}$ dari tinggi tabung A. Gunakan bentuk-bentuk aljabar untuk menjelaskan berapa kali ukuran volume tabung B terhadap tabung A.

4 Pada kalender di sebelah kanan, jumlah 3 buah bilangan 2, 9, dan 16 ditandai dengan ▢ sama dengan 3 kali bilangan yang di tengah, yaitu 9. Dapatkah kita menyatakan hal yang sama tentang jumlah 3 bilangan berurutan secara vertikal di tempat lain pada kalender tersebut? Jelaskan jawabanmu dengan menggunakan bentuk-bentuk aljabar.

| S | M | T | W | T | F | S |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | 1 | 2 | 3 |
| 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
| 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |
| 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 |

24 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

**4**

Dari 3 buah bilangan yang berderet vertikal di kalender, jika bilangan di tengah adalah $n$, maka 3 buah bilangan yang berderet vertikal adalah

$n - 7$, $n$, $n + 7$. Jumlah ketiganya adalah

$(n - 7) + n + (n + 7) = 3n$

$n$ adalah bilangan tengah, maka $3n$ adalah 3 kali lipat bilangan tengah.

Jadi, jumlah 3 buah bilangan yang berderet di kalender adalah 3 kali lipat bilangan tengahnya.

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**3. Penggunaan 4**

Dengan menggunakan kalender, peserta didik menemukan berbagai sifat di tempat lain. (Referensi Buku Siswa Kelas VII)

Penggunaan Praktis

1 Dewi memeriksa selisih antara bilangan asli tiga digit dan bilangan yang dibentuk dengan menukar digit ratusan dengan digit satuan, dan sebaliknya.

Untuk 524, 524 − 425 = 99

Untuk 937, 937 − 739 = 198

Untuk 259, 259 − 952 = -693

Dari hasil-hasil ini, Dewi menduga hal berikut, dan ia memberi penjelasan seperti di bawah. Lengkapilah penjelasan Dewi.

Prediksi Dewi

Selisih antara bilangan asli tiga digit dan bilangan yang dibentuk dengan menukar angka ratusan dengan angka satuan dan sebaliknya adalah kelipatan 99.

Jika kita misalkan angka ratusan adalah $a$, angka puluhan $b$, dan angka satuan $c$, maka bilangan asli tiga angka dapat dinyatakan dengan ______. Bilangan asli hasil penukaran tersebut dapat dinyatakan dengan ______. Selisih kedua bilangan tersebut adalah

Oleh karena itu, selisih antara bilangan asli tiga digit dan bilangan asli yang dibentuk dengan menukar digit ratusan dengan digit satuan dan sebaliknya adalah kelipatan 99.

BAB 1 | Menyederhanakan Bentuk Aljabar

Bab 1 Menyederhanakan Bentuk Aljabar 25

## Kunci Jawaban

Penerapan

**1**

$100a + 10b + c$

$100c + 10b + a$

$(100a + 10b + c) - (100c + 10b + a)$

$= 100a + 10b + c - 100c - 10b - a$

$= 99a - 99c$

$= 99(a - c)$

$a - c$ adalah bilangan bulat, maka $99(a - c)$ adalah kelipatan 99.

### 4. Penggunaan 1

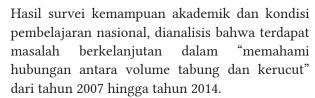
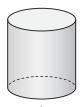
Aktivitas memprediksi selisih dua bilangan asli tiga digit, penting dilakukan dengan melihat berbagai contoh konkret.

- Kasus ketika digit ratusan lebih besar dari digit satuan.
- Kasus ketika digit ratusan sama dengan digit satuan.
- Kasus ketika digit ratusan lebih kecil dari digit satuan.

Melalui kegiatan mengomunikasikan, peserta didik menjelaskan prediksi menggunakan bentuk aljabar. Peserta didik dapat merasakan manfaat bentuk aljabar.

Selain itu, pada tahap penyelesaian, penjelasan tergantung kondisi peserta didiknya, perlu juga meninjau kembali Contoh 2 dan Soal 3 pada Buku Siswa halaman 17.

## Referensi

Hasil survei kemampuan akademik dan kondisi pembelajaran nasional, dianalisis bahwa terdapat masalah berkelanjutan dalam “memahami hubungan antara volume tabung dan kerucut” dari tahun 2007 hingga tahun 2014.

Pada Buku Siswa kelas VII, amati mengenai silinder, bola, dan kerucut menggunakan bilangan konkret. Pada kelas VIII, peserta didik telah mempelajari cara mengalikan suku tunggal. Agar peserta didik lebih memahami, perhatikan gambar di bawah. Perhatikan volume tabung (gambar 1) dengan tinggi dan diameter alasnya sama, volume bola (gambar 2) yang bisa masuk persis ke dalam tabung tersebut, dan volume kerucut (gambar 3) yang tinggi dan diameter alasnya sama dengan tabung. Peserta didik diminta menentukan hubungan volume ketiganya dengan menggunakan bentuk aljabar untuk memperdalam pemahaman peserta didik.

Gambar 1

Gambar 2

Gambar 3

$V = \pi r^2 \times 2r$

$= 2\pi r^3$

$= \frac{2}{3}\pi r^3 \times 3$

$V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{2}{3}\pi r^3 \times 2$

$V = 2\pi r^3 \times \frac{1}{3}$

$= \frac{2}{3}\pi r^3$

$= \frac{2}{3}\pi r^3 \times 1$

BAB 1 **Soal Ringkasan**

2 Dari bentuk aljabar pada penjelasan Dewi, terdapat hal lain yang dapat kita ketahui selain pernyataan “selisih kedua bilangan tersebut adalah kelipatan 99”. Dari (a) – (f) berikut, pilihlah yang berlaku benar secara keseluruhan.

(a) Selisih antara kedua bilangan tersebut adalah kelipatan 6.

(b) Selisih antara kedua bilangan tersebut adalah kelipatan 11.

(c) Selisih antara kedua bilangan tersebut adalah kelipatan bilangan ganjil.

(d) Selisih antara kedua bilangan tersebut adalah kelipatan bilangan genap.

(e) Selisih antara dua bilangan tersebut tidak ada kaitannya dengan nilai puluhan dari bilangan mula-mula.

(f) Selisih antara kedua bilangan tersebut adalah 99 kali selisih setelah angka satuan dikurangkan dari angka ratusan.

3 Sejauh ini, kita telah belajar bahwa “selisih antara suatu bilangan asli dua digit dengan bilangan yang diperoleh dari menukar digit puluhan dengan satuan pada bilangan pertama adalah kelipatan 9” dan “selisih antara bilangan asli tiga digit dan bilangan yang dibentuk dengan menukar digit ratusan dengan digit satuan pada bilangan pertama adalah kelipatan 99”.
Dari hal ini, Diki memprediksi bahwa “selisih antara bilangan asli empat digit dan bilangan yang dibentuk dengan menukar digit ribuan dengan digit satuan pada bilangan pertama adalah kelipatan 999”. Apakah dugaan ini benar? Jika menurutmu benar, jelaskan dengan menggunakan bentuk aljabar. Jika menurutmu tidak benar, beri satu contoh yang menyangkal bahwa selisihnya bukan kelipatan 999.

26 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

## Kunci Jawaban

**2**

(b), (e), (f)

**3**

(Penjelasan)

Asumsikan bahwa digit ribuan dari bilangan asli empat digit adalah $a$, digit ratusan adalah $b$, digit puluhan adalah $c$, dan digit satuan adalah $d$, bilangan asli empat digit tersebut adalah $1.000a + 100b + 10c + d$.

Bilangan asli yang dapat dibuat dengan menukar digit ribuan dengan digit satuan dinyatakan sebagai $1.000d + 100b + 10c + a$. Selisih dari 2 bilangan ini adalah

$$(1.000a) + 100b + 10c + d$$
$$-(1.000d + 100b + 10c + a)$$
$$= 1.000a + 100b + 10c + d$$
$$-1.000d - 100b - 10c - a$$
$$= 999a - 999d$$
$$= 999(a - d)$$

$a - d$ adalah bilangan bulat, maka $999(a - d)$ adalah bilangan kelipatan 999.

Oleh karena itu, selisih antara bilangan asli 4 digit dan bilangan asli yang diperoleh dengan menukar digit ribuan dan digit satuan adalah kelipatan 999.

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**5. Penggunaan 2**

Perhatikan bahwa $99(a - c) = 9 \times 11 \times (a - c)$. Selisih kedua bilangan tersebut juga kelipatan 11. Ini dapat diterapkan pada (b). Jawabannya bisa juga kelipatan 3, 9, 33, meskipun tidak ada di pilihan jawaban.

Variabel $b$ tidak ada dalam $99(a - c)$. Dengan begini, selisih antara kedua bilangan tersebut tidak ada hubungannya dengan digit puluhan (tidak berpengaruh). Oleh karena itu, (e) benar.

Selanjutnya, $a$ dan $c$ pada $99(a - c)$ masing-masing merupakan digit ratusan dan digit satuan dari bilangan asli tiga digit. Oleh karena itu, (f) benar.

**6. Penggunaan 3**

Perhatikan digit satuan yang akan ditukar. Digit yang menempati nilai tempat tertinggi, ditukar dengan angka satuan seperti berikut.
Untuk bilangan asli dua digit, digit puluhan ditukar dengan angka satuan.
Untuk bilangan asli 3 digit, digit ratusan ditukar dengan digit satuan.
Untuk bilangan asli 4 digit, digit ribuan ditukar dengan digit satuan.

Dari bentuk $999(a - c)$, selain peserta didik mengetahui “Selisih kedua bilangan tersebut adalah 999”, peserta didik juga perlu bernalar untuk mencari hal lain yang bisa dipahami sebagai berikut.

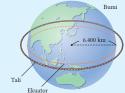
Dari bentuk

$$999(a - d) = 3^3 \times 37 \times (a - d)$$

dapat ditentukan selisihnya merupakan kelipatan 3, 9, 27, 37, 111, 333. Selain itu, di dalam bentuk aljabar tersebut, tidak ada variabel $b$ dan $c$, sehingga disimpulkan bahwa selisihnya tidak ada hubungannya dengan digit ratusan dan digit puluhan dari 4 digit bilangan asli awal.

### Apa yang Terjadi Jika Kita Melilitkan Sebuah Tali pada Ekuator Bumi?

Jari-jari Bumi panjangnya sekitar 6.400 km. Jika seutas tali 10 m lebih panjang dibandingkan panjang ekuator Bumi dan membentuk sebuah lingkaran di udara di atas ekuator, maka pada skenario di atas, binatang manakah berikut ini yang dapat melewati celah antara tali dan ekuator?

ⓐ Tikus (tinggi 5 cm)
ⓑ Sapi (tinggi 1 m 50 cm)
ⓒ Gajah (tinggi 3 m)

**1** Jika kita misalkan jari-jari Bumi adalah $r$ m, maka panjang ekuator adalah $2\pi r$ m. Nyatakan panjang dari tali dan jari-jari lingkaran yang dibentuk oleh tali tersebut dengan menggunakan bentuk-bentuk aljabar.

**2**  Carilah selisih antara jari-jari lingkaran yang dibentuk oleh tali dan jari-jari Bumi. Jika kita misalkan $\pi = 3{,}14$, berapakah selisihnya?

Hasil bagian 2 tidak terkait dengan jari-jari. Oleh karena itu, pada soal di atas, kita akan memperoleh hasil yang sama meskipun jika kita mengganti Bumi dengan Bulan atau tangki gas.

▶ Kita mengonstruksi lintasan atletik. Setiap lintasannya lengkung berupa lingkaran. Garis akhir setiap lintasan membentuk garis lurus. Agar panjang setiap lintasannya sama, berapa meter selisih garis awal (*start*) untuk jalur berdekatan? Misalkan lebar tiap jalur berdekatan adalah 1 m, dan $\pi = 3{,}14$.

Sumber: www.republika.co.id

BAB 1 | Menyederhanakan Bentuk Aljabar

**Bab 1** Menyederhanakan Bentuk Aljabar 27

## Apa yang Terjadi Jika Kita Melilitkan Sebuah Tali pada Ekuator Bumi?

### • Tujuan •

Peserta didik dapat menentukan selisih antara panjang khatulistiwa dan panjang tali khatulistiwa dihubungkan dengan jari-jari bumi menggunakan bentuk aljabar yang relevan.

### Kunci Jawaban

**1**

Panjang tali adalah $(2\pi r + 10)$ m

Diameter lingkaran yang dibuat oleh tali adalah $\dfrac{2\pi r + 10}{2\pi} = r + \dfrac{5}{\pi}$

Jadi, jawabannya adalah $(r + \dfrac{5}{\pi})$m.

**2**

$(r + \dfrac{5}{\pi}) - r = \dfrac{5}{\pi} = \dfrac{5}{3{,}14} = 1{,}592...$

Jawabannya $\dfrac{5}{\pi}$ m atau kurang lebih 1,59 m

Binatang yang dapat melewati celah itu adalah (a) tikus dan (b) sapi.

Jika jari-jari lajur dalam adalah $r$ m, selisih keliling dari lajur yang berdekatan adalah

$2\pi(r + 1) - 2\pi r = 2\pi = 2 \times 3,14$

$= 6{,}28$

Jawaban: 6,28 m

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

#### 1. Tugas yang Tak Terduga

Dibandingkan dengan jari-jari bumi 6.400 km, selisih panjang sekitar 10 m adalah sesuatu yang sepele. Oleh karena itu, mungkin banyak peserta didik yang secara naluriah menganggap bahwa tali yang hanya lebih panjang 10 m saja dari ekuator, hanya dapat dililitkan pada ketinggian tepat di atas ekuator.

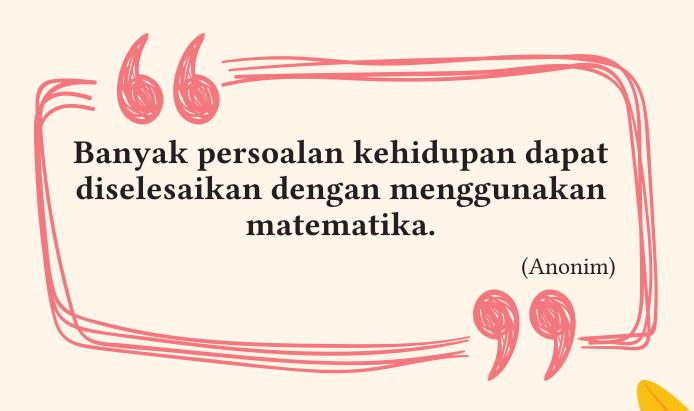
Namun, ketika peserta didik mempertimbangkan untuk menggunakan variabel, mereka diantar pada kesimpulan yang mengejutkan. Bahkan, peserta didik memahami selisih jari-jari adalah nilai yang hanya ditentukan oleh panjang tali yang ditambahkan, berapa pun jari-jari bumi. Dengan memahami ini, diharapkan akan tumbuh motivasi untuk menelaah masalah.

#### 2. Penggunaan ▶

Jika lintasan dibuat lurus, maka semua lajur harus memiliki panjang yang sama. Diketahui bahwa panjang lintasan yang sebenarnya adalah keliling lingkaran. Jadi, selisih keliling dua lingkaran yang berdekatan adalah selisih panjang lajur yang berdekatan untuk sekali putaran.

Dari soal ini terlihat bahwa selisih posisi start dari lajur yang berdekatan adalah 6,28 m, tak peduli berapa meter satu putarannya.

Tahukah kalian bahwa Bapak Aljabar adalah al-Khawarizmi. Atas jasa beliau, kalian dapat menyelesaikan masalah ini:

Kita punya sistem persamaan, yaitu $3x + 2y = 40.000$ dan $5x + 4y = 70.000$.
Berapa harga semangkuk bakso dan segelas es teh?

KEMENTERIAN PENDIDIKAN, KEBUDAYAAN, RISET, DAN TEKNOLOGI
REPUBLIK INDONESIA, 2021

**Buku Panduan Guru Matematika
untuk SMP Kelas VIII**

**Penulis: Tim Gakko Tosho
Penyadur: Mochammad Hafiizh dan Fitriana Yuli Saptaningtyas**

**ISBN:** 978-602-244-797-9 (jil.2)

# Sistem Persamaan Linear Dua Variabel



A

B

(Pembukaan Bab 1 jam)

## Tujuan

1. Dapat menyelesaikan soal mengenai permasalahan dalam kehidupan sehari-hari menggunakan persamaan linear satu variabel.
2. Dapat menyelesaikan soal mengenai permasalahan dalam kehidupan sehari-hari menggunakan persamaan linear dua variabel.

## Kunci Jawaban

Melakukan permainan A sebanyak 4 kali dan melakukan permainan B sebanyak 3 kali.

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**1. Penggunaan Halaman Ini**

Menyelesaikannya dengan menggunakan persamaan linear satu variabel yang sudah dipelajari pada masalah kehidupan sehari-hari, yaitu taman bermain.

Pertama-tama, sebagai pengantar, tanyakan, "Berapa banyak karcis yang saya perlukan untuk naik permainan Ⓐ sekali dan permainan Ⓑ dua kali di taman hiburan ini?" Agar dapat memahami arti soal tersebut.

Untuk mengecek kembali pemahaman peserta didik mengenai persamaan linear satu variabel, peserta didik dapat mengerjakan soal-soal berikut ini:

(1) $0{,}4x - 0{,}3 = 0{,}9$

(2) $\frac{x - 1}{3} = 2$

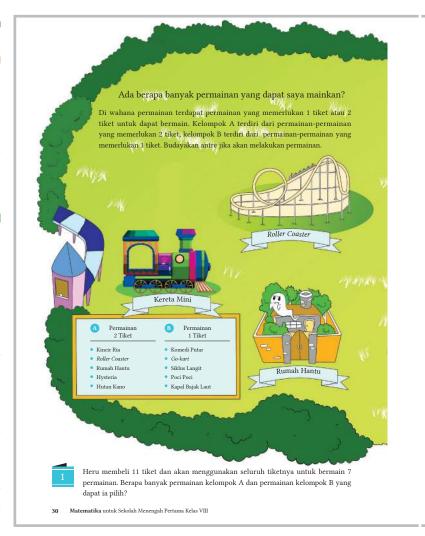
(Survei Prestasi Akademik dan Kondisi Pembelajaran Nasional 2014)

Untuk menjelaskan jawabannya, peserta didik mengingat kembali sifat operasi aljabar pada persamaan sehingga diperoleh bentuk baru. Dari (2), kemungkinan peserta didik mendapatkan jawaban salah, yaitu $x = 3$. Ini karena hanya ruas kiri saja yang dikalikan dengan 3. Peserta didik perlu diingatkan kembali bahwa operasi perkalian harus dilakukan pada kedua ruas/sisi.

**2. Penggunaan 1**

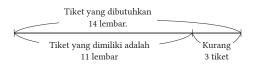
Di sini, diperlukan aktivitas matematika dan memberi kesempatan peserta didik berpikir terbuka tentang solusinya. Tidak perlu terburu-buru memperkenalkan variabel $x$ dan $y$. Peserta didik kemungkinannya menyelesaikan dengan cara berikut.

1 Heru membeli 11 tiket dan akan menggunakan seluruh tiketnya untuk bermain 7 permainan. Berapa banyak permainan kelompok A dan permainan kelompok B yang dapat ia pilih?

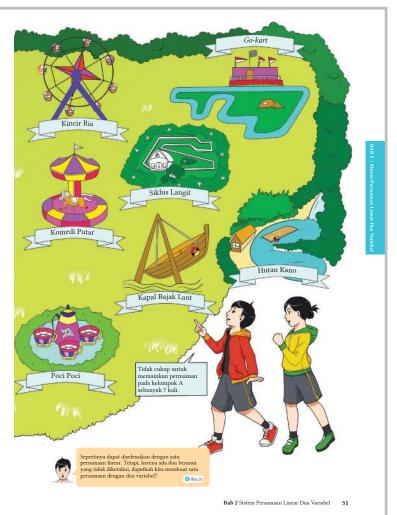
30 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

(1) Selesaikan secara matematis.

① Jika Heru melakukan 7 permainan untuk melakukan permainan A semua, maka

$11 - 2 \times 7 = -3$

dan tiketnya kurang 3. Dengan 3 tiket berarti Heru dapat bermain permainan B sebanyak 3 kali.

② Jika Heru bermain permainan B semua. Heru dapat bermain sebanyak 7 kali, maka

$11 - 1 \times 7 = 4$

Artinya, masih ada 4 tiket tersisa yang belum dipakai. Sisa 4 Tiket dapat digunakan Heru untuk melakukan permainan A sebanyak 4 kali.

Beberapa peserta didik mungkin dapat memahami hubungan antarkuantitas hanya dengan mengoperasikannya secara awangan atau di luar kepala, tetapi dengan menggambar diagram garis seperti di sebelah kiri membuat peserta didik lebih mudah untuk memahami hubungan kuantitas yang sama.

Perlu diperhatikan bahwa beberapa peserta didik mungkin menuliskan persamaan ① sebagai $2 \times 7 - 11 = 3$.

(2) Perhatikan jumlah total tiket yang diperlukan dalam tabel.

| Permainan A | | Permainan B | | Total Jumlah Lembar Tiket |
|---|---|---|---|---|
| Banyak Bermain | Banyak Tiket | Banyak Bermain | Banyak Tiket | |
| 0 | 0 | 7 | 7 | 7 |
| 1 | 2 | 6 | 6 | 8 |
| 2 | 4 | 5 | 5 | 9 |
| 3 | 6 | 4 | 4 | 10 |
| **4** | **8** | **3** | **3** | **11** |
| 5 | 10 | 2 | 2 | 12 |
| 6 | 12 | 1 | 1 | 13 |
| 7 | 14 | 0 | 0 | 14 |

Dengan arahan dari tabel ini, dapat diketahui bahwa jika melakukan permainan A sebanyak 4 kali, dan permainan B sebanyak 3 kali maka total banyaknya tiket yang diperlukan adalah 11.

(3) Menyelesaikan dengan membuat persamaan linear 1 variabel.
Jika diasumsikan naik permainan A sebanyak $x$ kali, maka naik permainan B-nya adalah $(7 - x)$ kali.
$2x + (7 - x) = 11$
$x = 4$

Heru dapat melakukan permainan A sebanyak 4 kali dan permainan B sebanyak 3 kali.

Setelah menyelesaikan soal dengan caranya sendiri, peserta didik berdiskusi dan saling menjelaskan jawabannya dalam kelompok kecil.

### 3. Penggunaan Petunjuk Dialog

Pada 1, ditampilkan soal yang berkaitan dengan persamaan satu variabel untuk mencari berapa banyak masing-masing permainan A dan B yang dapat dimainkan. Peserta didik menyelesaikannya dengan caranya masing-masing. Kemungkinan akan ada berbagai cara penyelesaian, guru mengarahkan peserta didik untuk fokus pada penggunaan persamaan. Khususnya penyelesaian dengan sistem persamaan linear 1 variabel yang sudah diajarkan di kelas VII. Guru mengarahkan atau memfokuskan peserta didik pada adanya 2 buah bilangan yang tidak diketahui agar dapat dikaitkan dengan pelajaran di halaman berikut.

# 1 Sistem Persamaan

7 jam

## 1 Sistem Persamaan dan Penyelesaiannya

1 jam

### Tujuan

1. Dapat mengenali persamaan linear dua variabel dan arti penyelesaiannya.
2. Dapat mengenali sistem persamaan linear dua variabel dan arti penyelesaiannya.

### Kunci Jawaban

$(2x + y)$ lembar

**Soal 1**

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | **11** | **9** | **7** | **5** | **3** | **1** |

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**1. Penggunaan Q**

Tugas di halaman sebelumnya menerapkan dan mengamati formulasi bentuk aljabar yang sesuai di mana bilangan yang belum diketahui dianggap $x$ dan $y$.

Di sini, syarat pertama adalah "Jumlah tiket adalah 11 lembar".

**2. Penggunaan Soal 1**

Peserta didik diingatkan kembali perubahan persamaan yang dipelajari di bab sebelumnya, dan peserta didik ditekankan bahwa untuk $y$ lebih praktis menyelesaikan $2x + y = 11$, dan mengubahnya menjadi bentuk $y = 11 - 2x$ untuk mendapatkan nilai $y$.

**3. Persamaan Linear 2 Variabel dan Penyelesaiannya**

Mengajarkan arti dari istilah persamaan linear dua variabel serta arti persamaan linear satu variabel.

Selain itu, peserta didik mengonfirmasi arti penyelesaian persamaan, serta peserta didik diberi pemahaman bahwa penyelesaian persamaan linear 1 variabel adalah tunggal (1 solusi), sedangkan penyelesaian persamaan linear 2 variabel belum

# 1 Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

## 1 Sistem Persamaan dan Penyelesaiannya

**Tujuan** Peserta didik dapat mengenali sistem persamaan linear dua variabel dan mengetahui arti penyelesaiannya.

**Q** Di wahana taman hiburan, misalkan Heru melakukan permainan A dengan 2 tiket sebanyak $x$ kali, dan permainan B dengan 1 tiket sebanyak $y$ kali. Nyatakan jumlah total tiket yang digunakan Heru dalam sebuah persamaan.

Pada Q, jika total banyaknya tiket yang digunakan adalah 11, hubungan antara $x$ dan $y$ dapat dinyatakan dengan persamaan berikut.

$$2x + y = 11 \quad ①$$

**Catatan** Huruf $x$ dan $y$ dapat diganti dengan berbagai nilai bilangan. Oleh karena itu, keduanya disebut sebagai *variabel.*

**Soal 1** Isilah tabel berikut dengan nilai $y$ yang tepat sehingga persamaan ① menjadi benar.

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | | | | | | |

Persamaan linear seperti $2x + y = 11$, disebut *persamaan linear dua variabel.* Persamaan seperti $3x + 5 = 8$, disebut *persamaan linear satu variabel.*

Nilai $x$ dan $y$ yang membuat sebuah persamaan linear dua variabel menjadi pernyataan yang benar disebut *penyelesaian.* Pada tabel di Soal 1,

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 11, \end{cases} \quad \begin{cases} x = 1 \\ y = 9, \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2 \\ y = 7 \end{cases} \quad \dots$$



Semua nilai $x$ dan $y$ yang bersesuaian di atas merupakan penyelesaian dari persamaan $2x + y = 11$.

**Catatan** $\begin{cases} x = 0 \\ y = 11, \end{cases}$ dapat juga ditulis dengan $x = 0$, $y = 11$ atau $(x, y) = (0, 11)$

32 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

tentu 1 buah atau tunggal. Pada pertanyaan 1, diharapkan peserta didik dapat memahami bahwa penyelesaian persamaan linear dua variabel $2x + y = 11$ dibatasi 6 himpunan penyelesaian saja, tetapi jika daerah asal $x$ dan $y$ adalah seluruh bilangan real maka penyelesaiannya ada tak hingga banyaknya solusi (tidak terhitung).

Lalu, mengenai persamaan linear dua variabel, penyelesaiannya akan dinyatakan sebagai titik-titik pada bidang pada bab berikutnya (Buku Siswa halaman 84), dan peserta didik akan memperdalam pemahaman dengan menggunakan grafik.

Tambahan lagi, seperti pada "Catatan", cara menuliskan penyelesaian tidak hanya satu.

**4. Menunjukkan Syarat Kedua dengan Formulasi Aljabar**

Menerapkan formula aljabar dengan fokus pada kondisi kedua, "Jumlah total permainan adalah 7". **Soal 2**, sama seperti **Soal 1**, mencari penyelesaian persamaan $x + y = 7$.

Dari [ikon Q] di halaman 32, Heru menaiki permainan sebanyak 7 kali. Kita dapat menyatakan hubungan antara $x$ dan $y$ dalam bentuk berikut.

$x + y = 7$ ②

**Soal 2** Isilah tabel berikut dengan menyelesaikan persamaan ②.

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | | | | | | | | |

**Soal 3** Dari tabel Soal 1 di halaman 32 dan tabel Soal 2 di atas, carilah nilai dari $x$ dan $y$ sehingga persamaan ① dan ② menjadi pernyataan yang benar.

Sepasang persamaan linear dua variabel disebut *sistem persamaan linear dua variabel* (SPLDV). Berikut ini adalah contoh SPLDV.

$$\begin{cases} 2x + y = 11 & ① \\ x + y = 7 & ② \end{cases}$$

Dalam sistem persamaan, nilai $x$ dan $y$ yang membuat kedua persamaan menjadi pernyataan yang benar disebut *penyelesaian dari sistem persamaan*, kegiatan menemukan penyelesaiannya adalah menyelesaikan sistem persamaan.

Penyelesaian persamaan ①

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 11 | 9 | 7 | 5 | 3 | 1 |

Penyelesaian persamaan ②

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |

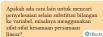
Penyelesaian dari sistem persamaan di atas adalah

$$\begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases}$$

**Soal 4** Manakah berikut ini yang merupakan penyelesaian dari sistem persamaan

$$\begin{cases} 2x + y = 16 \\ x + y = 9 \end{cases}$$

ⓐ $\begin{cases} x = 5 \\ y = 4 \end{cases}$ ⓑ $\begin{cases} x = 7 \\ y = 2 \end{cases}$ ⓒ $\begin{cases} x = 9 \\ y = -2 \end{cases}$

**Bab 2** Sistem Persamaan Linear Dua Variabel 33

BAB 2 | Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

## Kunci Jawaban

**Soal 2**

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | **7** | **6** | **5** | **4** | **3** | **2** | **1** | **0** |

**Soal 3**

$$\begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases}$$

**Soal 4**

(b)

## Soal Sejenis

1. Dari (a)-(d), yang mana merupakan penyelesaian persamaan linear 2 variabel $2x - y = 7$?

   (a) $\begin{cases} x = 5 \\ y = 3 \end{cases}$ (b) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 5 \end{cases}$

   (c) $\begin{cases} x = 0 \\ y = 6 \end{cases}$ (d) $\begin{cases} x = -2 \\ y = -11 \end{cases}$

2. Dari persamaan linear berikut ini, yang mana yang jawabannya adalah $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$

   (a) $\begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 0 \end{cases}$ (b) $\begin{cases} 2x - y = 5 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$

   (c) $\begin{cases} -x + y = 2 \\ 3x - 2y = 7 \end{cases}$ (d) $\begin{cases} 3x + y = 10 \\ x - 4y = -1 \end{cases}$

Kunci

1. (a), (d)
2. (b), (d)

### 5. Penggunaan Soal 3

Peserta didik mencari himpunan nilai $x$ dan $y$ dengan secara bersamaan menyelesaikan 2 buah persamaan, dengan membandingkan 2 tabel yang dibuat pada Soal 1 dan Soal 2. Penyelesaian persamaan linear 2 variabel ada banyak, akan tetapi penyelesaian yang sama dengan 2 buah persamaan linear 2 variabel tersebut hanya ada 1. Hal ini harus dipahami peserta didik secara intuitif berdasarkan tabel yang menampilkan jawaban dari Buku Siswa.

Kemudian, ajarkan sistem persamaan berdasarkan pembelajaran selama ini serta arti penyelesaiannya.

Dengan mempelajari grafik persamaan di bab berikutnya, jelas bahwa penyelesaian sistem persamaan hanya satu, dengan memahami penyelesaian sistem persamaan sebagai koordinat perpotongan dua garis lurus (Buku Siswa halaman 89-90).

### 6. Penggunaan Soal 4

Dengan menggantikan nilai $x$ dan $y$ ke setiap persamaan, peserta didik dapat memeriksa apakah itu adalah penyelesaian atau bukan. Selanjutnya, (a) dan (c) masing-masing merupakan penyelesaian dari salah satu persamaan.

### 7. Penggunaan Bantuan Dialog

Sama dengan pada persamaan linear pada sistem persamaan linear peserta didik juga dapat mencari penyelesaian dengan menggunakan tabel atau mengganti bilangan pada huruf. Peserta didik diajak mengaitkan pada pembelajaran halaman berikutnya, sambil diingatkan cara penyelesaian persamaan linear, dengan berpikir apakah ada cara penyelesaian lain dalam sistem persamaan.

## 2 | Cara Menyelesaikan Sistem Persamaan

5 jam

### • Tujuan •

1. Dapat menjelaskan prinsip-prinsip untuk menyelesaikan sistem persamaan, yaitu dari 2 buah persamaan linear 2 variabel mengarah pada persamaan linear 1 variabel.
2. Dapat menyelesaikan sistem persamaan dengan menggunakan metode penambahan dan pengurangan atau metode substitusi.
3. Dapat menyelesaikan sistem persamaan yang agak kompleks, misalnya yang memuat tanda kurung, pecahan, koefisiennya berupa pecahan, dan lain-lain.

### Kunci Jawaban

Harga 1 buah hamburger adalah 200 yen.
Harga 1 gelas minuman adalah 150 yen.

Disingkat

Disingkat

① $3x + y = 750$
② $x + y = 350$

Kurangi ruas kiri ① dengan ruas kiri ②, dan bila terhubung dengan bilangan yang sama, maka diperoleh ① $2x = 400$.

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

#### 1. Aktivitas Matematis Saat ini

Saat ini adalah kesempatan untuk turut dalam aktivitas matematis A yang termuat dalam Materi Panduan Pembelajaran, disajikan "Aktivitas menemukan penalaran mengenai hukum penambahan dan pengurangan atau eliminasi dan hukum substitusi berdasarkan sifat persamaan".

Berkomunikasi untuk menjelaskan cara menyelesaikan sistem persamaan secara efisien, melalui permasalahan dalam kehidupan sehari-hari.

2 | Cara Menyelesaikan Sistem Persamaan

• Tujuan • Peserta didik dapat menyelesaikan sistem persamaan linear dengan metode eliminasi.

[ Aktivitas Matematis ]

Penemuan

Q Di suatu toko di Jepang, total harga 3 hamburger dan 1 gelas minuman adalah 750 yen, sedangkan total harga 1 hamburger dan 1 gelas minuman adalah 350 yen. Berapa harga masing-masing 1 buah hamburger dan 1 gelas minuman?



1 Untuk Q, jelaskan cara yang kamu gunakan secara ringkas dengan gambar dan bentuk aljabar.

2 Untuk Q, Dewi menggunakan gambar dan menemukan harga 1 hamburger. Jelaskan cara yang digunakan Dewi.

Cara Dewi

Nyatakan harga hamburger dengan ● dan harga minuman ■.

① ... ●●●■ → 750 yen
② ... ●■ → 350 yen
Dari ① dan ②, ●● → 400 yen ... ③
Oleh karena itu, ● → 200 yen

kurangi ruas kiri persamaan ①, oleh ruas kiri persamaan ②, dan lakukan hal yang sama pada ruas kanan.

3 Jika kita misalkan harga 1 hamburger adalah $x$ yen dan harga 1 gelas minuman adalah $y$ yen, bentuk aljabar apa yang dapat kita gunakan untuk menyatakan berturut-turut Cara Dewi dari ① dan ②? Bagaimana kita dapat menggunakan ① dan ② untuk memperoleh ③?

34 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

Dengan membandingkan dua gambar di atas dan di bawah, peserta didik fokus pada selisih banyak hamburger adalah selisih dari total kedua harga. Pada saat itu, peserta didik mengomunikasikan idenya mengenai penyelesaian sistem persamaan menggunakan kalimatnya sendiri.

Selain itu, soal ini belum tentu hanya menunjukkan prinsip metode penjumlahan dan pengurangan.

(1) Cara "Mengurangi bagian bawah dari atas"
(Harga untuk 2 hamburger) = 750 − 350
(2) Cara "Gabungkan dari bawah ke atas"
(Harga untuk 2 hamburger) + 350 = 750

Cara (1) adalah prinsip metode penjumlahan dan pengurangan, dan (2) adalah prinsip metode substitusi.

Menunjukkan penjelasan 1 sebagai contoh.

Heru menjelaskan cara (1) di atas dengan menggunakan simbol (hamburger ○, minuman □).

Pada 6 di halaman 33, dengan menyelesaikan sistem persamaan, kita dapat menemukan penyelesaian.

$$\begin{cases} 3x + y = 750 & ① \\ x + y = 350 & ② \end{cases}$$

Jika kita mengurangi ruas kiri persamaan ① dengan ruas kiri persamaan ② dan kita melakukan hal yang sama pada ruas kanan, maka variabel $y$ akan hilang, dan kita memperoleh sebuah persamaan linear dalam variabel $x$ saja.

$$\begin{array}{lrl} ① & 3x + y &= 750 \\ ② & x + y &= 350 \\ \hline & 2x &= 400 \\ & x &= 200 \end{array} \; -$$

**Berpikir Matematis**

Seperti menyelesaikan persamaan linear dengan menggunakan sifat persamaan, kita juga dapat menggunakan sifat-sifat serupa dalam menyelesaikan sistem persamaan.

$$\begin{array}{c} A = M \\ B = N \\ \hline A - B = M - N \end{array} \; -$$



4 Substitusi $x$ = 200 ke ① dan carilah nilai dari $y$.
Substitusi $x$ = 200 ke ② dan carilah nilai dari $y$.
Bandingkan hasil kedua pencarian tersebut.

5 Pada toko yang sama, 2 roti sosis dan 3 es krim harganya 720 yen, sedangkan 2 roti-sosis dan 1 es krim harganya 480 yen. Berapakah harga masing-masing 1 roti-sosis dan 1 es krim? Buatlah sistem persamaan dan selesaikanlah serta temukan jawabannya.

6 Bagaimana kita memperoleh sebuah persamaan linear dengan satu variabel dari sistem persamaan di sebelah kanan?

$$\begin{cases} 2x + y = 13 & ① \\ x - y = 5 & ② \end{cases}$$

## Kunci Jawaban

Jika, pada ① disubstitusi $x$ = 200, maka

$3 \times 200 + y = 750$

$y = 150$

Jika pada ② disubstitusi $x$ = 200, maka

$200 + y = 350$

$y = 150$

Baik ① maupun ②, hasilnya akan tetap sama meski disubstitusi.

Jika harga 1 roti sosis adalah $x$ yen, harga 1 es krim adalah $y$ yen, maka

$$\begin{cases} 2x + 3y = 720 & ① \\ 2x + y = 480 & ② \end{cases}$$

Jika masing-masing ruas kiri ① dan ② dikurangi dan masing-masing ruas kanan ① dan ② dikurangi, maka

$2y = 240$

$y = 120$

Jika pada ② $y$ = 120, maka

$2x + 120 = 480$

$x = 180$

Maka, $x$ = 180 dan $y$ = 120

Jawaban: Harga 1 buah roti sosis adalah 180 yen.
Harga 1 buah es krim adalah 120 yen.

Jika sesama ruas kiri dan sesama ruas kanan ① dan ② dijumlahkan, maka unsur y akan hilang.

### 4. Penggunaan Prinsip Metode Penambahan dan Pengurangan dan Penalaran Matematis 1

Peserta didik memikirkan cara mencari penyelesaian dari rumus yang ditampilkan di 3. Diharapkan peserta didik mempunyai pengetahuan bahwa dengan menggunakan sifat persamaan dari 2 rumus, akan mengantar ke persamaan linear 1 variabel. Ada baiknya menampilkan gambar dari cara Heru di 2 dan membandingkannya dengan rumus bilangan.

$$\begin{array}{rl} 3x + y &= 750 \\ x + y &= 350 \\ \hline 2x &= 400 \end{array} \; - \qquad \begin{array}{rl} ●●● + ■ &= 750 \\ ● + ■ &= 350 \\ \hline ●● &= 400 \end{array} \; -$$

Biarkan peserta didik mengingat kembali cara penyelesaian persamaan linear, dan berpikir apakah tidak bisa sama? (Penalaran Analogis).

Pada perhitungan ini peserta didik menekankan kembali penggunaan sifat persamaan, yaitu "mengurangi dua persamaan pada masing-masing ruas persamaan dari kedua ruas persamaan adalah persamaan".

### 5. Penggunaan 6 dan Balon Ucapan

Pikirkan cara menurunkan persamaan linear jika nilai absolut dari suku-suku yang memuat $y$ sama dan memiliki tanda yang berbeda, kemudian tuliskan hasil penemuanmu.

Dalam perhitungan ① − ②, $x + 2y = 8$, dan pastikan bahwa suku $y$ tidak dapat dihilangkan. Di sini, melalui kegiatan berkomunikasi, akan terhubung dengan pembelajaran di halaman-halaman berikut.

Selain itu, bergantung pada kondisi peserta didik, baik metode penjumlahan/pengurangan maupun metode substitusi dapat dipakai lebih dulu yang mana saja.

## Kunci Jawaban

**Soal 1**

(1) $\begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x = -1 \\ y = 5 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x = -3 \\ y = -2 \end{cases}$

## Soal Sejenis

Saat menghapus satu variabel dari sistem persamaan berikut, masukkan simbol penjumlahan atau pengurangan yang berlaku untuk □. Selain itu, selesaikan sistem persamaan ini.

(1) ① $x + 2y = 5$

② □) $x + 3y = 9$

(2) ① $5x + 4y = 6$

② □) $3x - 4y = 10$

[ (1) $-$, $\begin{cases} x = -3 \\ y = 4 \end{cases}$ (2) $+$, $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$ ]

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**6. Penggunaan** Contoh 1

Peserta didik menyelesaikan sistem persamaan sambil menekankan kembali prosesnya berdasarkan aktivitas 6 di halaman sebelumnya.

Saya ingin menegaskan kembali bahwa suku sejenis ditulis sejajar secara vertikal dalam penulisan. Selain itu, untuk mencari nilai $y$, pastikan peserta didik dapat mengganti nilai $x$ dalam rumus ① dan ② yang mungkin lebih mudah dihitung.

Verifikasi, berikutnya akan dihilangkan, akan tetapi arahkan dan biasakan menggantikannya ke dalam rumus asli untuk konfirmasi.

Setelah merangkum cara menyelesaikan Contoh 1, ajarkan istilah "hilangkan".

---

**Tujuan** Peserta didik dapat menyelesaikan sistem persamaan dengan memperoleh satu persamaan linear satu variabel dari dua persamaan.

**Metode Eliminasi - Substitusi**

**Contoh 1** Selesaikanlah sistem persamaan linear dua variabel berikut.

$2x + y = 13$ ①

$x - y = 5$ ②

**Cara** Untuk memperoleh satu variabel, kita lakukan penjumlahan ruas kiri dan ruas kanan.

**Penyelesaian**

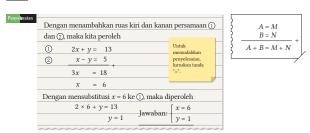
Dengan menambahkan ruas kiri dan kanan persamaan ① dan ②, maka kita peroleh

$$\begin{array}{lrl} ① & 2x + y = & 13 \\ ② & x - y = & 5 \quad + \\ \hline & 3x \quad = & 18 \\ & x \quad = & 6 \end{array}$$

Dengan mensubstitusi $x = 6$ ke ①, maka diperoleh

$2 \times 6 + y = 13$

$y = 1$

Jawaban: $\begin{cases} x = 6 \\ y = 1 \end{cases}$



**Periksa** Dengan mensubstitusikan nilai $x$ dan $y$ yang kita temukan ke sistem persamaan, maka diperoleh:

Ruas kiri adalah $2 \times 6 + 1 = 13$ dan ruas kanan adalah 13.

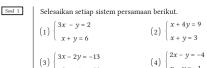
Ruas kiri adalah $6 - 1 = 5$ dan ruas kanan adalah 5.

Dengan demikian, bila $x = 6$ dan $y = 1$, kedua persamaan ① dan ② menjadi benar.

Dari yang sudah kita pelajari, jika kita mendapat satu persamaan yang tidak memuat $y$ dari sistem persamaan yang memuat $y$, maka kita telah mengeliminasi $y$.

**Soal 1** Selesaikan setiap sistem persamaan berikut.

(1) $\begin{cases} 3x - y = 2 \\ x + y = 6 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x + 4y = 9 \\ x + y = 3 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 3x - 2y = -13 \\ -3x + 4y = 23 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} 2x - y = -4 \\ x - y = -1 \end{cases}$

36 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

---

**7. Penggunaan** Soal 1

Konfirmasikan bahwa persamaan linear satu variabel dapat diturunkan dengan menghapus variabel berdasarkan penambahan jika nilai absolut dari koefisien satu variabel adalah sama dan tandanya berbeda, seperti pada Contoh 1, serta pengurangan jika koefisien dari satu variabel sama.

Selain itu, peserta didik diminta untuk memikirkan cara penyelesaian, seperti $\begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 1 \end{cases}$

Dengan memilih variabel mana dari $x$ dan $y$ yang akan dihilangkan, akan berkaitan dengan Contoh 2 pada halaman berikutnya.

Heru sedang bertamasya di Jepang. Ia membeli 1 hamburger dan 3 gelas minuman seharga 700 yen. Ia membeli lagi 2 hamburger dan 1 gelas minuman seharga 600 yen. Berapa harga masing-masing dari 1 hamburger dan 1 gelas minuman?

Mari kita selesaikan sistem persamaan linear dua variabel di atas.

Selesaikan sistem persamaan berikut.

$$\begin{cases} x + 3y = 700 & ① \\ 2x + y = 600 & ② \end{cases}$$

**Cara** Untuk mengeliminasi suatu variabel, misalkan $x$, persamaan ① dikali 2, sehingga koefisien dari $x$ di persamaan ① sama dengan koefisien $x$ di persamaan ②.

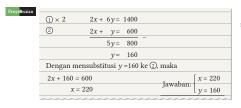
**Penyelesaian**

| | |
|---|---|
| ① × 2 | $2x + 6y = 1400$ |
| ② | $2x + y = 600$ − |
| | $5y = 800$ |
| | $y = 160$ |

Dengan mensubstitusi $y = 160$ ke ②, maka

$2x + 160 = 600$

$x = 220$

Jawaban: $\begin{cases} x = 220 \\ y = 160 \end{cases}$

**Soal 2** Selesaikan soal pada Contoh 2 dengan mengeliminasi $y$.

**Soal 3** Selesaikan setiap sistem persamaan berikut.

(1) $\begin{cases} 2x - 3y = 12 \\ 3x + y = 7 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 3x - 4y = 10 \\ 5x - 8y = 22 \end{cases}$ (3) $\begin{cases} -2x + 3y = -9 \\ 4x - 5y = 15 \end{cases}$

BAB 2 | Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

**Bab 2** Sistem Persamaan Linear Dua Variabel 37

## Kunci Jawaban

1 hamburger harganya 220 yen

1 gelas minuman harganya 160 yen

**Soal 2**

Agar menghilangkan $y$, maka jika mengurangi kedua ruas pada ① dan ②, dengan mengalikan rumus ② sebanyak 3 kalinya, maka

$$\begin{array}{lrl} ① & x + 3y & = 700 \\ ② \times 3 & 6x + 3y & = 1800 \quad - \\ \hline & -5x & = -1100 \\ & x & = 220 \end{array}$$

Jika $x = 220$ dimasukkan ke rumus ② maka,

$$2 \times 220 + y = 600$$
$$y = 160$$

Jawaban: $\begin{cases} x = 220 \\ y = 160 \end{cases}$

**Soal 3**

(1) $\begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x = -2 \\ y = -4 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x = 0 \\ y = -3 \end{cases}$

### 8. Penggunaan Q

Ini adalah contoh nyata untuk memikirkan sistem persamaan di mana nilai absolut dari koefisien kedua jenis variabel berbeda. Aktivitas berkomunikasi menjelaskan seperti pada Q Buku Siswa halaman 37, penting dilakukan.

Dari dua cara pembelian tersebut, jika membeli dua set dengan kombinasi atas, maka selisih dari kombinasi bawah sama dengan lima minuman. Ini adalah petunjuk untuk menurunkan persamaan linear satu variabel dari dua rumus.

Selain itu, jika Heru membeli 3 set dengan kombinasi ②, selisih dari kombinasi di atas akan sama dengan 5 hamburger.

Melalui hal-hal ini, mengarah pada pemahaman bahwa salah satu variabel dapat dihilangkan dalam sistem persamaan.

### 9. Penggunaan Contoh 2 dan Soal 2

Berdasarkan gagasan di Q, akan dirangkum cara menyelesaikan sistem persamaan dengan nilai dari koefisien kedua jenis variabel yang berbeda, sambil mengingatkan kembali mengenai prosedur. Di sini, perlu memastikan bahwa sifat persamaan adalah "Persamaan tersebut tetap berlaku meskipun bilangan yang sama dikalikan di kedua ruas persamaan".

Pemikiran dasar yang memungkinkan peserta didik memilih metode penyelesaian yang efisien perlu dibangun, dengan membandingkan dan mendiskusikan mana dari $x$ dan $y$ yang harus dihilangkan dan diselesaikan dengan lebih mudah.

## Kunci Jawaban

**Soal 4**

$$\begin{array}{lrl} ① \times 3 & 6x - 9y &= -21 \\ ② \times 2 & 6x + 4y &= -8 \quad - \\ \hline & -13y &= -13 \\ & y &= 1 \end{array}$$

Jika $y = 1$ disubstitusi pada nomor ①, maka

$$2x - 3 \times 1 = -7$$
$$x = -2$$

Jawaban: $\begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases}$

**Soal 5**

(1) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x = -2 \\ y = -3 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x = \frac{3}{4} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$

## Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

### 10. Penggunaan Contoh 3 dan Soal 4

Di sini, diberikan sistem persamaan yang membutuhkan beberapa kali lipat pada kedua persamaan untuk mendapatkan koefisien yang sama pada suatu variabel di setiap persamaan.

Pada Contoh 3 adalah mengenai metode menghilangkan *y*, dan Soal 4 adalah mengenai metode menghilangkan *x*. Usahakan peserta didik menyadari yang dihilangkan asalkan menemukan kelipatan persekutuan nilai dari koefisien variabel yang akan dihapus.

### 11. Penggunaan Soal 5

Tidak masalah menyelesaikan soal dengan menghapus variabel mana pun, tetapi peserta didik perlu memahami bahwa biasanya, jika peserta didik menentukan variabel yang akan dihapus dengan memperhatikan poin-poin berikut, maka kesalahan perhitungan akan berkurang.

(1) Variabel yang dapat dihilangkan dengan bilangan bulat yang dapat dikalikan dengan bilangan kecil di kedua sisinya.

(2) Variabel yang dapat dihapus dengan penambahan (variabel dengan tanda positif dan negatif yang berbeda pada kedua rumusnya).

Contoh 3 Selesaikan sistem persamaan berikut.

$$\begin{cases} 2x - 3y = -7 & ① \\ 3x + 2y = -4 & ② \end{cases}$$

Cara Untuk mengeliminasi salah satu variabel, kalikan setiap ruas dengan sebuah bilangan dan lakukan pada setiap persamaan sehingga koefisien-koefisien dari variabel yang akan dieliminasi bernilai sama.

Penyelesaian

$$\begin{array}{lrl} ① \times 2 & 4x - 6y &= -14 \\ ② \times 3 & 9x + 6y &= -12 \quad + \\ \hline & 13x &= -26 \\ & x &= -2 \end{array}$$

Dengan mensubstitusi $x = -2$ ke ②, maka kita peroleh

$$3 \times (-2) + 2y = -4$$
$$y = 1$$

Jawaban: $\begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases}$



Soal 4 Selesaikan sistem persamaan pada Contoh 3 dengan mengeliminasi *x*.

Soal 5 Selesaikan setiap sistem persamaan berikut.

(1) $\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 3x - 4y = -5 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 3x - 2y = 13 \\ 4x + 5y = 2 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 7x - 3y = -5 \\ 6x - 5y = 3 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} 4x + 8y = 7 \\ 6x + 5y = 7 \end{cases}$

Cobalah
Hlm.43 Penguatan 2-1

Menyelesaikan sistem persamaan dengan cara menyamakan koefisien dari variabel yang akan dihilangkan, dan dengan menambahkan atau mengurangkan kedua ruas persamaan untuk menghilangkan variabel, cara ini dinamakan metode *eliminasi* atau metode penjumlahan/pengurangan.


Hlm.46



### 12. Metode Eliminasi dan Metode Substitusi

Peserta didik memang tidak perlu menghafal definisi dari metode penjumlahan, pengurangan, metode substitusi, tetapi diharapkan ketika peserta didik menjelaskan dan berkomunikasi satu sama lain, peserta didik bebas menggunakan istilah-istilah matematika, seperti menghilangkan variabel, koefisien, nilai mutlak, metode eliminasi, dan metode substitusi.

Jika ada situasi di mana peserta didik berdiskusi mengenai cara pemecahan, maka peserta didik akan lebih mudah menyadari bagaimana menyelesaikan secara efisien, dan peserta didik akan lebih mudah menguasainya.

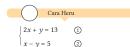
### 13. Penggunaan Balon Ucapan

Setelah memahami cara menyelesaikan sistem persamaan, peserta didik diarahkan untuk memikirkan mengenai penerapan matematika dengan mengarah pada penerapan yang telah dipelajari.

•Tujuan• Peserta didik dapat menyelesaikan sistem persamaan dengan cara memperoleh satu persamaan linear satu variabel dari dua persamaan.

**Metode Substitusi**

Untuk Contoh 1 pada halaman 36, Heru menemukan cara seperti pada gambar sebelah kanan. Jelaskan cara yang digunakan Heru. Dengan menggunakan Cara Heru selesaikan soal tersebut.

$$\begin{cases} 2x + y = 13 & ① \\ x - y = 5 & ② \end{cases}$$

Dengan menyatakan persamaan ② dalam $x$, maka kita peroleh

$x = 5 + y$.

Dengan mensubstitusi $5 + y$ ke dalam $x$ pada persamaan ①, maka kita peroleh persamaan dalam $y$.

**Contoh 4** Selesaikan sistem persamaan berikut.

$y = x - 1$ ①

$x + 2y = 7$ ②

**Cara** Pada persamaan ①, $y$ sama dengan $x - 1$, sehingga kita dapat mengganti $y$ pada persamaan ② dengan $x - 1$. Artinya, kita mensubstitusi $x - 1$ ke dalam $y$, untuk mengeliminasi $y$.

**Penyelesaian**

Dengan mensubstitusi ① ke dalam ②, kita memperoleh

$x + 2(x - 1) = 7$ — Ketika mensubstitusi suatu persamaan dengan bentuk aljabar tertentu, jangan lupa gunakan tanda kurung.

$x + 2x - 2 = 7$

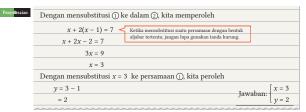
$3x = 9$

$x = 3$

Dengan mensubstitusi $x = 3$ ke persamaan ①, kita peroleh

$y = 3 - 1$

$= 2$

Jawaban: $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$

Cara menyelesaikan sistem persamaan dengan mensubstitusi satu persamaan ke dalam persamaan yang lain untuk menghilangkan salah satu variabel seperti Contoh 4 dinamakan metode *substitusi*.





## Kunci Jawaban

Selesaikan $x$ pada persamaan ②, mengarah pada persamaan $x = 5 + y$. Nilai $y$ dapat diperoleh dengan mensubstitusi persamaan ini ke dalam persamaan ① dan menjadikannya persamaan linear satu variabel.

Begitu diselesaikan $x$ pada ②, dan mensubstitusi $x = 5 + y$ ke ①, maka

$2(5 + y) + y = 13$

$y = 1$

Jika $y = 1$ disubstitusi pada ②, maka

$x - 1 = 5$

$x = 6$

Jawaban: $\begin{cases} x = 6 \\ y = 1 \end{cases}$

### 14. Penggunaan

Untuk menyelesaikan sistem persamaan, kembali ke prinsip bahwa satu variabel harus dihilangkan untuk menurunkan persamaan linear satu variabel, dan dipikirkan metode yang berbeda dari metode penambahan atau pengurangan.

Persamaan yang lain, jika salah satu persamaan berbentuk "$y$ = ○" (atau "$x$ = ○"), persamaan tersebut dapat diubah dengan perubahan menggunakan sifat persamaan dan diselesaikan dengan metode penjumlahan atau pengurangan, tetapi lebih mudah menggunakan metode substitusi.

Selama ini, peserta didik telah belajar mengganti angka dengan huruf, namun mengganti persamaan dengan simbol adalah pertama kali, sehingga ada peserta didik yang bingung, maka bagian ini perlu dijelaskan dengan cermat.

### 15. Penggunaan **Contoh 4**

Jika suatu rumus bentuknya "$y$ = ○", buatlah peserta didik memahami bahwa dapat ditetapkan rumus lain dengan cara yang sama seperti ketika suatu bilangan diisikan ke $y$. Untuk itu, disarankan untuk mengambil beberapa contoh seperti menggunakan kapur berwarna atau menggunakan kartu dengan tulisan "$y$" dan "$x - 1$" di kedua sisinya agar terlihat secara visual.

Selain itu, apabila mensubstitusi rumus, arahkan untuk wajib memberikan tanda kurung pada rumus tersebut. Ini juga berkaitan untuk mencegah kesalahan perhitungan karena pemrosesan pengkodean berikutnya.

**Referensi**  **Substitusi Persamaan yang Koefisiennya Bukan 1**

Beberapa peserta didik bertanya-tanya bagaimana cara mensubstitusi ketika menyelesaikan sistem persamaan berikut, maka perlu mengajari mereka dengan hati-hati.

(1) $\begin{cases} 3x - 2y = 4 & ① \\ 2y = 5x - 8 & ② \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 3x + y = 17 & ① \\ 3x = 7y - 23 & ② \end{cases}$

(1) ② disubstitusi ① dan menyelesaikan $3x - (5x - 8) = 4$

(2) ② disubstitusi ① dan menyelesaikan $(7y - 23) + y = 17$

Soal 6

Selesaikan sistem persamaan berikut menggunakan metode substitusi.

(1) $\begin{cases} x = 3y + 1 \\ x + 2y = 11 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} y = 7x - 2 \\ y = 4x + 1 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x - 2y = 9 \\ y = x - 3 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x - 3y = 5 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$

Cobalah
Hlm.43
Penguatan 2-2

Diskusi

Untuk sistem persamaan berikut, diskusikan mana yang lebih baik, apakah menggunakan metode eliminasi ataukah dengan metode substitusi. Selesaikanlah dengan menggunakan kedua metode tersebut dan bandingkan jawabanmu.

$2x + 3y = 4$ ①

$x - y = 2$ ②

Kita dapat menyelesaikan dengan menyamakan koefisien $x$ dan $y$. Jadi, metode eliminasi tampak lebih baik.

Dari persamaan (2), kita dapat menyatakan persamaan dalam $x$ atau dalam $y$. Jadi, metode substitusi lebih mudah digunakan.

Soal 7

Seperti ide penyelesaian dalam Q, sistem persamaan linear dua variabel dapat diselesaikan dengan metode eliminasi atau metode substitusi.

Selesaikan sistem persamaan berikut dengan metode yang tepat.

(1) $\begin{cases} 3x + y = 7 \\ x + 2y = 9 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x + 3y = 3 \\ x = -y + 2 \end{cases}$

Saya Bertanya
Apakah ada sistem persamaan dengan tiga variabel?
Hlm.44

**Berbagai Sistem Persamaan**

Contoh 5

$\begin{cases} 5x + 3y = 0 & ① \\ 3x - 2(x - y) = 7 & ② \end{cases}$

Dengan membuka kurung pada persamaan ② dan melakukan penyederhanaan, kita peroleh

$x + 2y = 7$ ③

Dengan menyelesaikan (1) dan (3), diperoleh $\begin{cases} x = -3 \\ y = 5 \end{cases}$

40 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

## Kunci Jawaban

**Soal 6**

(1) $\begin{cases} x = 7 \\ y = 2 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 5 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x = -3 \\ y = -6 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$

Dengan cara apa pun, penyelesaiannya sama.

**Soal 7**

(1) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$

## Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

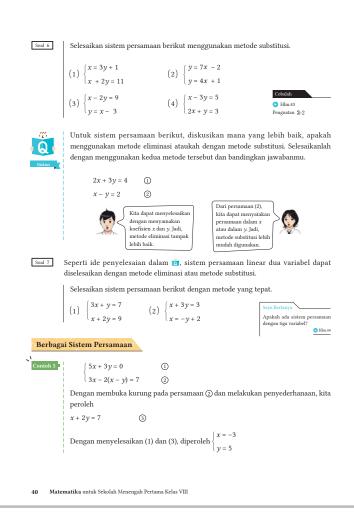
### 16. Penggunaan Soal 6

Peserta didik diinstruksikan untuk melihat bentuk rumus dan memikirkan penyelesaiannya dengan pola pikir mereka.

Untuk (2), jika ruas kanan dihubungkan dengan bilangan yang sama, maka diperoleh persamaan linear satu variabel, yaitu $7x - 2 = 4x + 1$. Penyelesaian seperti itu kadang-kadang disebut "metode nilai yang sama", tetapi ini dianggap sebagai kasus khusus dari metode substitusi. Ini adalah bentuk yang sering muncul saat mencari perpotongan garis lurus.

Pada (3) membuat peserta didik menyadari bahwa, kita perlu menyelesaikan salah satu persamaan untuk $x$ atau $y$ untuk menggunakan metode substitusi. Secara umum, sistem persamaan bentuk ini sering diselesaikan dengan metode penjumlahan/pengurangan. Namun, perlu diperhatikan bahwa jika nilai mutlak koefisiennya adalah 1, seperti pada (4), metode substitusi dengan transformasi rumus dapat digunakan dengan relatif mudah.

### 17. Penggunaan Q dan Soal 7

Setelah mengerjakan sendiri, peserta didik diminta untuk mengeluarkan pendapat tentang menyelesaikan dengan metode mana dan alasan memilih metode tersebut, secara berpasangan atau dalam kelompok kecil. Mengenai kemudahan menyelesaikan soal, tiap individu pasti berbeda, tetapi yang perlu ditekankan adalah soal dapat diselesaikan dengan metode mana pun.

Setelah menyelesaikan Soal 7, peserta didik tidak hanya saling mencocokkan jawaban, tetapi juga melakukan upaya yang sama dengan Q untuk mengetahui ketercapaiannya.

### 18. Mengenai Ajarkan!

Peserta didik mungkin bertanya, "Apakah ada persamaan linear yang memuat tiga variabel?" Di Buku Siswa halaman 44–45 memuat "Mari memecahkan persamaan yang memuat tiga variabel", maka apresiasi pada ketertarikan peserta didik ini, dan berikan motivasi.

### 19. Penggunaan Contoh 5 dan Soal 8

Peserta didik diminta memahami bahwa dengan menghilangkan tanda kurung dan merangkum suku-suku yang sejenis, dapat mereduksi sistem persamaan yang telah dipelajari.

**Soal 8** Selesaikan sistem persamaan berikut.

(1) $\begin{cases} 2(x - y) - x = 8 \\ 5x - (3x - y) = 1 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 3(x + 2y) = 2(x - 3) \\ y = 4 - x \end{cases}$

**Contoh 6** Selesaikan sistem persamaan berikut.

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = 1 & ① \\ x + y = 4 & ② \end{cases}$$

**Cara** Kalikan kedua ruas persamaan ① dengan 6, ubah koefisien dalam bentuk bilangan bulat, dan selesaikan.

**Penyelesaian**

① × 6 $(\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y) \times 6 = 1 \times 6$

$3x + 2y = 6$ ③



Dengan menyelesaikan ② dan ③ sebagai sebuah sistem, kita peroleh

③ $3x + 2y = 6$

② × 2 $2x + 2y = 8$ −

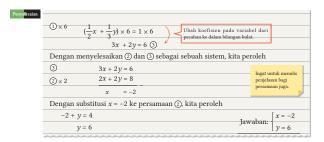
$x = -2$



Dengan substitusi $x = -2$ ke persamaan ②, kita peroleh

$-2 + y = 4$

$y = 6$

Jawaban: $\begin{cases} x = -2 \\ y = 6 \end{cases}$

**Soal 9** Pikirkan metode apa yang kita perlukan untuk menyelesaikan sistem persamaan berikut. Gunakan metode tersebut untuk mencari penyelesaian.

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ 0{,}5x + 0{,}2y = 1{,}5 \end{cases}$$

**Soal 10** Selesaikan sistem persamaan berikut setelah kamu mengubah koefisien-koefisien variabel dalam bilangan bulat.

(1) $\begin{cases} 0{,}2x + 0{,}3y = 0{,}5 \\ x + 5y = -1 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 8x - 3y = 9 \\ -\frac{1}{6}x + \frac{1}{2}y = 2 \end{cases}$

Bab 2 Sistem Persamaan Linear Dua Variabel 41

Saat menghapus tanda kurung ② dalam Contoh 5, selain memastikan ekspresi aturan distributif, di sini juga merupakan bagian di mana terdapat banyak kesalahan, maka jelaskan dengan hati-hati.

Peserta didik dibuat menyadari bahwa untuk menyelesaikan Soal 8 bagian (2) dengan metode penjumlahan atau pengurangan, perlu memindahkan suku variabel ke sisi kiri dan suku konstanta ke sisi kanan dengan suku transfer.

## 20. Penggunaan Contoh 6, Soal 9, dan Soal 10

Peserta didik diingatkan bahwa belajar menyelesaikan persamaan pecahan dan koefisien pecahan dengan mengubahnya menjadi koefisien bilangan bulat yang telah dipelajari di kelas VII.

Jika peserta didik diminta untuk menemukan cara menyelesaikan Contoh 6, beberapa peserta didik mungkin menemukan metode pengalian ① untuk menyelaraskan koefisien $x$, sebagai berikut.

① ×2 $x + \frac{2}{3}y = 2$

② $x + y = 4$ −

$-\frac{1}{3}y = -2$

Dengan membandingkan cara seperti ini, peserta didik diharapkan dapat mengetahui keunggulan cara mengubah koefisien menjadi bilangan bulat.

## Kunci Jawaban

**Soal 8**

(1) $\begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x = 6 \\ y = -2 \end{cases}$

**Soal 9**

Untuk membuat koefisien variabel menjadi bilangan bulat, kalikan kedua ruas persamaan yang bawah dengan 10.

Seandainya persamaan atas adalah ①, rumus bawah dianggap ②, dan persamaan yang diperoleh dengan mengalikan kedua sisi ② dengan 10, akan menjadi ③.

$5x + 2y = 15$ ③

Jika ① dan ③ diselesaikan sebagai sistem persamaan, maka

③ $5x + 2y = 15$

① ×2 $2x + 2y = 12$ −

$3x = 3$

$x = 1$

Jika $x = 1$ disubstitusi ke ②, maka

$1 + y = 6$

$y = 5$

Jawaban: $\begin{cases} x = 1 \\ y = 5 \end{cases}$

**Soal 10**

Misalkan setiap persamaan atas adalah ① dan persamaan bawahnya adalah ②.

(1) Jika persamaan yang diperoleh dengan mengalikan kedua sisi ① dengan 10 adalah ③, maka

$\begin{cases} 2x + 3y = 5 & ③ \\ x + 5y = -1 & ② \end{cases}$

Jadi, penyelesaiannya adalah $\begin{cases} x = 4 \\ y = -1 \end{cases}$

(2) Jika rumus yang diperoleh dengan mengalikan kedua sisi ② dengan 6 adalah ③, maka

$\begin{cases} 8x - 3y = 9 & ① \\ -x + 3y = 12 & ③ \end{cases}$

Jadi, penyelesaiannya adalah $\begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \end{cases}$

## Kunci Jawaban

**Soal 11**

Jika diubah ke dalam bentuk ⓐ, maka

$$\begin{cases} 2x + 3y = x + y \\ 2x + 3y = 2 \end{cases}$$

Jika diubah ke dalam bentuk ⓑ, maka

$$\begin{cases} 2x + 3y = x + y \\ x + y = 2 \end{cases}$$

Penyelesaiannya sama.

**Soal 12**

(1) Jika diubah ke dalam bentuk ⓒ, maka

$$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ -3x + y = 1 \end{cases}$$

Jadi, penyelesaiannya adalah $\begin{cases} x = -2 \\ y = -5 \end{cases}$

(2) Jika diubah ke dalam bentuk ⓐ, maka

$$\begin{cases} 3x + 2y = 5 + 3y \\ 3x + 2y = 2x + 11 \end{cases}$$

Jika setiap persamaan disederhanakan, maka

$$\begin{cases} 3x - y = 5 \\ x + 2y = 11 \end{cases}$$

Jadi, penyelesaiannya adalah $\begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$

## Mari Kita Periksa

1 jam

## Kunci Jawaban

**1**

(1) Penyelesaian (1) adalah ⓒ dan ⓓ
Penyelesaian (2) adalah ⓓ atau ⓐ

(2) ⓓ

**2**

(1) $\begin{cases} x = 7 \\ y = 1 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x = 6 \\ y = -4 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x = -4 \\ y = -1 \end{cases}$

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**21. Penggunaan Contoh 7, Soal 11**

Pada Contoh 7, penting sekali peserta didik memahami hubungan 2 nilai yang sama seperti pada (1) dan (2) berikut ini.

**Contoh 7** Sistem persamaan dalam bentuk $A = B = C$, seperti $2x + 3y = x + y = 2$, dapat diselesaikan menggunakan kombinasi ⓐ, ⓑ, dan ⓒ berikut.

ⓐ $\begin{cases} A = B \\ A = C \end{cases}$ ⓑ $\begin{cases} A = B \\ B = C \end{cases}$ ⓒ $\begin{cases} A = C \\ B = C \end{cases}$

Sebagai contoh, dengan mengubah ke dalam bentuk ⓒ, kita peroleh

$\begin{cases} 2x + 3y = 2 \\ x + y = 2 \end{cases}$ Dengan menyelesaikan sistem ini, kita peroleh $\begin{cases} x = 4 \\ y = -2 \end{cases}$

**Soal 11** Ubah sistem persamaan dalam Contoh 7 ke dalam bentuk (a) dan (b) dan selesaikan.

**Soal 12** Selesaikan sistem persamaan berikut.

(1) $2x - y = -3x + y = 1$

(2) $3x + 2y = 5 + 3y = 2x + 11$

Cobalah
Hlm.43
Penguatan 2-3



**Mari Kita Periksa** 1 Sistem Persamaan

**1** Sistem Persamaan dan Penyelesaiannya [Hlm.32] S 1 [Hlm.33] S 2 S 3

Untuk persamaan linear dua variabel $x + y = 11$ (1) dan $x - y = 5$ (2), pilih satu jawaban benar dari (a) - (d) berikut.

ⓐ $\begin{cases} x = 7 \\ y = 2 \end{cases}$ ⓑ $\begin{cases} x = 2 \\ y = 7 \end{cases}$ ⓒ $\begin{cases} x = 6 \\ y = 5 \end{cases}$ ⓓ $\begin{cases} x = 8 \\ y = 3 \end{cases}$

(1) Apakah penyelesaian dari masing-masing persamaan (1) dan (2)?

(2) Ketika memandang (1) dan (2) sebagai sistem persamaan, apakah penyelesaiannya?

**2** Metode Eliminasi [Hlm.36] Cth. 1 [Hlm.37] Cth. 2 [Hlm.38] Cth. 3 Metode Substitusi [Hlm.39] Cth. 4

Selesaikan setiap sistem persamaan berikut.

(1) $\begin{cases} x - 3y = 4 \\ x + 3y = 10 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 2x + 5y = -8 \\ 4x + 3y = 12 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 3x + 2y = 4 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} 2x + y = -9 \\ x = 3y - 1 \end{cases}$

42 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

(1) $A = B = C$

(2) ⓐ $\begin{cases} A = B \\ A = C \end{cases}$ ⓑ $\begin{cases} A = B \\ B = C \end{cases}$ ⓒ $\begin{cases} A = C \\ B = C \end{cases}$

Di sini, guru menekankan kembali bahwa ada tiga cara, yaitu ⓐ, ⓑ, ⓒ untuk membuat dua persamaan.

Pada buku ini diberikan contoh persamaan yang diubah menjadi bentuk ⓒ, tetapi bisa juga diselesaikan dengan persamaan yang diubah ke dalam bentuk ⓐ atau ⓑ. Sebaiknya peserta didik diajak berpikir dengan membandingkan ketiganya. Soal akan dapat diselesaikan secara efisien dan penyelesaiannya akan sama meskipun kombinasinya bentuk apa pun.

**22. Penggunaan Balon Ucapan**

Peserta didik diminta memikirkan aplikasi matematika, khususnya pada penggunaan materi yang telah dipelajari, setelah memahami cara menyelesaikan sistem persamaan. Seperti dalam balon ucapan, contoh aplikasi terdapat di B.

## Penguatan 2

→ Sistem Persamaan

Gunakan materi yang sudah dipelajari baik saat belajar maupun saat berlatih.

Selesaikan setiap sistem persamaan berikut.

**1** Menggunakan Metode Eliminasi

(1) $\begin{cases} 3x + y = 17 \\ x - y = 3 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 2x + 5y = 1 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} -x + 3y = -8 \\ x - 4y = 9 \end{cases}$

(4) $\begin{cases} 3x + y = 7 \\ x + 2y = 9 \end{cases}$

(5) $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 5x - 6y = 7 \end{cases}$

(6) $\begin{cases} -2x + 5y = -15 \\ 4x - 9y = 27 \end{cases}$

(7) $\begin{cases} 3x - 2y = -11 \\ 2x + 3y = -3 \end{cases}$

(8) $\begin{cases} 4x + 3y = 0 \\ 5x - 2y = -23 \end{cases}$

(9) $\begin{cases} 5x - 7y = -16 \\ -4x - 3y = 30 \end{cases}$

**2** Menggunakan Metode Substitusi

(1) $\begin{cases} y = x + 2 \\ 3x + y = 14 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x + 3y = 3 \\ x = -y + 2 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x = 2y + 6 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases}$

(4) $\begin{cases} 9x - 2y = -1 \\ y = 3x + 1 \end{cases}$

(5) $\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = -3x + 14 \end{cases}$

(6) $\begin{cases} 2x = 3y - 1 \\ 2x = 5y - 7 \end{cases}$

**3** Aneka Sistem Persamaan

(1) $\begin{cases} 8x = 5y + 2 \\ 5 - 3x = -4y \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 3(2x + 1) + 5y = -5 \\ -7x - 4(y + 3) = -10 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 0{,}5x - 1{,}4y = 8 \\ -x + 2y = -12 \end{cases}$

(4) $\begin{cases} 0{,}35x - 0{,}12y = -1{,}5 \\ -2x + 3y = -3 \end{cases}$

(5) $\begin{cases} \frac{1}{6}x - \frac{1}{8}y = 1 \\ 2x + y = 2 \end{cases}$

(6) $\begin{cases} 6x + 5y = 9 \\ \frac{3x - 2y}{6} = -1 \end{cases}$

(7) $2x - y = 3x + y = -10$

(8) $x - 2y = 4x + 3y = 1 - 4y$

Jawaban pada Hlm.229, 230

**Bab 2** Sistem Persamaan Linear Dua Variabel 43

BAB 2 | Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

## Penguatan 2

### Kunci Jawaban

**1**

(1) $\begin{cases} x = 5 \\ y = 2 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x = 5 \\ y = -1 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases}$

(5) $\begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases}$ (6) $\begin{cases} x = 0 \\ y = -3 \end{cases}$

(7) $\begin{cases} x = -3 \\ y = 1 \end{cases}$ (8) $\begin{cases} x = -3 \\ y = 4 \end{cases}$

(9) $\begin{cases} x = -6 \\ y = -2 \end{cases}$

**2**

(1) $\begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x = 4 \\ y = -1 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = 2 \end{cases}$

(5) $\begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \end{cases}$ (6) $\begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases}$

**3**

(1) $\begin{cases} 8x - 5y = 2 \\ -3x + 4y = -5 \end{cases}$ Jika diselesaikan, maka $\begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 6x + 5y = -8 \\ -7x - 4y = 2 \end{cases}$ Jika diselesaikan, maka $\begin{cases} x = 2 \\ y = -4 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 5x - 14y = 80 \\ -x + 2y = -12 \end{cases}$ Jika diselesaikan, maka $\begin{cases} x = 2 \\ y = -5 \end{cases}$

(4) $\begin{cases} 35x - 12y = -150 \\ -2x + 3y = -3 \end{cases}$ Jika diselesaikan, maka $\begin{cases} x = -6 \\ y = -5 \end{cases}$

(5) $\begin{cases} 4x - 3y = 24 \\ 2x + y = 2 \end{cases}$ Jika diselesaikan, maka $\begin{cases} x = 3 \\ y = -4 \end{cases}$

(6) $\begin{cases} 6x + 5y = 9 \\ 3x - 2y = -6 \end{cases}$ Jika diselesaikan, maka $\begin{cases} x = -\frac{4}{9} \\ y = \frac{7}{3} \end{cases}$

(7) $\begin{cases} 2x - y = -10 \\ 3x + y = -10 \end{cases}$ Jika diselesaikan, maka $\begin{cases} x = -4 \\ y = 2 \end{cases}$

(8) $\begin{cases} x - 2y = 1 - 4y \\ 4x + 3y = 1 - 4y \end{cases}$ Jika diselesaikan, maka $\begin{cases} x = -5 \\ y = 3 \end{cases}$

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**1. Penggunaan Halaman Ini**

Kecepatan dan akurasi penyelesaian memang diperlukan, namun penting juga untuk menyelesaikannya dengan hati-hati.

Peserta didik diarahkan untuk menulis pada rumus yang diberikan nomor ① dan ②, misalnya tulis kata-kata seperti "dari ① + ② × 3", "gantikan $x = 2$ ke ②", dan "maka".

Beberapa peserta didik enggan menulis, namun arahkan peserta didik agar menulis dengan hati-hati, termasuk pada penyederhanaan persamaan sehingga dapat mengurangi jumlah jawaban yang salah.

## Kunci Jawaban

1 buah apel harganya adalah 150 yen, 1 buah jeruk harganya adalah 80 yen, 1 buah kesemek harganya adalah 120 yen.

① $x + y = 230$
② $y + z = 200$
③ $x + z = 270$

Jika ① dan ② diselesaikan dengan sistem persamaan, maka $x = 150$, $y = 80$
Jika mencari nilai z dengan menggantikan $y = 80$ pada ②, maka $z = 120$
Dengan begitu, penyelesaian sistem persamaan ini adalah

$$\begin{cases} x = 150 \\ y = 80 \\ z = 120 \end{cases}$$

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**Penggunaan 1**

Kondisikan peserta didik untuk dapat menemukan caranya sendiri, baik secara berpasangan maupun berkelompok.

Peserta didik mendapatkan pengalaman bahwa lebih mudah menjelaskan dan orang lain lebih mudah memahami dengan menyusun ke diagram atau tabel. Alangkah baiknya jika peserta didik yang sudah membuat diberikan kesempatan untuk presentasi di kelas.

Selain itu, diharapkan pemahaman secara keseluruhan akan meningkat ketika mereka menjelaskan metode yang telah mereka temukan.

Berdasarkan fakta bahwa jumlah uang untuk membeli masing-masing buah sebanyak dua buah adalah 700 yen, maka dapat diketahui bahwa membeli masing-masing satu buah adalah 350 yen. Minta mereka menjelaskan cara mencari harga masing-masing dengan menggabungkan kondisi ① sampai dengan ③.

Cermati

Total harga ketika berbelanja di sebuah toko di Jepang adalah sebagai berikut.

① 230 yen untuk harga 1 apel dan 1 jeruk mandarin.
② 200 yen untuk 1 jeruk mandarin dan 1 kesemek.
③ 270 yen untuk harga 1 apel dan 1 kesemek.

Berapakah harga masing-masing untuk 1 apel, 1 jeruk mandarin, dan 1 kesemek?



**1** Dengan menggunakan caramu sendiri, temukan jawabannya!

**2** Jika kita misalkan harga 1 apel adalah $x$ yen, harga 1 jeruk mandarin adalah $y$ yen, dan harga 1 kesemek adalah $z$ yen, bagaimanakah kita menyatakan hubungan antara besaran-besaran tersebut menggunakan sebuah persamaan?

**3** Pikirkan 3 persamaan yang dibentuk dari soal 2, yaitu

$$\begin{cases} x + y = 230 & ① \\ y + z = 200 & ② \\ x + z = 270 & ③ \end{cases}$$

Sebagai sebuah sistem persamaan yang memuat tiga variabel, perhatikan cara menyelesaikan sistem tersebut dari urutan (I) – (III) berikut.

(i) Kurangi kedua ruas persamaan ③ oleh persamaan ② untuk mengeliminasi $z$, sehingga terbentuk persamaan linear dua variabel dalam $x$ dan $y$. Namai persamaan ini dengan ④.

③ $x + z = 270$
② $y + z = 200$ −
$x - y = 70$ ④

(ii) Selesaikan sistem persamaan yang meliputi ① dan ④, dan carilah nilai dari $x$ dan $y$.

(iii) Substitusi nilai $y$ yang ditemukan di langkah (ii) ke dalam persamaan ②, dan carilah nilai $z$.

44 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

**2. Penggunaan 3**

Peserta didik memikirkan metode untuk menemukan jawaban secara aljabar berdasarkan persamaan yang dinyatakan dalam 2.

Agar peserta didik menguasai cara penyelesaian persamaan linear dua variabel, diusahakan agar peserta didik memiliki cara pandang untuk mendapatkan dua keadaan dengan menggabungkan tiga keadaan, maka ada dua bilangan yang tidak diketahui.

Selain itu, dengan menggunakan gagasan yang dijelaskan dalam 1, itu dapat menyelesaikan soal sebagai berikut.

① + ② + ③, $2x + 2y + 2z = 700$

Jika kedua ruas dibagi 2, maka $x + y + z = 350$ ④
④ − ①, $z = 120$
④ − ②, $x = 150$
④ − ③, $y = 80$

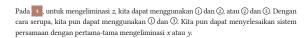
Sebagaimana telah kita selidiki di nomor 3, untuk menyelesaikan sistem persamaan linear tiga variabel, kita dapat menyelesaikannya dengan metode eliminasi, yaitu dengan mengeliminasi satu variabel, dan membuat sistem persamaan linear dua variabel.

**4** Perhatikan bagaimana kita dapat menyelesaikan sistem persamaan linear berikut.

$$\begin{cases} x + y + z = 2 & ① \\ 2x + 3y - z = -1 & ② \\ x - 2y + 3z = 10 & ③ \end{cases}$$

1. Operasi apa yang diperlukan untuk mengeliminasi $z$ dari ① dan ②?
2. Operasi apa yang diperlukan untuk mengeliminasi $z$ dari ② dan ③?
3. Dengan menggunakan metode 1 dan 2 dalam mengeliminasi $z$, selesaikan sistem persamaan linear tersebut.

Pada 2, kita perlu membuat koefisien $z$ sama.

Pada 4, untuk mengeliminasi $z$, kita dapat menggunakan ① dan ②, atau ② dan ③. Dengan cara serupa, kita pun dapat menggunakan ① dan ③. Kita pun dapat menyelesaikan sistem persamaan dengan pertama-tama mengeliminasi $x$ atau $y$.

**5** Selesaikan sistem persamaan pada soal 4 dengan mula-mula mengeliminasi $y$.
Persamaan-persamaan linear yang memuat 3 variabel, seperti $x + y + z = 2$, dinamakan persamaan-persamaan linear dengan 3 hal yang tidak diketahui. Suatu kelompok persamaan, terdiri dari tiga persamaan linear dengan tiga bilangan tidak diketahui, dinamakan *sistem persamaan linear dengan tiga variabel.*

**6** Selesaikan setiap sistem persamaan linear berikut.

1. $\begin{cases} x + y + z = 13 \\ x - y + 2z = 7 \\ 3x + y - z = 23 \end{cases}$
2. $\begin{cases} x + 2y = 6 \\ y = 3z + 8 \\ x - 6z = 2 \end{cases}$

Bab 2 Sistem Persamaan Linear Dua Variabel 45

BAB 2 | Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

## Kunci Jawaban

**4**

1. Tambahkan masing-masing sisi kiri dan kanan ① dan ②.
2. Rumus yang diperoleh dengan mengalikan kedua sisi ② dengan 3, serta menambahkan masing-masing sisi kiri dan kanan dengan ③.
3. ① + ② diperoleh

   $3x + 4y = 1$ ④

   ②×3 + ③ diperoleh

   $7x + 7y = 7$

   $x + y = 1$ ⑤

   ④, ⑤ diperoleh

   $x = 3,\ y = -2$

   Semua ini bila disubstitusikan menjadi ①, dan mencari nilai $z$, maka $z = 1$

   Sehingga, penyelesaian dari persamaan linear ini adalah $\begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \\ z = 1 \end{cases}$

**5**

①×3 − ② diperoleh

$x + 4z = 7$ ④

①×2 + ③ diperoleh

$3x + 5z = 14$ ⑤

④, ⑤ diperoleh

$x = 3,\ z = 1$

Jika mencari nilai $y = -2$ dengan mengganti $x = 3,\ \ z = 1$ pada ① maka penyelesaian sistem persamaannya adalah

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \\ z = 1 \end{cases}$$

**6**

1. $\begin{cases} x = 7 \\ y = 4 \\ z = 2 \end{cases}$
2. $\begin{cases} x = -4 \\ y = 5 \\ z = -1 \end{cases}$

### 3. Penggunaan 4 dan 5

Seperti dalam 3, peserta didik dapat menemukan metode untuk menyelesaikan dengan menguasai persamaan linear 2 variabel. Usahakan membuat peserta didik berkata, "Saya bisa menggunakan cara penyelesaian yang telah dipelajari, peserta didik dapat mereduksi salah satu dari tiga variabel menjadi dua variabel." Lalu, untuk menghilangkan $z$ dari ② dan ③, peserta didik perlu mengetahui bahwa peserta didik harus mengalikan kedua sisi ② dengan 3 lalu menambahkannya ke rumus ③.

Selain itu, dengan membandingkan 4 dan 5, peserta didik diminta melihat kembali variabel mana yang harus dihapus agar lebih efisien dan dapat mengerjakan dengan pola pikir mereka.

### 4. Penggunaan 6

Untuk 2, jika menggunakan metode substitusi, maka dapat dengan mudah menurunkan sistem persamaan linear 2 variabel dari $x$ dan $z$.

## Aplikasi Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV)

5 jam

### 1 Aplikasi Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

4,5 jam

**Tujuan**

1. Memahami cara-cara penyelesaian soal dalam bentuk sistem persamaan.
2. Mampu menyelesaikan soal dalam kehidupan sehari-hari dengan menggunakan sistem persamaan.

**Kunci Jawaban**

Kue sebanyak 7 buah
Puding sebanyak 5 buah

**Soal 1**

Jika banyak kue adalah $x$ buah, dan puding adalah $y$ buah, maka

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ 200x + 120y = 2.000 \end{cases}$$

Maka
Jumlahnya, $7 + 5 = 12$ (buah)
jumlah uangnya adalah $200 \times 7 + 120 \times 5$
$= 2.000$ yen
Jadi, sesuai dengan soal bahwa kue 7 buah dan puding 5 buah.
Jawaban: Kue sebanyak 7 buah, puding sebanyak 5 buah.

**Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan**

 **Penggunaan** 

Kalau peserta didik diajak "Ayo kita coba menyelesaikan soal ini dengan sistem persamaan!" mungkin ada peserta didik yang menyelesaikan dengan sistem persamaan linear satu variabel yang telah dipelajari di kelas VII. Soal ini akan membuat peserta didik menyadari bahwa dengan membandingkan cara menyelesaikan soal dengan sistem persamaan, akan lebih mudah bila formulasi persamaannya menggunakan 2 variabel. Di sini penting sekali peserta didik melakukan aktivitas saling menjelaskan pola pikirnya.

2 Aplikasi Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV)

1 Aplikasi Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

•Tujuan• Peserta didik dapat menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linear dua variabel.

Di Jepang, Heru membeli 12 buah makanan yang terdiri dari kue dan puding dengan total harga 2.000 yen. Harga untuk 1 kue 200 yen dan 1 puding seharga 120 yen. Berapa banyak masing-masing kue dan puding yang dibeli?

Sumber: https://rumahrifai.files.wordpress.com/2013/04/japanese-snacks_purin.jpg

Di Q, jika kita menggunakan sistem persamaan, maka kita dapat menyelesaikannya seperti berikut.

Hubungan antara banyaknya makanan tersebut adalah sebagai berikut.



Dari gambar ini, banyak kue ditambah banyak puding sama dengan 12.



Dari gambar ini, harga kue ditambah harga puding sama dengan 2.000.

Soal 1 Dengan memisalkan banyaknya kue yang dibeli dengan $x$ buah dan banyaknya puding yang dibeli adalah $y$ buah, maka kita dapat menyelesaikan permasalahan dengan membentuk sistem persamaan dari hubungan antar harga tersebut.

Saya Bertanya
Apakah kita selalu memeriksa apakah penyelesaian yang diperoleh sudah menyelesaikan masalah? Hlm.52

46 Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

**2. Penggunaan Soal 1**

Rumus yang dibuat dari hubungan harga: jika kedua sisi dibagi dengan 40, maka akan menjadi lebih mudah.
$5x + 3y = 50$

Pada pembelajaran menyelesaikan sistem persamaan, untuk menyamakan nilai mutlak dari koefisien satu variabel, banyak kasus yang memerlukan mengalikan suatu bilangan tertentu yang berbeda pada setiap ruas masing-masing persamaan pada sistem persamaan. Namun, dalam soal dengan koefisien besar seperti **Soal 1**, mungkin lebih mudah untuk menghitung dengan mengurangi koefisien dengan membagi kedua sisi.

**3. Penggunaan Ajarkan!**

Dalam Soal 1, jika $x$ dan $y$ adalah bilangan bulat antara 0 dan 12, ini sesuai dengan subjeknya. Namun, peserta didik dibiasakan untuk memeriksa apakah penyelesaian sistem persamaan telah memenuhi seluruh persamaan agar dapat mencegah adanya kesalahan perhitungan maupun salah formulasi atau rumus.

**PENTING**

**Langkah-Langkah Penggunaan Sistem Persamaan untuk Menyelesaikan Masalah Kehidupan Sehari-hari**

1. Cari hubungan antar kuantitas dalam soal, dan nyatakan dengan diagram, tabel, atau kata-kata.
2. Tentukan kuantitas apa saja yang diketahui dan apa yang tidak diketahui, kemudian bentuklah sistem persamaan menggunakan variabel yang tepat.
3. Selesaikan sistem persamaan yang diperoleh.
4. Periksa apakah penyelesaian sistem persamaan sudah menyelesaikan permasalahan atau belum.

Soal 2 Bagilah 35 peserta didik ke dalam beberapa kelompok dengan banyak anggota 4 orang dan 5 orang, sehingga total jumlah kelompok adalah 8. Untuk mencari banyaknya peserta didik pada setiap kelompok, kita akan memperhatikan "langkah-langkah penggunaan sistem persamaan untuk menyelesaikan masalah pembagian kelompok" di atas.

(1) Identifikasi hubungan antarkuantitas dalam soal, dan lengkapi diagram berikut dengan cara mengisikan informasi yang diperlukan. Dengan menggunakan diagram yang telah dilengkapi, nyatakan hubungan antarkuantitas menggunakan persamaan-persamaan.

Hubungan antara banyaknya kelompok

Gambar

Kata-kata

Hubungan antara banyaknya orang

Gambar

Kata-kata

(2) Nyatakan kuantitas yang tidak diketahui dengan variabel, dan bentuklah sistem persamaan menggunakan diagram yang digunakan di (1).

(3) Selesaikan sistem persamaan linear yang diperoleh di (2).

(4) Periksa apakah penyelesaian dari sistem persamaan sudah menjawab permasalahan, dan carilah jawaban dari soal yang ditanyakan.

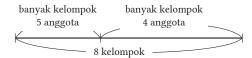




## Kunci Jawaban

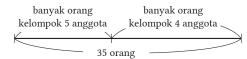
**Soal 2**

(1)

- Hubungan jumlah kelompok

(Kata-kata)

(Banyak kelompok 5 anggota) + (Banyak kelompok 4 anggota)

= 8 kelompok

- Hubungan jumlah orang

(Kata-kata)

(Banyak orang kelompok 5 anggota) + (Banyak orang kelompok 4 anggota)

= 35 orang

(2) Banyak kelompok 5 anggota adalah $x$, banyak kelompok 4 anggota adalah $y$, maka

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ 5x + 4y = 35 \end{cases}$$

(3) $\begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \end{cases}$

(4) Total jumlah kelompok adalah

$3 + 5 = 8$ (kelompok)

Total jumlah orang:

$5 \times 3 + 4 \times 5 = 35$ (orang)

Kelompok beranggota 5 orang ada 3 kelompok, kelompok beranggota 4 orang ada 5 kelompok, sesuai dengan soal.

Jawaban: Banyak kelompok beranggota 5 orang ada 3 kelompok dan banyak kelompok beranggota 4 orang ada 5 kelompok.

### 4. Prosedur Penyelesaian Soal dengan Menggunakan Sistem Persamaan

Merangkum dengan mengulang kembali "prosedur penyelesaian soal dengan menggunakan sistem persamaan" yang telah dipelajari di kelas VII.

Saat menggunakan persamaan linear satu variabel, hanya satu jenis variabel yang dapat digunakan untuk menyatakan hubungan antarbesaran dalam suatu peristiwa. Namun, dalam situasi yang nyata, sering kali lebih mudah menggunakan dua jenis variabel daripada satu jenis variabel. Dengan menggunakan sistem persamaan dalam situasi pemecahan masalah, aplikasi persamaan menjadi lebih luas dan pemecahan soal menjadi lebih mudah.

### 5. Penggunaan Soal 2

Dalam menggunakan sistem persamaan, yang penting adalah tahapan perumusannya. Lebih efektif untuk mengungkapkan hubungan kuantitas dalam diagram garis atau rumus kata-kata dengan memperhatikan hubungan kuantitas tertentu dan memperjelas hubungannya.

Misalnya, pada Soal 2, fokus pada hubungan antara jumlah kelompok dan jumlah peserta didik. Hubungan antarbilangan diklarifikasi dengan mengungkapkannya dalam gambar dan kata-kata.

## Kunci Jawaban

**Soal 3**

Jika berat 1 buah A adalah $x$ g, dan berat 1 buah B adalah $y$ g, maka

$$\begin{cases} 3x + 2y = 190 \\ 4x + 6y = 320 \end{cases}$$

Penyelesaiannya: $\begin{cases} x = 50 \\ y = 20 \end{cases}$

Jadi, 1 buah A beratnya 50 g, dan berat 1 buah B adalah 20 g.

Jawaban: 1 buah A mempunyai berat 50 g dan 1 buah B mempunyai berat 20 g.

## Soal Sejenis

Total harga 5 pensil dan 3 buku tulis adalah 610 yen, dan total harga 6 pensil dan 1 buku tulis adalah 420 yen. Berapa harga masing-masing pensil dan buku?

Jika harga 1 pensil adalah $x$ yen, dan 1 buku tulis adalah $y$ yen, maka

$$\begin{cases} 5x + 3y = 610 \\ 6x + y = 420 \end{cases}$$

Penyelesaiannya: $\begin{cases} x = 50 \\ y = 120 \end{cases}$

Harga 1 pensil adalah 50 yen dan 1 buku tulis adalah 120 yen.

Jawaban: harga 1 pensil 50 yen
harga 1 buku tulis 120 yen

## Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

### 6. Penggunaan Contoh 1

Ini adalah soal cerita yang tipe penyelesaiannya dengan menggunakan sistem persamaan. Dalam Contoh 1, fokus pada total biaya masuk, yang merupakan hubungan antarkuantitas, kemudian membuat sistem persamaan berdasarkan diagram garis dan diagram kata-kata.

Didapatkan hasil penyelesaiannya, yaitu "Biaya masuk 150 yen untuk satu orang dewasa dan biaya masuk 100 yen untuk satu peserta didik

**Contoh 1** Harga total tiket masuk di sebuah museum di Jepang adalah 550 yen untuk 1 orang dewasa dan 4 peserta didik SMP, serta 1.000 yen untuk 2 orang dewasa dan 7 peserta didik SMP. Berapa harga tiket untuk masing-masing 1 orang dewasa dan 1 peserta didik SMP?

Sumber: https://tourjapan.co.id/wp-content/uploads/2018/12/3070_02.jpg

**Cara** Hubungan antarkuantitas dalam soal adalah sebagai berikut.



Tiket 1 dewasa ditambah tiket 4 peserta didik SMP sama dengan 550 yen.
Tiket 2 dewasa ditambah tiket 7 peserta didik SMP sama dengan 1.000 yen.

**Penyelesaian**

Misalkan harga tiket 1 dewasa adalah $x$ rupiah dan harga 1 buah tiket peserta didik SMP adalah $y$ rupiah, maka kita memperoleh sistem:

$$\begin{cases} x + 4y = 550 & \text{①} \\ 2x + 7y = 1.000 & \text{②} \end{cases}$$

① × 2 $\quad 2x + 8y = 11.000$
② $\quad 2x + 7y = 10.000$ −
$\quad y = 100$

Substitusi $y = 100$ ke ①, maka kita memperoleh

$x + 4 \times 100 = 550$
$x = 150$

Harga tiket dewasa 150 yen, harga 1 tiket peserta didik SMP 100 yen, dan ini sudah menjawab permasalahan.

Jawab: 150 yen untuk 1 tiket dewasa
100 yen ntuk 1 tiket peserta didik SMP

**Soal 3** Diketahui dua anak timbangan A dan B berbeda berat. Berat 3A dan 2B adalah 190 g, berat 4A dan 6B adalah 320 g. Berapakah berat sebuah anak timbangan A dan sebuah anak timbangan B?



48 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

sekolah menengah pertama sudah sesuai untuk kasus tersebut". Namun, arahkan peserta didik untuk menyatakan dengan lebih ringkas, yaitu "Ini sesuai untuk masalah itu". Bagaimanapun, yang akan ditekankan, tidak hanya menemukan solusi yang diperoleh dari sistem persamaan, tetapi juga dapat memastikan kembali kecocokan jawaban dengan soal.

### 7. Penggunaan Soal 3

Bagi peserta didik yang tidak bisa membuat rumus, seperti pada Contoh 1, sebaiknya peserta didik menampilkan hubungan total dengan menggunakan grafik garis atau kata-kata. Setelah itu, baru diarahkan untuk berpikir seandainya 1 buah A adalah $x$ g dan 1 buah B adalah $y$ g.

**Contoh 2** Saya menempuh perjalanan dari rumah ke stasiun kereta api sejauh 12 km. Mula-mula, saya bersepeda dengan kecepatan 18 km/jam, tetapi kemudian ban sepeda saya kempes di perjalanan. Karena itu, saya berjalan ke stasiun dengan kecepatan 4 km/jam. Total waktu yang saya perlukan hingga sampai ke stasiun adalah 1 jam 15 menit. Tentukan jarak tempuh bersepeda, dan jarak tempuh jalan kaki.

Dengan menyatakan hubungan antarkuantitas menggunakan diagram, kita memperoleh diagram berikut ini.

Dengan menggunakan hubungan antarkuantitas, jika kita misalkan jarak bersepeda adalah $x$ km dan jarak jalan kaki adalah $y$ km, maka kita peroleh berikut.

| | Sepeda | Jalan Kaki | Total |
|---|---|---|---|
| Jarak (km) | $x$ | $y$ | 12 |
| Kecepatan (km/h) | 18 | 4 | |
| Waktu(jam) | $\frac{x}{18}$ | $\frac{y}{4}$ | $1\frac{15}{60}$ |

Dengan memisalkan jarak bersepeda $x$ km dan jarak berjalan kaki $y$ km, kita peroleh

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ \frac{x}{18} + \frac{y}{4} = 1\frac{15}{60} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} ① \times 2 \quad & 2x + 2y = 24 \\ ② \times 36 \quad & 2x + 9y = 45 \quad - \\ \hline & -7y = -21 \\ & y = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{x}{18} + \frac{y}{4}\right) \times 36 &= 1\frac{15}{60} \times 36 \\ \frac{x}{18} \times 36 + \frac{y}{4} \times 36 &= \frac{75}{60} \times 36 \\ 2x + 9y &= \frac{5}{4} \times 36 \\ 2x + 9y &= 45 \end{aligned}$$

Substitusi $y = 3$ ke ①, maka diperoleh

$$x + 3 = 12$$

$$x = 9$$

Jarak bersepeda 9 km, dan jarak berjalan kaki 3 km. Hal ini sudah menjawab soal.

Jawaban: Jarak bersepeda adalah 9 km, dan jarak berjalan kaki adalah 3 km.

**Soal 4** Pada Contoh 2, misalkan waktu tempuh bersepeda adalah $x$ jam, dan waktu tempuh berjalan kaki adalah $y$ jam. Buatlah sistem persamaan dan carilah penyelesaiannya.

BAB 2 | Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

**Bab 2** Sistem Persamaan Linear Dua Variabel 49

## Kunci Jawaban

**Soal 4**

Jika disusun lama waktu tempuh dengan menggunakan sepeda adalah $x$ jam, dan lama waktu tempuh dengan berjalan kaki adalah $y$ jam, berdasarkan hubungan jumlah, maka diperoleh tabel berikut.

| | Sepeda | Berjalan Kaki | Total |
|---|---|---|---|
| Jarak Tempuh | $18x$ | $4y$ | 12 |
| Kecepatan | 18 | 4 | |
| Lama (jam) | $x$ | $y$ | $1\frac{15}{60}$ |

$$\begin{cases} 18x + 4y = 12 \\ x + y = 1\frac{15}{60} \end{cases}$$

Penyelesaiannya: $\begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{3}{4} \end{cases}$

$$18 \times \frac{1}{2} = 9,\ 4 \times \frac{3}{4} = 3$$

Jarak tempuh dengan sepeda adalah 9 km, dan jarak tempuh dengan berjalan kaki adalah 3 km, maka sesuai dengan soal.

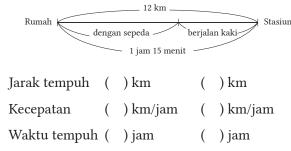
Jawaban: Jarak tempuh dengan sepeda 9 km.
Jarak tempuh berjalan kaki 3 km.

### 8. Penggunaan Contoh 2

Untuk memahami permasalahan, ada baiknya menggambarkan grafik garis seperti yang ada di Buku Siswa. Baik juga untuk meminta peserta didik menyelesaikan dengan menunjukkan grafik garis seperti berikut.

Jarak tempuh ( ) km ( ) km

Kecepatan ( ) km/jam ( ) km/jam

Waktu tempuh ( ) jam ( ) jam

Tentukan apa yang akan dianggap sebagai $x$ dan $y$? Jika disusun hubungan jarak tempuh, kecepatan, dan waktu tempuh, maka penyusunan rumus dan hubungan total dapat dipahami lebih mudah.

### 9. Penggunaan Soal 4

Pada **Soal 2**, dibuat sistem persamaan total yang dicari, dengan variabel $x$ dan $y$. Pada **Soal 4**, membuat sistem persamaan berdasarkan hubungan jumlah yang berbeda dengan **Contoh 2**, dengan variabel $x$ dan $y$. Rumus persamaan akan berbeda berdasarkan penentuan bilangan yang belum diketahui, tetapi peserta didik perlu memahami bahwa jawabannya tidak berbeda. Peserta didik diberi kesempatan untuk mengerjakan soal dengan menggunakan total jumlah $x$ dan $y$ yang dicari dan total dari selain total yang dicari (jarak tempuh). Ada kalanya rumusnya lebih mudah.

## Kunci Jawaban

**Soal 5**

Jika menempuh perjalanan di jalan tol adalah $x$ km, dan menempuh perjalanan di jalan biasa $y$ km, maka

$$\begin{cases} x + y = 90 \\ \dfrac{x}{80} + \dfrac{y}{50} = 1\dfrac{30}{60} \end{cases}$$

Penyelesaiannya: $\begin{cases} x = 40 \\ y = 50 \end{cases}$

Jarak tempuh di jalan tol adalah 40 km, dan jarak tempuh di jalan umum adalah 50 km, sesuai dengan soal.

Jawaban: Jarak tempuh di jalan tol 40 km.
Jarak tempuh jalan biasa 50 km.

**Soal 6**

(1) Jika banyak peserta didik laki-laki tahun lalu $x$ orang, dan banyak peserta didik perempuan adalah $y$ orang, maka

$$\begin{cases} x + y = 220 \\ \dfrac{5}{100}x - \dfrac{2}{100}y = 4 \end{cases}$$

Penyelesaiannya: $\begin{cases} x = 120 \\ y = 100 \end{cases}$

Banyak peserta didik laki-laki tahun lalu adalah 120 orang, dan peserta didik perempuan 100 orang, telah sesuai dengan soal.

Jawaban: Banyak peserta didik laki-laki tahun lalu adalah 120 orang
Banyak peserta didik perempuan tahun lalu adalah 100 orang.

(2) $120 \times \dfrac{105}{100} = 126$

$100 \times \dfrac{98}{100} = 98$

Jawaban: Banyak peserta didik laki-laki tahun ini adalah 126 orang.
Banyak peserta didik perempuan tahun ini adalah 98 orang.

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**10. Penggunaan** Contoh 3

Ini adalah soal yang memuat rasio pada hubungan kuantitas, dan merupakan salah satu bagian yang cenderung membuat peserta didik ragu. Peserta didik diminta melakukan refleksi yang menyatakan rasio tertentu dalam desimal, pecahan, persentase, komisi, dll., yang sesuai dengan kehidupan sehari-hari.

---

**Soal 5** Saya berkendara dari kota A ke kota B sejauh 90 km. Kendaraan melaju dengan kecepatan 80 km/jam di jalan tol dan 50 km/jam di jalan biasa, dan waktu yang saya butuhkan adalah 1 jam 30 menit. Carilah jarak yang ditempuh di jalan tol dan jarak tempuh di jalan biasa.

**Contoh 3** Bulan lalu, sebanyak 1.650 kg koran dan majalah bekas dikumpulkan untuk didaur ulang. Bulan ini, banyaknya koran bekas meningkat 10% dan majalah bekas meningkat 20% dibanding bulan lalu, keduanya 210 kg lebih banyak. Berapa kg masing-masing koran bekas dan majalah bekas bulan lalu?

**Cara** Dengan menggunakan hubungan antarkuantitas, jika kita misalkan banyaknya koran bekas bulan lalu $x$ kg, dan banyak majalah bekas bulan lalu $y$ kg, maka kita peroleh tabel sebelah kanan.

| | Koran Bekas | Majalah Bekas | Total |
|---|---|---|---|
| Jumlah daur ulang bulan lalu (kg) | $x$ | $y$ | 1.650 |
| Jumlah daur ulang bulan ini (kg) | $\frac{10}{100}x$ | $\frac{20}{100}y$ | 210 |

**Penyelesaian**

Dengan memisalkan banyaknya koran bekas bulan lalu sebagai $x$ kg dan majalah bekas $y$ kg, maka kita peroleh:

$$\begin{cases} x + y = 1.650 & ① \\ \dfrac{10}{100}x + \dfrac{20}{100}y = 210 & ② \end{cases}$$

① $\quad x + y = 1.650$
② × 10 $\quad x + 2y = 2.100$ −
$-y = -450$
$y = 450$

Substitusi $y = 450$ ke ①, maka diperoleh

$x + 450 = 1.650$
$x = 1.200$

Sebanyak 1.200 kg koran bekas dan 450 kg majalah bekas merupakan jawaban permasalahan di atas. Jadi, banyaknya koran bekas bulan lalu adalah 1.200 kg dan banyaknya majalah bekas bulan lalu adalah 450 kg.

**Soal 6** Total banyaknya peserta didik laki-laki dan peserta didik perempuan di suatu SMP tahun lalu adalah 220 peserta didik. Tahun ini peserta didik laki-laki mengalami kenaikan sebesar 5%, sedangkan banyaknya peserta didik perempuan mengalami penurunan sebesar 2%. Secara keseluruhan, banyaknya peserta didik mengalami kenaikan sebesar 4 orang.

(1) Carilah banyaknya peserta didik laki-laki dan peserta didik perempuan tahun lalu.
(2) Carilah banyaknya peserta didik laki-laki dan peserta didik perempuan tahun ini.

50 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

---

Selain itu, sebagai ganti rumus ② mengarah pada "Jumlah total pengumpulan koran bulan ini", ada baiknya diselesaikan dengan membuat rumus ① dan ②, yaitu

$$\frac{110}{100}x + \frac{120}{100}y = 1.650 + 210 \quad ③$$

Dalam kasus ini, rasio tersebut dinyatakan sebagai pecahan, tetapi tentu saja dapat menggunakan bentuk desimal.

**11. Penggunaan** Soal 6

Pada soal seperti ini, hal penting adalah menentukan $x$ dan $y$ agar mudah membuat rumus.

Di sini, untuk menyelesaikan pertanyaan (1) dan (2) secara berurutan, pada umumnya menetapkan jumlah anak laki-laki dan perempuan tahun lalu masing-masing diandaikan $x$ orang dan $y$ orang. Ada baiknya, tidak menunjukkan (1), tetapi menanyakan jumlah anak laki-laki dan perempuan tahun ini, dan biarkan mereka memikirkan apa yang mudah dirumuskan dengan $x$ dan $y$.

Contoh 4

Sebanyak 400 g larutan garam 8% dibuat dengan mencampur larutan garam 10% dan larutan garam 5%. Berapa gram larutan 5% dan larutan garam 10% yang dicampur?



Ulasan

Konsentrasi larutan garam (%)

$$= \frac{\text{Banyak garam (g)}}{\text{Total Larutan (g)}} \times 100$$

[Contoh 1]
Larutkan 20 g garam ke dalam 80 g air akan menghasilkan larutan garam 20%.



[Contoh 2]
Dalam 200 gram larutan garam 15% terdapat 30 g garam yang larut.



SMP Kelas VII

Cara

Dengan menggunakan hubungan antarkuantitas, misalkan sebanyak $x$ gram dari larutan garam 10% dan $y$ gram dari larutan garam 5% dicampur.

| Konsentrasi | 10% | 5% | 8% |
|---|---|---|---|
| Larutan garam (g) | $x$ | $y$ | 400 |
| Garam (g) | $x \times \frac{10}{100}$ | $y \times \frac{5}{100}$ | $400 \times \frac{8}{100}$ |

Penyelesaian

Misalkan $x$ g dari 10% larutan garam dan $y$ g dari 5% larutan garam dicampur, maka kita peroleh

$$\begin{cases} x + y = 400 & \text{①} \\ \frac{10}{100}x + \frac{5}{100}y = 400 \times \frac{8}{100} & \text{②} \end{cases}$$

$$\begin{array}{lr} \text{①} \times 10 & 10x + 10y = 4000 \\ \text{②} \times 100 & 10x + 5y = 3200 \\ \hline & 5y = 800 \\ & y = 160 \end{array}$$

Substitusi $y = 160$ ke ①, maka kita peroleh

$x + 160 = 400$

$x = 240$

Jadi 240 gram harus dilarutkan pada larutan garam 10% dan 160 gram harus dilarutkan pada larutan garam 5%.

Soal 7

Sebanyak 200 g larutan garam 15% dibuat dengan mencampur larutan garam 12% dan larutan garam 20%. Berapa gram garam yang diperlukan masing-masing larutan garam 12% dan larutan garam 20%?

Bab 2 Sistem Persamaan Linear Dua Variabel 51

BAB 2 | Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

## Kunci Jawaban

### Soal 7

Jika larutan garam 12% sebanyak $x$ g, dan larutan garam 20% sebanyak $y$ g, maka

$$\begin{cases} x + y = 200 \\ \frac{12}{100}x + \frac{20}{100}y = 200 \times \frac{15}{100} \end{cases}$$

Penyelesaiannya: $\begin{cases} x = 125 \\ y = 75 \end{cases}$

Larutan garam 12% sebanyak 125 g, larutan garam 20% sebanyak 75 g, sesuai dengan soal.

Jawaban: Larutan garam 12% sebanyak 125 g.
Larutan garam 20% sebanyak 75 g.

### 12. Penggunaan Refleksi

Mengenai perhitungan kepekatan larutan seperti larutan garam, sudah diajarkan di fisika kelas VII. Ini adalah contoh untuk merefleksi mengenai hal tersebut.

Pada Contoh 1 saat mencari kepekatan larutan garam perlu diperhatikan karena ada ketentuan 20 : 80 = 0,25 (25%).

Contoh 2 adalah perhitungan mencari kuantitas garam di dalam larutan garam yang dibutuhkan dengan rumus Contoh 4.
(kuantitas seluruh larutan garam) × (kadar kepekatan) = (kuantitas garam dapur)

### 13. Penggunaan Contoh 4

Sebelum menyelesaikan soal, sebaiknya peserta didik diminta memperkirakan jawabannya secara intuitif. Jika 2 jenis larutan garam dicampur masing-masing setengah, dapat diperkirakan konsentratnya adalah 7,5%. Untuk membuat larutan garam dengan konsentrasi 8%, peserta didik diharapkan mempunyai perkiraan bahwa larutan garam dengan konsentrasi 10% diperlukan lebih banyak dari larutan garam dengan konsentrasi 5% (dibutuhkan 200 g atau lebih). Jika benar-benar bisa menyiapkan larutan garam, pelajarannya akan lebih realistis.

Larutan garam, ditentukan dengan kuantitas air dan garam, dan fokus pada "kuantitas air", dengan rumus

$$\frac{90}{100}x + \frac{95}{100}y = 400 \times \frac{92}{100}$$

dan dapat juga diselesaikan dengan persamaan $x + y = 400$, tetapi sedapat mungkin memilih rumus yang sederhana.

## Mari Kita Periksa

0,5 jam

### Kunci Jawaban

**1**

Jika banyak prangko Rp1.000,00 adalah $x$ lembar, dan banyak prangko Rp3.000,00 adalah $y$ lembar, maka

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ 1.000x + 3.000y = 15.000 \end{cases}$$

Penyelesainnya: $\begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$

Prangko Rp1.000,00 sebanyak 3 lembar, prangko Rp3.000,00 sebanyak 4 lembar.

Jawaban: Prangko Rp1.000,00 sebanyak 3 lembar.
Prangko Rp3.000,00 sebanyak 4 lembar.

**2**

Jika bilangan yang besar adalah $x$, dan bilangan yang kecil adalah $y$, maka

$$\begin{cases} x - y = 40 \\ x = 2y + 10 \end{cases}$$

Penyelesaiannya: $\begin{cases} x = 70 \\ y = 30 \end{cases}$

Dua buah nilai, yaitu 70 dan 30, sesuai dengan soal.

Jawaban: Bilangan yang lebih besar adalah 70 dan bilangan yang lebih kecil adalah 30.

Jika banyak kue adalah $x$ buah, dan banyak roti adalah $y$ buah, maka

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ 240x + 80y = 2.000 \end{cases}$$

Penyelesaiannya: $\begin{cases} x = 6{,}5 \\ y = 5{,}5 \end{cases}$

Jumlah kue dan roti harus bilangan bulat lebih dari 0 dan kurang dari 12 sehingga penyelesaian persamaan ini tidak sesuai.

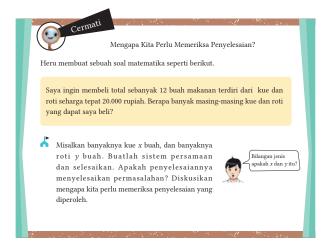
## Mari Kita Periksa

**1** Menggunakan Sistem Persamaan [Hlm.46]

Pada tahun 1990, biaya prangko untuk mengirim surat adalah adalah Rp.15.000,00. Saya menggunakan 7 lembar prangko terdiri dari seribuan dan prangko seharga Rp.3.000,00. Carilah berapa banyak prangko seharga Rp.1.000,00 dan Rp.3.000,00 yang digunakan!

Sumber: facebook.com

**2** Menggunakan Sistem Persamaan [Hlm.46]

Terdapat dua bilangan. Selisih kedua bilangan itu adalah 40. Jika dua kali bilangan yang lebih kecil ditambahkan 10 maka hasilnya adalah bilangan lebih besar. Carilah kedua bilangan tersebut!

52 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**14. Mengapa Memeriksa Penyelesaian Diperlukan?**

Penyelesaian sistem persamaan diambil sebagai contoh yang tidak secara langsung dapat menjawab soal. Perlu ditegaskan kembali perlunya pemeriksaan penyelesaian melalui soal ini. Anda juga dapat meminta mereka untuk memikirkan bagaimana cara mengubah angka untuk mendapatkan jawaban yang sesuai dengan soal.

Pada soal ini, syarat penyelesaian untuk menjawab soal bisa dianggap adalah bilangan bulat antara 0 dan 12, tetapi jika ditafsirkan bahwa keduanya selalu dibeli setidaknya satu, itu adalah bilangan bulat antara 1 dan 11.

## BAB 2 Soal Ringkasan

Jawaban pada Hlm.231

Gagasan Utama

**1** Jawablah pertanyaan berikut dengan mengacu pada persamaan linear dua variabel $2x + y = 8$.

(1) $\begin{cases} x = 6 \\ y = -4 \end{cases}$ Dapatkah $x = 6$ dinyatakan sebagai penyelesaian dari persamaan ini?

(2) Jika kita misalkan $x$ dan $y$ adalah bilangan-bilangan asli, carilah semua jawaban dari persamaan!

**2** Selesaikanlah setiap sistem persamaan ini!

(1) $\begin{cases} 2x - y = -3 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 4x - y = 5 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$ (3) $\begin{cases} 7x + 2y = -6 \\ 5x - 4y = 12 \end{cases}$

(4) $\begin{cases} 4x + 3y = 5 \\ 3x + 4y = -5 \end{cases}$ (5) $\begin{cases} 3x - y = 8 \\ y = -2x + 7 \end{cases}$ (6) $\begin{cases} x = -5y + 1 \\ 2x - y = -9 \end{cases}$

**3** Harga total tiket masuk sebuah museum seni di Jepang adalah 1.550 yen untuk 1 dewasa dan 3 peserta didik SMP, serta 2.750 yen untuk 2 dewasa dan 5 peserta didik SMP. Carilah harga tiket masuk untuk masing-masing 1 dewasa dan 1 peserta didik SMP!

**4** Sebuah persegi panjang memiliki keliling 28 cm. Jika kita meletakkan 4 persegi panjang ini secara vertikal dan tiga persegi panjang secara horizontal, kita akan memperoleh sebuah persegi. Carilah panjang dan lebar dari persegi panjang tersebut!

**5** Buatlah soal mengenai sistem persamaan dengan menggunakan $x + y = 9$ sebagai salah satu persamaan. Selesaikan soal yang dibuat dan carilah jawabannya!





## BAB 2 Soal Ringkasan

2 jam

### Kunci Jawaban

Gagasan Utama

**1**

(1) Dapat disebut penyelesaian

(2) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 6, \end{cases}$ $\begin{cases} x = 2 \\ y = 4, \end{cases}$ $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$

**2**

(1) $\begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x = 0 \\ y = -3 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x = 5 \\ y = -5 \end{cases}$

(5) $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$ (6) $\begin{cases} x = -4 \\ y = 1 \end{cases}$

**3**

Jika harga tiket masuk 1 orang dewasa adalah $x$ yen, dan tiket masuk 1 orang peserta didik SMP adalah $y$ yen, maka

$$\begin{cases} x + 3y = 1.550 \\ 2x + 5y = 2.750 \end{cases}$$

Penyelesaiannya: $\begin{cases} x = 500 \\ y = 350 \end{cases}$

Harga tiket masuk 1 orang dewasa adalah 500 yen, dan tiket masuk 1 orang peserta didik SMP adalah 350 yen, sesuai dengan soal.

Jawaban: Harga tiket masuk 1 orang dewasa adalah 500 yen.
Harga tiket masuk 1 orang peserta didik SMP adalah 350 yen.

**4**

Jika panjang persegi panjang adalah $x$ cm, dan lebar persegi panjang adalah $y$ cm, maka

$$\begin{cases} 2x + 2y = 28 \\ 4x = 3y \end{cases}$$

Penyelesaiannya: $\begin{cases} x = 6 \\ y = 8 \end{cases}$

Panjangnya adalah 6 cm dan lebarnya adalah 8 cm, sesuai dengan soal.

Jawaban: Panjang persegi panjang adalah 6 cm dan lebarnya adalah 8 cm.

**5** (Contoh Soal)

Total harga untuk membeli 9 barang yang terdiri dari pensil yang harganya 50 yen per buah dan pulpen yang harganya 120 yen per buah adalah 730 yen. Berapa masing-masing banyaknya pensil dan pulpen yang dibeli?

(Jawaban)

Jika banyak pensil adalah $x$ buah, dan banyak pulpen adalah $y$ buah, maka

$$\begin{cases} x + y = 9 \\ 50x + 120y = 730 \end{cases}$$

Penyelesaiannya: $\begin{cases} x = 5 \\ y = 4 \end{cases}$

Banyak pensil adalah 5 buah, dan banyak pulpen adalah 4 buah, sesuai dengan soal.

Jawaban: Banyak pensil adalah 5 buah, dan banyak pulpen adalah 4 buah.

## Kunci Jawaban

**Penerapan**

**1**

(1) $\begin{cases} x = 10 \\ y = 2 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x = 5 \\ y = -1 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x = -6 \\ y = 7 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$

**2**

Jika diselesaikan dengan sistem persamaan $2x + 3y = 12$, $3x - 5y = -1$, maka $x = 3$, $y = 2$ sehingga

$3a + 2b = 1$, $3b + 2a = 4$

Jika ini diselesaikan dengan sistem persamaan, maka

$a = -1$, $b = 2$

Jawaban: $a = -1$, $b = 2$

**3**

Jika usia ayah saat ini adalah $x$ tahun, dan usia anak adalah $y$ tahun, maka

$$\begin{cases} x = 3y \\ x + 15 = 2(y + 15) \end{cases}$$

Penyelesaiannya: $\begin{cases} x = 45 \\ y = 15 \end{cases}$

Usia ayah saat ini adalah 45 tahun, dan usia anak adalah 15 tahun, sesuai dengan soal.

Jawaban: usia ayah saat ini 45 tahun, dan usia anak 15 tahun

**4**

Jika penduduk laki-laki tahun lalu di kota ini adalah $x$ orang, dan penduduk perempuan adalah $y$ orang, maka

$$\begin{cases} -0{,}02x + 0{,}04y = 48 \\ x + y = 5.373 - 48 \end{cases}$$

Penyelesaiannya: $\begin{cases} x = 2.750 \\ y = 2.575 \end{cases}$

Jumah penduduk laki-laki tahun lalu di kota ini adalah 2.750 orang dan penduduk perempuan adalah 2.575 orang

Jawaban: laki-laki 2.750, perempuan 2.575 orang

**5**

Jika jarak tempuh dari kota A sampai puncak adalah $x$ km, dan jarak tempuh dari puncak sampai kota B adalah $y$ km, maka

$$\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{6} = 1\frac{40}{60} \\ \frac{x}{6} + \frac{y}{2} = 1 \end{cases}$$

**BAB 2** **Soal Ringkasan**

**Penerapan**

**1** Selesaikan setiap sistem persamaan berikut.

(1) $\begin{cases} 2(x - y) - 3y = 10 \\ 4x - (x + y) = 28 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 0{,}19x - 1{,}05y = 2 \\ 3{,}8x + 8{,}5y = 10{,}5 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} \frac{2}{3}x - \frac{y}{7} = -5 \\ \frac{3x + 2y}{4} = -1 \end{cases}$ (4) $5x - 3y + 1 = 4x - 2y = 10 - 6x + 3y$

**2** Carilah nilai $a$ dan $b$ sehingga dua pasang sistem persamaan linear

$\begin{cases} ax + by = 1 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases}$ dan $\begin{cases} 3x - 5y = -1 \\ bx + ay = 4 \end{cases}$ memiliki penyelesaian yang sama.

**3** Usia ayah sekarang adalah 3 kali usia anaknya. Lima belas tahun kemudian, usia ayah 2 kali usia anaknya. Carilah usia ayah dan anaknya sekarang.

**4** Populasi sebuah kota pada saat ini adalah 5.373 jiwa. Dibanding populasi tahun lalu, banyaknya penduduk pria turun sebesar 2%, dan banyaknya penduduk wanita naik 4%, serta total populasi naik sebanyak 48. Carilah banyaknya populasi penduduk pria dan wanita tahun lalu.

**5** Saya bepergian dari kota A ke kota B dan kembali lagi ke kota A dengan melintasi bukit. Pada saat pulang, saya naik bukit dengan kecepatan 2 km/jam, dan turun bukit dengan kecepatan 6 km/jam. Perjalanan dari kota A ke kota B memerlukan waktu 1 jam 40 menit, sedangkan perjalanan pulang perlu 1 jam. Carilah jarak tempuh antara kota A dan kota B.

**6** Ada sebuah bilangan asli dua angka. Jumlah angka puluhan dan angka satuan adalah 12. Sebuah bilangan asli dibentuk dengan menukar angka puluhan dengan angka satuan dan sebaliknya, dan besarnya 18 lebihnya dari bilangan asli mula-mula. Carilah bilangan asli mula-mula.



Penyelesaiannya: $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$

$3 + 1 = 4$

Jadi, jarak tempuh dari kota A ke kota B adalah 4 km.

Jawaban: 4 km

**6**

Jika bilangan puluhan dari bilangan asli asal adalah $x$, bilangan satuannya adalah $y$, maka

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ 10y + x = (10x + y) + 18 \end{cases}$$

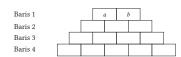
Penyelesaiannya: $\begin{cases} x = 5 \\ y = 7 \end{cases}$

Bilangan asli asal adalah 57, sesuai dengan soal.

Jawaban: 57

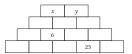
Penggunaan Praktis

1 Dengan mengikuti suatu aturan, bilangan-bilangan berikut disusun secara teratur dimulai dari atas seperti berikut.

(1) Aturan apa yang cocok untuk susunan bilangan tersebut? Dengan memisalkan bilangan-bilangan pada baris pertama dengan $a$ dan $b$, lengkapilah tabel berikut.

(2) Pada gambar di (1), aturan apa yang cocok untuk bilangan di tengah pada baris keempat. Tentukan mana yang sesuai berikut.

ⓐ Bilangan genap ⓑ Bilangan ganjil ⓒ Kelipatan 3

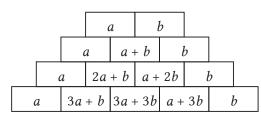
ⓓ Kelipatan 6 ⓔ 3 kali $(a + b)$ di baris 2

(3) Pada gambar berikut, hanya dua bilangan yang diketahui. Misalkan bilangan-bilangan di baris pertama adalah $x$ dan $y$. Tentukanlah nilai $x$ dan $y$.

Bab 2 Sistem Persamaan Linear Dua Variabel 55

## Kunci Jawaban

Penggunaan Praktis

**1**

(1)

(2) (c), (e)

(3) Jika bilangan yang masuk ke baris 1 adalah $x$, $y$,

(1) maka jika menggunakan gambar, diperoleh sistem persamaan

$$\begin{cases} 2x + y = 6 \\ x + 3y = 23 \end{cases}$$

$$\text{Penyelesaiannya: } \begin{cases} x = -1 \\ y = 8 \end{cases}$$

Jawaban: $x = -1$, $y = 8$

## Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

### 1. Penggunaan Penggunaan Praktis

Penting sekali peserta didik dapat menjelaskan alasan mengapa peserta didik menilai "tidak benar/salah" pada (2).

Dari (1), bilangan yang masuk ke tengah baris ke-4 ditulis $3a + 3b = 3(a + b)$ adalah bilangan bulat, maka $3(a + b)$ kelipatan 3.

Ada baiknya, peserta didik bisa menjelaskan berdasarkan ini.

〈Alasan (a) "tidak benar"〉

Ini adalah bilangan genap, maka harus ditampilkan 2 × (bilangan bulat), sehingga $3(a + b)$ yang masuk di tengah baris 4, hasilnya belum tentu bilangan genap. Contohnya, saat $a = 1$, $b = 2$, maka hasilnya bilangan di tengah baris 4 adalah 9, bukan bilangan genap.

〈Alasan (b) "tidak benar"〉

Ini adalah bilangan ganjil, maka harus ditampilkan 2 × (bilangan bulat) + 1, sehingga $3(a + b)$ yang masuk di tengah baris 4, hasilnya belum tentu bilangan ganjil. Contohnya, saat $a = 2$, $b = 4$, maka hasilnya bilangan di tengah baris 4 adalah 18, bukan bilangan ganjil.

〈Alasan (d) "tidak benar"〉

Ini adalah bilangan kelipatan 6, maka harus ditampilkan 6 × (bilangan bulat), sehingga $3(a + b)$ yang masuk di tengah baris 4, hasilnya belum tentu bilangan kelipatan 6. Contohnya, saat $a = 2$, $b = 3$, maka hasilnya bilangan di tengah baris 4 adalah 15, bukan bilangan kelipatan 6.

Peserta didik ditumbuhkan kemampuan untuk menjelaskan dengan menampilkan contoh yang berlawanan, saat menjelaskan hal yang tidak benar.

## CT Scan dan Matematika

**Tujuan**

1. Dapat memperdalam penguasaan mengenai sistem persamaan, dan mengetahui penerapan sistem persamaan pada alat kedokteran.
2. Dapat menyelesaikan sistem persamaan 4 variabel sistem sederhana yang bilangannya tidak diketahui dengan menggunakan sifat persamaan.

### Kunci Jawaban

**1**

$$\begin{cases} A + B = 6 & ① \\ C + D = 4 & ② \\ A + C = 7 & ③ \\ B + C = 5 & ④ \end{cases}$$

Dari kedua sisi ③, kurangi kedua sisi ④, hapus C, dan buat persamaan linear 2 variabel pada A dan B persamaan ⑤.
Pertama, menyelesaikan ① dan ⑤ dengan sistem persamaan, kemudian mencari nilai A, B.
Selanjutnya, mencari nilai C dengan mensubstitusi nilai B ke dalam ④.
Terakhir, mencari nilai D dengan mensubstitusi nilai C ke dalam ②.
〈Cara penyelesaian〉
Dari ③ − ④, A − B = 2
Dari ① − ⑤, A = 4, B = 2
Jika B = 2 disubstitusi ke ④, maka C = 3
Jika C = 3 disubstitusi ke ②, maka D = 1

**2**

(disingkat)

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**1. Penggunaan Halaman Ini**

Alat CT scan adalah alat kedokteran yang sudah dikenal. Kalau diperlihatkan gambarnya, mungkin peserta didik sudah dapat membayangkan alat seperti apa. Bahwa alat kesehatan seperti ini mempunyai hubungan dengan “Sistem Persamaan” pasti peserta didik merasa sangat di luar dugaan.

Pendalaman Materi

**CT Scan dan Matematika**

Tingkatkan

Di rumah sakit, ketika melakukan *check up* lengkap, pasien menggunakan mesin seperti CT (*Computer Tomography*) seperti pada gambar di sebelah kanan. Mesin ini mengeluarkan sinar-X dan radiasi lain ke dalam sebuah objek dari berbagai arah. Dengan mengukur banyaknya sinar-X yang tersisa setelah melewati objek terebut, maka dapat ditentukan banyaknya sinar-X yang diserap oleh tiap bagian. Dengan kata lain, dapat dicari penyerapan sinar-X untuk setiap bagian. Untuk mencari penyerapan sinar-X untuk setiap bagian, misalkan penyerapan sebagai hal yang tidak diketahui, maka kita dapat menggunakan sistem persamaan linear.

Sumber: pantiwilasa.com

Catatan: Mulai saat ini, kita akan menggunakan bilangan yang harus dicari sebagai hal yang tidak diketahui atau variabel.

Hal yang biasa dilakukan untuk mengukur penyerapan adalah dengan membagi objek ke dalam (512 × 512) bagian. Tetapi, untuk mempermudah, kita akan membagi objek ke dalam (2 × 2) irisan. Misalkan keempat bagian yang harus diperiksa adalah A, B, C, dan D. Jika kita misalkan nilai-nilai yang diperoleh secara berurutan seperti tampak pada gambar di sebelah kanan, ketika sinar-X dipancarkan pada objek, kita dapat menyatakan hubungan ini dengan menggunakan sistem persamaan berikut.

$$\begin{cases} A + B = 6 \\ C + D = 4 \\ A + C = 7 \\ B + C = 5 \end{cases}$$



Dengan menyelesaikan sistem persamaan ini, kita dapatkan penyerapan sinar-X untuk setiap bagian.

1 Pikirkan bagaimana kita dapat menyelesaikan sistem persamaan di atas.

2 Pilih nilai-nilai sinar-*X* oleh kamu sendiri, dan coba kerjakan untuk menentukan *A*, *B*, *C*, dan *D* dengan menggunakan sistem persamaan linear.

Pekerjaan Terkait
[Dokter, Teknisi Radiologi]

56 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

Dengan mengangkat subjek CT scan yang berhubungan dengan matematika, dengan menghubungkan matematika dengan kehidupan sehari-hari akan menarik minat peserta didik dan menambah motivasi belajar.

**2. Penggunaan 1**

Menghapus variabel sistem persamaan 4 variabel yang bilangannya belum diketahui dengan mensubstitusi atau penambahan dan pengurangan, peserta didik diharapkan mempunyai perspektif untuk cukup menurunkan 2 buah persamaan linear 2 variabel yang bilangannya belum diketahui.

Peserta didik diharapkan melakukan aktivitas saling menjelaskan kiat-kiat cara menyelesaikan.

Apa yang telah dipelajari sejauh ini?

[Fungsi]
Sepasang variabel $x$ dan $y$ berubah bersama. Jika nilai $x$ ditentukan dan hanya satu nilai $y$ yang berkorespondensi, $y$ adalah fungsi dari $x$.

[Perbandingan Senilai]
Bila $y$ adalah fungsi dari $x$, maka hubungan antara variabel $x$ dan $y$ dapat dinyatakan dengan $y = ax$. Kita nyatakan bahwa $y$ perbandingannya senilai dengan $x$. Namun, $a$ adalah konstan dan tidak 0. Kita nyatakan $a$ adalah konstanta perbandingan.

[Perbandingan Berbalik Nilai]
Bila $y$ adalah fungsi dari $x$, maka hubungan antara $x$ dan $y$ dapat dinyatakan dengan $y=\frac{a}{x}$. Kita katakan bahwa $y$ perbandingannya berbalik nilai dengan $x$. Dengan $a$ adalah konstanta dan tak nol. Kita namakan $a$ sebagai konstanta kesebandingan.

[Grafik Perbandingan Senilai]
Grafik fungsi $y = ax$ yang menyatakan suatu hubungan senilai adalah sebuah garis yang melalui titik asal seperti ditunjukkan berikut.



[Grafik Perbandingan Berbalik Nilai]
Grafik fungsi $y=\frac{a}{x}$ yang menyatakan hubungan berbalik nilai adalah berupa hiperbola seperti berikut.



Bab 2 Sistem Persamaan Linear Dua Variabel 57

# Ulasan

## • Tujuan •

Dapat mengulang mengenai ciri khas dari perbandingan senilai dan proporsi invers yang telah dipelajari di kelas VII, berdasarkan contoh konkret.

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**1. Penggunaan Ulasan**

Di kelas VII, peserta didik sudah mempelajari “perbandingan senilai dan perbandingan berbalik nilai”. Khususnya bentuk perluasan perbandingan senilai, akan dipelajari pada materi fungsi linear di kelas VIII. Melalui aktivitas di halaman ini, peserta didik diharapkan menegaskan kembali fungsi tersebut dengan menangani kuantitas yang berubah dengannya.

**2. Ulasan Fungsi**

Di sini, peserta didik memastikan definisi fungsi adalah jika ditentukan nilai $x$, maka akan mendapat satu nilai $y$ saja. Selain itu, peserta didik diminta menemukan ciri khas dari perbandingan senilai dan perbandingan berbalik nilai yang telah dipelajari di kelas VII.

Di Buku Siswa, hubungan antara panjang dan berat kawat adalah perbandingan senilai, hubungan antara kecepatan dan waktu adalah perbandingan berbalik nilai, serta hubungan antara jumlah air yang dikonsumsi dan jumlah yang tersisa merupakan fungsi linear. Dengan memperhatikan bahwa masalah air ini bukan perbandingan senilai maupun perbandingan berbalik nilai, dan dengan mempertimbangkan hubungannya, maka peserta didik mempunyai prospek untuk mempelajari fungsi linear yang dapat diperoleh.

Jika setiap hubungan dinyatakan dengan persamaan, maka akan seperti berikut ini yang diurutkan dari contoh di sebelah kiri.

$$y = 500 - x$$

$$y = \frac{120}{x}$$

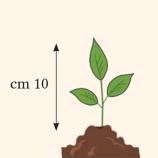
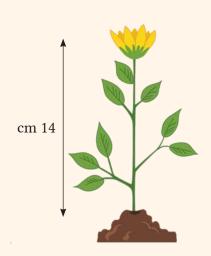
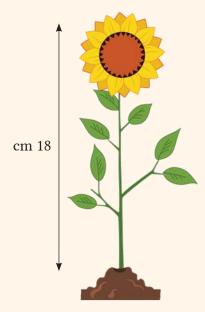
$$y = 20x$$

**3. Yang Telah Dipelajari**

Dalam materi yang dipelajari di kelas VII, merangkum definisi perbandingan senilai dan perbandingan berbalik nilai serta grafiknya.

Selain itu, alangkah baiknya untuk mengingat bagaimana $y$ berubah ketika nilai $x$ menjadi dua kali lipat, tiga kali lipat, dan seterusnya. Juga, jika perbedaan antara perbandingan senilai dan perbandingan berbalik nilai dapat dikonfirmasi, mungkin ada pendapat yang mengarah pada laju perubahan. Dengan menunjukkan pendapat seperti itu, peserta didik akan memiliki prospek untuk pembelajaran di masa depan.

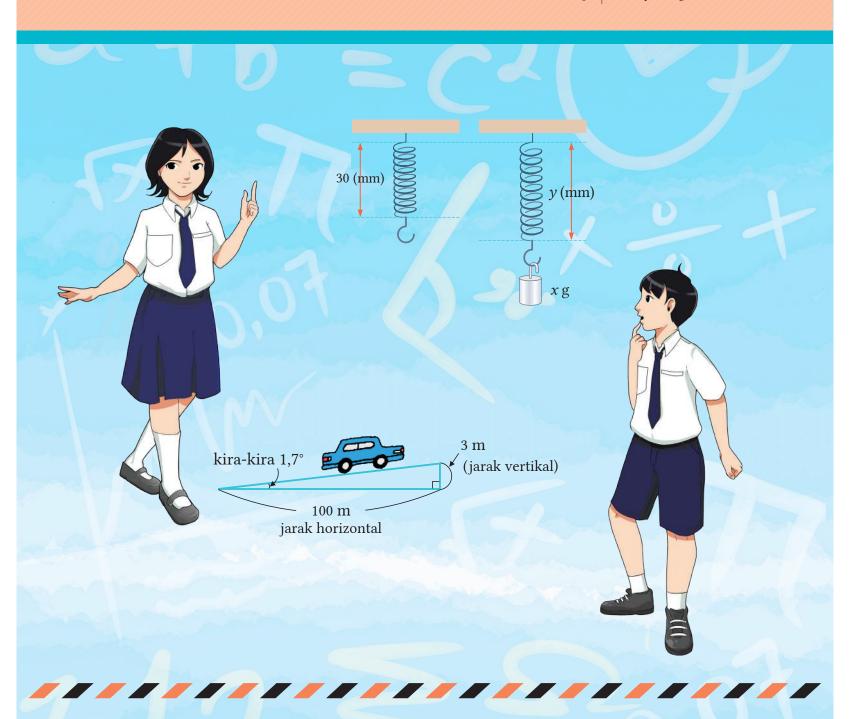
**Belajarlah terus dengan sungguh-sungguh, kelak akan tiba waktu menuainya.**

(Anonim)

Pengamatan
pada waktu ke-1

Pengamatan
pada waktu ke-2

Pengamatan
pada waktu ke-3

$$y = 4x + 6$$

KEMENTERIAN PENDIDIKAN, KEBUDAYAAN, RISET, DAN TEKNOLOGI
REPUBLIK INDONESIA, 2021
Buku Panduan Guru Matematika
untuk SMP Kelas VIII
Penulis: Tim Gakko Tosho
Penyadur: Mochammad Hafiizh dan Fitriana Yuli Saptaningtyas
ISBN: 978-602-244-797-9 (jil.2)

# Fungsi Linear

(Pembukaan Bab 1 jam)

## • Tujuan •

1. Peserta didik dapat menentukan perbandingan senilai dan perbandingan berbalik nilai berdasarkan contoh dalam kehidupan sehari-hari dan ciri khasnya seperti yang dipelajari di kelas VII.
2. Peserta didik dapat menentukan hubungan dalam perbandingan senilai atau perbandingan berbalik nilai dalam suatu contoh nyata, dan dapat menentukan apakah perbandingan senilai atau bukan, apakah perbandingan berbalik nilai atau bukan.

## Kunci Jawaban

1 (Contoh)

Sebaiknya peserta didik bernalar tentang berapa tahun yang dibutuhkan dari stalaktit yang semula 5 cm menjadi 15 cm,

$30 : 1 = x : 10$

$x = 300$

Jawaban: 300 tahun

**Setelah berapa tahun?**

Terdapat banyak stalaktit di berbagai gua di Pacitan. Pada gua-gua stalaktit, terdapat beberapa tempat di mana air menetes dari atap gua dan akibatnya sebuah batu terbentuk seperti es beku. Batu yang terbentuk dari proses ini selama bertahun-tahun dinamakan *stalaktit*.

Sumber: https://www.boombastis.com/gua-di-indonesia/67398

1 Ketika kita mengukur panjang dari sebuah stalaktit di gua stalaktit, diketahui panjangnya 5 cm. Jika stalaktit tersebut bertambah panjang 1 cm setiap 30 tahun, setelah berapa tahunkah panjang stalaktit menjadi 15 cm?

60 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**1. Penggunaan** 

Pembahasan tentang fungsi telah dipelajari peserta didik di SD dan tahun pertama SMP. Peserta didik diminta mengamati fungsi dan memikirkan cara mencari jawabannya. Peserta didik diajak beraktivitas untuk saling menjelaskan dan mengomunikasikan pemikiran masing-masing tentang cara mencari penyelesaian.

Seperti yang ada pada ilustrasi percakapan, peserta didik berdiskusi bagaimana mendapatkan jawabannya, misalkan melalui tabel, persamaan, grafik, dan ide-ide lainnya. Selain itu, perhatikan bahwa sejak awal sudah ada stalaktit 5 cm.

### Referensi ▶ Gua Pacitan

Gua Pacitan terletak di Provinsi Jawa Timur, salah satu gua stalaktit terindah di Indonesia. Pertumbuhan stalaktit pada Gua Pacitan dapat dijadikan sebagai salah satu contoh kontekstual dari suatu fungsi linear sehingga peserta didik dapat memahami lebih lanjut mengenai fungsi linear dalam kehidupan sehari-hari.

Sumber: Ilmudasar.com

BAB 3 | Fungsi Linear

2 Untuk masalah pada nomor 1 di halaman sebelumnya, Dewi memisalkan panjang stalaktit setelah $x$ tahun adalah $y$ cm, membuat tabel berikut, dan mencari dalam berapa tahun panjang stalaktit menjadi 15 cm. Lengkapi tabel dan carilah dalam berapa tahun stalaktit menjadi 15 cm.

| $x$ (tahun) | 0 | 30 | 60 | 90 | 120 | 150 | 180 | 210 | 240 | 270 | 300 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ (cm) | 5 | 6 | 7 | | | | | | | | |

3 Untuk soal pada nomor 2, dapatkah kita menyatakan bahwa $y$ adalah fungsi dari $x$? Dapatkah kita menyatakan bahwa mereka memiliki hubungan senilai atau berbalik nilai, yang sudah kita pelajari di SMP Kelas VII?

Dapatkah kita menyatakan sebuah fungsi yang bukan sebuah senilai atau berbalik nilai menggunakan sebuah persamaan? Hlm.62

**Bab 3** Fungsi Linear 61

## Kunci Jawaban

Berurutan dari kiri tabel, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15
Berdasarkan tabel, setelah 300 tahun

Ketika nilai $x$ ditentukan, hanya satu nilai $y$ yang muncul, jadi $y$ bisa dikatakan sebagai fungsi dari $x$.

Karena nilai pembagian $\frac{y}{x}$ dan perkalian $xy$ tidak konstan, maka tidak dapat dikatakan perbandingan senilai atau perbandingan berbalik nilai.

###  2. Penggunaan 

Saat mengamati fungsi, peserta didik diingatkan agar mereka membuat tabel untuk mencari tahu hubungan antara $x$ dan $y$.

Di sini, diingatkan bahwa nilai numerik yang diinginkan (belum diketahui) dapat diperoleh dengan membuat tabel dan melengkapinya.

### 3. Penggunaan 

Peserta didik mengulas kembali definisi fungsi yang sudah dipelajari di kelas VII. Usahakan peserta didik mengamati dan mengonfirmasikan definisi fungsi "Jika Anda menentukan nilai $x$, hanya satu nilai $y$ yang sesuai".

Selain itu, peserta didik mengonfirmasi karakteristik perbandingan senilai dan perbandingan berbalik nilai yang dipelajari di kelas VII.

**Karakteristik perbandingan senilai**:

- Dinyatakan dengan persamaan $y = ax$, dengan $a$ adalah konstanta perbandingan senilai.
- Ketika nilai $x$ berubah menjadi dua kali, tiga kali, dan seterusnya, maka secara berurutan nilai $y$ juga berubah menjadi dua kali, tiga kali, dan seterusnya.
- Grafiknya berupa garis yang melewati titik (0, 0).

**Karakteristik perbandingan berbalik nilai:**

- Dinyatakan sebagai $y = \frac{a}{x}$, dengan $a$ adalah konstanta perbandingan berbalik nilai.
- Ketika nilai $x$ berubah menjadi 2 kali, 3 kali, dan seterusnya, maka secara berurutan nilai $y$ menjadi $\frac{1}{2}$ kali, $\frac{1}{3}$kali, dan seterusnya
- Grafiknya adalah kurva ganda.

Jadi, $y$ adalah fungsi dari $x$, tetapi ingatkan peserta didik bahwa fungsi tersebut berbeda dari fungsi yang telah dipelajari sejauh ini.

### 4. Penggunaan Ilustrasi Percakapan

Kita belajar bahwa dua besaran yang berubah satu sama lain dapat dilihat sebagai suatu hubungan oleh fungsi, tetapi ada hal-hal yang berbeda dari perbandingan senilai dan perbandingan berbalik nilai yang telah kita pelajari sejauh ini. Pertanyaan yang muncul adalah hubungan seperti apa yang dimiliki oleh fungsi tersebut menjadi pengantar pembelajaran di halaman berikutnya.

# 1 Fungsi Linear

8 jam

## 1 | Fungsi Linear

1 jam

**• Tujuan •**

Peserta didik dapat menganalisis fungsi linear melalui pengamatan peristiwa dalam kehidupan sehari-hari.

**Kunci Jawaban**

Panjang yang ditambahkan $\frac{1}{30}x$ cm

Panjang keseluruhan $(\frac{1}{30}x + 5)$ cm

**Soal 1**

Jika $x = 60$ disubstitusi pada $y = \frac{1}{30}x + 5$, maka

$$y = \frac{1}{30} \times 60 + 5$$
$$= 7$$

Jawaban: 7 cm

Jika $y = 15$ disubstitusi pada $y = \frac{1}{30}x + 5$, maka

$$15 = \frac{1}{30}x + 5$$
$$x = 300$$

Jawaban: setelah 300 tahun

**Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan**

### 1. Penggunaan Q

Langkah awal, dicari hubungan $y$ dengan $x$, di mana panjang yang ditambahkan memuat variabel $x$ dan panjang keseluruhan menggunakan variabel $y$. Bagi peserta didik yang tidak dapat segera mengutarakan panjang yang bertambah adalah $\frac{1}{30}x$, maka dapat diberi pengertian dengan mengurutkan, 1 tahun mendatang $(\frac{1}{30} \times 1)$ cm, 2 tahun mendatang $(\frac{1}{30} \times 2)$ cm, dan seterusnya. Jadi dapat disimpulkan bahwa $x$ tahun mendatang $(\frac{1}{30} \times x)$ cm, yaitu $\frac{1}{30}x$ cm.

### 2. Fungsi Linear

Berdasarkan Q, $y$ dapat ditulis dalam $x$. Saat menentukan persamaan, dapat juga menggunakan kata-kata sebagai berikut.

1 Fungsi Linear

1 | Fungsi Linear

•Tujuan• Peserta didik dapat menganalisis hubungan antara pasangan bilangan/kuantitas yang keduanya bisa berubah dan menyatakannya ke dalam bentuk persamaan.

Q Pada soal 2 di halaman sebelumnya, berapa cm panjang stalaktit akan bertambah setelah $x$ tahun? Dan saat itu, berapa panjang stalaktitnya?



Pada soal 2 di halaman sebelumnya, jika nilai $x$ ditentukan dan terdapat hanya 1 nilai $y$ yang berkorespondensi, maka $y$ adalah fungsi dari $x$.

Panjang stalaktit saat ini adalah 5 cm dan terus tumbuh 1 cm tiap 30 tahun. Jadi, jika kita misalkan panjang stalaktit setelah $x$ tahun dari sekarang adalah $y$ cm, maka hubungan antara $x$ dan $y$ dapat dinyatakan dengan persamaan berikut.

$$y = \frac{1}{30}x + 5$$

Soal 1 Pada Q, berapa panjang stalaktit setelah 60 tahun? Setelah berapa tahunkah stalaktit panjangnya menjadi 15 cm?

Bila $y$ adalah fungsi dari $x$, maka $y$ dapat dinyatakan dalam $x$ menggunakan persamaan linear seperti $y = \frac{1}{30}x + 5$. Kita menyatakan bahwa $y$ adalah fungsi linear dari $x$.

Secara umum, dengan memisalkan $a$ sebagai konstanta yang tidak nol serta $b$ adalah konstanta, kita dapat menyatakan fungsi linear ke dalam bentuk $y = ax + b$.

Bentuk $y = ax$ dapat dipandang sebagai fungsi linear $y = ax + b$ dengan $b = 0$. Jadi, sebuah perbandingan senilai merupakan fungsi linear.

$y = ax + b$
Bagian yang perbandingannya senilai dengan $x$. (untuk $ax$)
Bagian yang konstan. (untuk $b$)

62 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

(Panjang keseluruhan)
= (Panjang awal) + (Panjang pertambahan)

### 3. Penggunaan Soal 1

Ini adalah soal untuk memahami persamaan $y = \frac{1}{30}x + 5$. Buat peserta didik berpikir mengganti hubungan bilangan-bilangan menjadi persamaan.

### 4. Definisi Fungsi Linear

Peserta didik diharapkan memahami bahwa salah satu contoh fungsi linear yang dicontohkan di halaman ini adalah $y = \frac{1}{30}x + 5$, sedangkan fungsi linear umumnya dinyatakan dengan persamaan $y = ax + b$ dengan $a$ dan $b$ sebagai konstanta.

Jika $b = 0$ pada bentuk $y = ax + b$ dan dihubungkan dengan perbandingan senilai yang dipelajari di kelas VII, maka dapat dipahami bahwa perbandingan senilai juga merupakan fungsi linear.

Sebagaimana ditunjukkan di Contoh 1 halaman 21, suhu udara turun 6℃ setiap naik 1 km di atas permukaan tanah. Hal ini terjadi sampai dengan 11 km di atas permukaan tanah. Jadi, ketika suhu udara 18°C di atas permukaan tanah, dengan memisalkan suhu udara $y$°C di ketinggian $x$ km, maka hubungan antara $x$ dan $y$ dapat dinyatakan dengan $y = 18 - 6x$. Atau dengan kata lain, $y = -6x + 18$. Oleh karena itu, $y$ adalah fungsi linear dari $x$.

Sumber: Tribunnews.com

**Soal 2**

Suatu batang dupa memiliki panjang 14 cm. Misalnya panjang batang adalah $y$ cm setelah dibakar selama $x$ menit. Ketika menyelidiki hubungan antara $x$ dan $y$, kita akan mendapatkan tabel berikut. Jawablah pertanyaan berikut.

14 cm

$y$ cm

| $x$ (menit) | 0 | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ (cm) | 14 | 12 | 10 | 8 | 6 | 4 | 2 | 0 |

(1) Berapa cm kah batang dupa berkurang setiap satu menit?

(2) Nyatakan $y$ dalam $x$ menggunakan suatu persamaan.

(3) Dapatkah kita menyatakan bahwa $y$ adalah fungsi linear dari $x$?

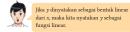
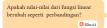
**Soal 3**

Untuk (1) sampai (4) berikut, nyatakan $y$ dalam $x$ menggunakan persamaan. Dapatkah kita juga menyatakan bahwa $y$ adalah fungsi linear dari $x$?

(1) Pada sebuah persegi panjang, panjangnya 6 cm, lebarnya $x$ cm, dan kelilingnya $y$ cm.

(2) Jika kita perlu $x$ jam untuk berlari sejauh 28 km, maka kecepatannya adalah $y$ km per jam.

(3) Jika kita membeli sebuah produk seharga $x$ rupiah dengan diskon 20%, maka harganya menjadi $y$ rupiah.

(4) Luas lingkaran dengan jari-jari $x$ cm adalah $y$ $\text{cm}^2$.

## Kunci Jawaban

**Soal 2**

(1) 0,5 cm

(2) $y = -0{,}5x + 14 = 14 - 0{,}5x$

(3) $y$ dapat dikatakan sebagai fungsi linear dengan variabel $x$.

**Soal 3**

(1) $y = 2x + 12$ dan $y$ dapat dikatakan fungsi linear dengan variabel $x$.

(2) $y = \dfrac{28}{x}$ dan $y$ tidak dapat dikatakan fungsi linear dengan variabel $x$.

(3) $y = 0{,}8x$ dan $y$ dapat dikatakan fungsi linear dengan variabel $x$.

(4) $y = \pi x^2$ dan $y$ tidak dapat dikatakan fungsi linear dengan variabel $x$.

### 5. Penggunaan Contoh 1

Dibahas contoh fungsi linear yang nyata di kehidupan kita. Dijelaskan ke peserta didik bahwa $y = 18 - 6x$ dapat diubah menjadi $y = -6x + 18$ sehingga letak sukunya sesuai definisi fungsi linear $y = ax + b$.

### 6. Penggunaan Soal 2

(1), perhatikan bahwa nilai $x$ adalah kelipatan 4. Bersamaan dengan itu, perhatikan bahwa dupa memendek pada tingkat tertentu.

(2), disarankan untuk membuat dan memikirkan persamaan dalam kata-kata berikut.

(Panjang dupa)
= (Panjang semula) – (Panjang yang terbakar)

Diubah ke persamaan $y = 14 - 0{,}5x$. Letak sukunya ditukar menjadi $y = -0{,}5x + 14$ sehingga dapat dikonfirmasi bahwa ini adalah fungsi linear.

### 7. Penggunaan Soal 3

Peserta didik yang tidak dapat menentukan persamaannya secara langsung, sebaiknya menggunakan persamaan kata-kata seperti berikut.

(1) (Keliling persegi panjang)
= (panjang) × 2 + (lebar) × 2

(2) (Kecepatan) = (jarak) : (waktu tempuh)

(3) (Harga akhir) = (harga barang) – (harga diskon) = (1 – 0,2) × (harga barang)

(4) (Luas lingkaran) = (jari-jari lingkaran) × (jari-jari lingkaran) × (π)

Selain itu, $y$ dan $x$ disubstitusi ke persamaan kata-kata dan peserta didik diminta untuk mengonfirmasi bahwa itu adalah fungsi linear.

### 8. Penggunaan Ilustrasi Percakapan

Di sini, peserta didik belajar tentang persamaan untuk fungsi linear. Peserta didik diharapkan berpikir bagaimana $x$ dan $y$ dalam fungsi berubah. Peserta didik diharapkan memperhatikan perbedaannya dengan perbandingan senilai.

## 2 Tingkat Perubahan

1 jam

### • Tujuan •

Peserta didik dapat menganalisis bahwa tingkat perubahan fungsi linear adalah bilangan tertentu, yaitu $a$ dan disebut koefisien dari $x$.

### Kunci Jawaban

Kenaikan $x$: 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1

| x | ... | −3 | −2 | −1 | 0 | 1 | 2 | 3 | ... |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| y | ... | −3 | −1 | **1** | **3** | **5** | **7** | **9** | ... |

Kenaikan $y$: 2, [2], [2], [2], [2], [2], [2]

Meskipun $x$ berubah menjadi 2 kali, 3 kali, dan seterusnya, secara berurutan nilai $y$ tidak berubah menjadi 2 kali, 3 kali, dan seterusnya.

**Soal 1**

(1) Saat $x = 0$, maka $y = 3$
Saat $x = 3$, maka $y = 9$
Jadi, tingkat perubahannya adalah

$$\frac{9-3}{3-0} = \frac{6}{3} = 2$$

(2) Saat $x = -3$, maka $y = -3$
Saat $x = 1$, maka $y = 5$
Jadi, tingkat perubahannya adalah

$$\frac{5-(-3)}{1-(-3)} = \frac{8}{4} = 2$$

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**1. Penggunaan** Q

Pada soal ini, peserta didik telah mencari bahwa $y$ bertambah 2 ketika $x$ bertambah 1 pada fungsi linear $y = 2x + 3$. Ada baiknya peserta didik diingatkan mengenai hubungan perbandingan senilai dan persamaan $y = 2x$ adalah mencari perubahan $y$ saat $x$ bertambah 1. Dengan demikian, peserta didik memastikan hubungan kuantitas pertambahan $x$ dan kuantitas pertambahan $y$.

**2. Penggunaan** Contoh 1

Memastikan bahwa ketika $x$ bertambah 2, maka $y$ meningkat menjadi 2 kali peningkatan $x$.

2 Tingkat Perubahan

•Tujuan• Peserta didik dapat menentukan tingkat perubahan nilai pada fungsi linear.

Q Pada fungsi linear $y = 2x + 3$, lengkapi tabel berikut dan selidiki besarnya kenaikan nilai $y$ ketika nilai $x$ meningkat sebesar 1. Jika nilai $x$ berubah menjadi 2 kali lipat, 3 kali lipat, ..., apakah nilai $y$ juga berubah menjadi 2 kali lipat, 3 kali lipat, ...?

Kenaikan $x$: 1, 1, 1, 1, 1, 1

| $x$ | ... | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | ... |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | ... | -3 | -1 | | | | | | ... |

Kenaikan $y$: 2, □, □, □, □, □

Contoh 1 Bandingkan perubahan nilai-nilai $x$ dan $y$ pada fungsi linear $y = 2x + 3$, dengan $x$ berubah dari −1 sampai dengan 1.

Penyelesaian

Bila nilai $x$ naik dari −1 hingga 1, maka nilai $y$ naik dari 1 hingga 5. Banyaknya peningkatan dalam $x$ adalah $1 - (-1) = 2$, dan banyaknya peningkatan dalam $y$ adalah $5 - 1 = 4$.
Jadi, banyaknya peningkatan dalam $y$ adalah 2 kali lipat peningkatan dalam $x$.

| $x$ | ... | −1 | ... | 1 | ... |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | ... | 1 | ... | 5 | ... |

Perbandingan banyaknya peningkatan dalam $y$ terhadap peningkatan dalam $x$ dinamakan *tingkat perubahan*.
Pada Contoh 1, tingkat perubahan dapat ditentukan seperti berikut.

$$\text{(tingkat perubahan)} = \frac{\text{(peningkatan dalam } y)}{\text{(peningkatan dalam } x)}$$

$$\frac{\text{(peningkatan dalam } y)}{\text{(peningkatan dalam } x)} = \frac{5-1}{1-(-1)} = \frac{4}{2} = 2$$

Soal 1 Pada fungsi linear $y = 2x + 3$, carilah tingkat perubahannya untuk setiap peningkatan nilai $x$ berikut.

(1) dari 0 hingga 3 (2) dari −3 hingga 1

64 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

Peserta didik lebih mudah memahami dengan membandingkannya seperti pada tabel yang dibuat di Q. Kemudian, peserta didik dapat mendefinisikan tingkat perubahannya, dan mengamati cara menemukannya.

**3. Penggunaan** Soal 1 , Soal 2

Pada soal 1, peserta didik memeriksa tingkat perubahan fungsi linear $y = 2x + 3$ dengan mengubah interval yang akan diambil atau mengubah lebar interval, dan memastikan cara mendapatkan tingkat perubahan.

Peserta didik diperbolehkan untuk menemukan tingkat perubahan saat intervalnya besar, seperti "−3 hingga 3", atau saat intervalnya kecil, seperti "1,5 hingga 4,5".

Pada soal 2, peserta didik memeriksa tingkat perubahan mengenai fungsi linear untuk nilai $a$ berupa bilangan negatif.

**Soal 2** Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut terkait fungsi linear $y = -3x + 1$.

(1) Lengkapi tabel berikut.

| $x$ | … | −3 | −2 | −1 | 0 | 1 | 2 | 3 | … |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | … |  |  |  |  |  |  |  | … |

(2) Cari tingkat perubahan untuk setiap peningkatan dalam $x$ berikut.

① dari −3 hingga 0 ② dari 2 hingga 4

**Soal 3** Berdasarkan Soal 1 di halaman sebelumnya, apa yang dapat kita nyatakan tentang tingkat perubahan dari fungsi linear $y = 2x + 3$? Bagaimana dengan $y = -3x + 1$ di Soal 2?

Tingkat perubahan dari fungsi linear dapat dirangkum seperti berikut.

PENTING **Tingkat Perubahan Fungsi Linear**

Tingkat perubahan dari fungsi linear $y = ax + b$ adalah konstan, yaitu sama dengan $a$, yakni koefisien $x$.



**Soal 4** Pada Contoh 1 di halaman 63, nyatakan tingkat perubahan dari fungsi linear $y = -6x + 18$. Apa yang dinyatakan oleh fungsi tersebut?

**Soal 5** Pada fungsi linear $y = 2x + 3$ dan $y = -3x + 1$, carilah banyaknya peningkatan dalam $y$ ketika banyaknya peningkatan dalam $x$ adalah 3.

**Soal 6** Diskusi

Dapatkah kita menyatakan bahwa tingkat perubahan dari perbandingan berbalik nilai $y = \frac{6}{x}$ itu konstan? Lengkapi tabel berikut dan selidikilah. Juga, diskusikan dengan yang lain apakah kita dapat menyatakan bahwa perbandingan berbalik nilai adalah fungsi linear.

| $x$ | … | −3 | −2 | −1 | 0 | 1 | 2 | 3 | … |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | … |  |  |  | X |  |  |  | … |





## Kunci Jawaban

**Soal 2**

(1)

| $x$ | … | −3 | −2 | −1 | 0 | 1 | 2 | 3 | … |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | … | **10** | **7** | **4** | **1** | **−2** | **−5** | **−8** | … |

(2)

① −3 ② −3

**Soal 3**

- Tingkat perubahan fungsi linear $y = 2x + 3$ adalah konstan dan sama dengan 2, yaitu koefisien dari $x$.
- Tingkat perubahan fungsi linear $y = -3x + 1$ adalah konstan dan sama dengan −3, yaitu koefisien dari $x$.

**Soal 4**

Tingkat perubahan −6

Tiap naik 1 km, suhu akan turun 6ºC

**Soal 5**

Ketika peningkatan $x$ adalah 3, perubahan $y$ adalah 6 untuk $y = 2x + 3$ dan perubahan $y$ adalah −9 untuk $y = -3x + 1$.

**Soal 6**

| $x$ | … | −3 | −2 | −1 | 0 | 1 | 2 | 3 | … |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | … | **−2** | **−3** | **−6** | X | **6** | **3** | **2** | … |

Tingkat perubahan tidak konstan.

Perbandingan berbalik nilai bukan fungsi linear.

### 4. Penggunaan Soal 3

Dari Soal 1 di halaman sebelumnya dan Soal 2, peserta didik berdiskusi menjelaskan tingkat perubahan setiap fungsi linear. Berdasarkan diskusi tersebut, disimpulkan tingkat perubahan fungsi linear $y = ax + b$ adalah konstan dan sama dengan $a$, yaitu koefisien dari $x$. Diharapkan peserta didik dapat mengonfirmasi bahwa kesimpulan tersebut dapat dimaknai, "jika nilai $x$ meningkat 1, maka nilai $y$ berubah sebanyak $a$".

### 5. Penggunaan Soal 4

Jika melihat kesimpulan saja, maka tingkat perubahan fungsi linear adalah koefisien $x$. Peserta didik tidak boleh menghafal itu saja, tetapi peserta didik perlu berpikir mengenai makna dari tingkat perubahan.

### 6. Penggunaan Soal 6

Di kelas VIII, yang dibahas hanya fungsi linear dengan tingkat perubahan yang konstan sehingga sulit bagi peserta didik untuk memahami tingkat perubahan yang tidak konstan. Dengan memastikan bahwa tingkat perubahan pada perbandingan berbalik nilai adalah tidak konstan, peserta didik memahami bahwa tingkat perubahan yang konstan merupakan karakteristik fungsi linear. Selain itu, peserta didik diharapkan menggunakan kesempatan ini untuk mempelajari kembali perbandingan berbalik nilai yang dipelajari di kelas VII.

### 7. Penggunaan Ilustrasi Percakapan

Peserta didik telah mengamati karakteristik fungsi linear berdasarkan persamaan dan tabel. Selanjutnya, peserta didik mempunyai minat dan termotivasi untuk menyelidiki metode pengamatan lain, yaitu grafik dan menghubungkannya dengan pembelajaran di halaman berikutnya.

# 3 Grafik Fungsi Linear

4 jam

## Tujuan

1. Peserta didik dapat menentukan bahwa grafik fungsi linear adalah garis.
2. Peserta didik dapat menghubungkan grafik fungsi linear dengan grafik perbandingan senilai.
3. Peserta didik dapat menghubungkan tingkat perubahan fungsi linear dengan kemiringan grafik.
4. Peserta didik dapat menentukan domain fungsi linear berdasarkan grafik.

3 Grafik Fungsi Linear

Tujuan: Peserta didik dapat menganalisis grafik fungsi linear pada sistem koordinat Cartesius dan menentukan sifat-sifatnya.

Tabel berikut menunjukkan pasangan nilai $x$ dan $y$ dari fungsi $y = 2x + 3$. Berdasarkan tabel, gambarkan pasangan-pasangan bilangan $x$ dan $y$ tersebut pada bidang Cartesius berikut.

| $x$ | ... | $-4$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | ... |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | ... | $-5$ | $-3$ | $-1$ | 1 | 3 | 5 | 7 | 9 | 11 | ... |



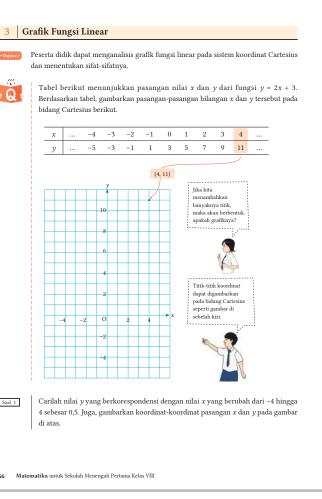
Soal 1 Carilah nilai $y$ yang berkorespondensi dengan nilai $x$ yang berubah dari $-4$ hingga 4 sebesar 0,5. Juga, gambarkan koordinat-koordinat pasangan $x$ dan $y$ pada gambar di atas.

66 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

## Kunci Jawaban

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**1. Penggunaan**

Ketika peserta didik belajar perbandingan senilai dan perbandingan berbalik nilai di kelas VII, peserta didik sudah belajar membuat tabel dan menggambar titik-titik pada bidang koordinat. Namun, beberapa peserta didik mungkin lupa bagaimana menggambar titik pada bidang koordinat. Jadi, diharapkan peserta didik mengingatnya kembali dengan hati-hati sambil melihat kembali istilah seperti titik asal, koordinat $x$, dan koordinat $y$. Koordinat $x$ juga dapat disebut nilai absis sedangkan koordinat $y$ disebut ordinat.

**2. Penggunaan Soal 1**

Secara intuitif, peserta didik mungkin memahami bahwa sembilan titik dalam Q merupakan sejenis, yaitu bilangan bulat. Selanjutnya, peserta didik memprediksi bagaimana titik-titik di antaranya yang belum ada dalam tabel di Q. Konfirmasikan bahwa grafik adalah sekumpulan semua titik yang koordinatnya merupakan nilai $x$ dan $y$ yang bersesuaian. Selain itu, perlu juga untuk menyelidiki titik-titik lain, seperti pada Soal 1. Peserta didik yang tidak mengalami masalah, harus mendapatkan lebih banyak titik.

Berdasarkan pembelajaran ini, peserta didik mengamati grafik fungsi linear $y = 2x + 3$ akan menjadi grafik seperti apa nantinya.

Pada fungsi linear $y = 2x + 3$, bila kita gambarkan titik-titiknya, maka kumpulan titik-titik tersebut akan menjadi sebuah garis seperti digambarkan di sebelah kanan. Garis ini adalah grafik dari fungsi linear $y = 2x + 3$.

$y = 2x + 3$

**Berpikir Matematis**

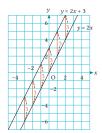
Perhatikan bahwa jika banyak sekali titik yang digambarkan, maka himpunan titik tersebut membentuk sebuah garis.

Soal 2 — Pada fungsi linear $y = -2x + 3$, carilah pasangan nilai dari $x$ dan $y$, kemudian gambarlah grafiknya pada bidang Cartesius.

Mari kita selidiki perbedaan antara grafik fungsi linear dan grafik perbandingan senilai.

Lengkapi tabel berikut dan gambarkan grafik dari fungsi linear $y = 2x$ pada bidang Cartesius.

| $x$ | ... | −3 | −2 | −1 | 0 | 1 | 2 | 3 | ... |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y = 2x$ | ... | | | | | | | | ... |
| $y = 2x + 3$ | ... | | | | | | | | ... |

Fungsi linear $y = 2x$ menyatakan hubungan perbandingan senilai. Grafiknya melalui titik pusat koordinat. Juga, untuk setiap nilai $x$, nilai dari $2x + 3$ selalu lebih besar 3 daripada $2x$. Oleh karena itu, grafik $2x + 3$ adalah berupa garis yang diperoleh dengan cara mentranslasikan atau menggeser grafik $y = 2x$ sejauh 3 satuan searah sumbu $y$ positif.

BAB 3 | Fungsi Linear

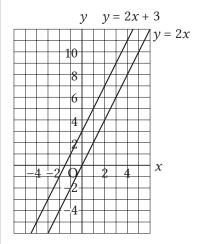
## Kunci Jawaban

**Soal 2**

(1)

| $x$ | ... | −3 | −2 | −1 | 0 | 1 | 2 | 3 | ... |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | ... | 9 | 7 | 5 | 3 | 1 | −1 | −3 | ... |

$y = -2x + 3$ $\quad$ $y = 2x + 3$

| $x$ | ... | −3 | −2 | −1 | 0 | 1 | 2 | 3 | ... |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y = 2x$ | ... | **−6** | **−4** | **−2** | **0** | **2** | **4** | **6** | ... |
| $y = 2x + 3$ | ... | **−3** | **−1** | **1** | **3** | **5** | **7** | **9** | ... |

### 3. Penggunaan Grafik Fungsi Linear

Berdasarkan pembelajaran pada halaman sebelumnya, peserta didik memprediksi dan menjelaskan bahwa grafik fungsi linear $y = 2x + 3$ berupa garis. Peserta didik diharapkan menemukan fakta bahwa hanya perlu beberapa titik untuk membuat grafik. Tidak perlu terlalu banyak karena grafiknya berupa garis.

### 4. Penggunaan Q

Diketahui bahwa grafik $y = 2x + 3$ berupa garis, maka dapat dicari hubungannya dengan grafik perbandingan senilai (fungsi linear) $y = 2x$.

Biasanya, dari setiap persamaan, dibuat tabelnya kemudian digambar grafiknya. Akan tetapi, di sini tabel dari kedua persamaan dibuat jadi satu agar lebih mudah membandingkan nilai $y$. Dari tabel, perhatikan bahwa untuk nilai $x$ yang sama, nilai $2x + 3$ selalu lebih besar dari nilai $2x$ dan selisihnya selalu 3.

### 5. Hubungan 2 Buah Grafik

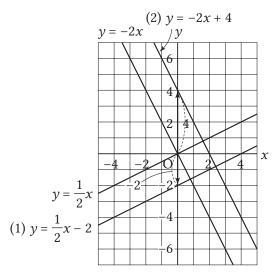
Dengan melihat grafik, diharapkan peserta didik menyadari bahwa kedua grafik tersebut sejajar. Di sini, jika peserta didik fokus pada titik-titik dengan nilai $x$ yang sama, maka diketahui bahwa titik grafik $y = 2x + 3$ berada pada posisi di atas titik grafik $y = 2x$ dan bergeser hanya 3 satuan ke arah atas.

Berdasarkan pengamatan tersebut, peserta didik dibuat memahami bahwa grafik $y = 2x + 3$ adalah garis hasil pergeseran grafik $y = 2x$ sebanyak 3 satuan searah sumbu $y$ positif.

## Kunci Jawaban

**Soal 3**

Ke arah sumbu $y$ negatif sebanyak 3 satuan.

**Soal 4**

**Soal 5**

(1) $-2$ (2) 4

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**6. Penggunaan** Soal 3

Berdasarkan hubungan grafik $y = 2x$ dan $y = 2x + 3$ di halaman sebelumnya, maka peserta didik dapat memprediksi hubungan grafik $y = 2x$ dan $y = 2x - 3$. Ada baiknya peserta didik membuat tabel seperti di Q halaman sebelumnya, dan mengisi grafik pada denah pada halaman sebelumnya, serta memastikannya.

**7. Penggunaan** Soal 4

Tujuannya, peserta didik dapat membuat grafiknya masing-masing dari $y = \frac{1}{2}x$ atau $y = -2x$ dengan menggeser searah sumbu $y$ negatif atau positif. Sebaiknya peserta didik mengonfirmasi bahwa grafiknya benar dengan cara membuat tabel.

**8. Grafik $y = ax + b$ dan Grafik $y = ax$**

Merangkum secara umum pembelajaran sampai saat ini.

Gambar di Buku Siswa adalah contoh untuk $b > 0$. Akan tetapi, $y = 2x - 3$ di Soal 3 adalah contoh untuk $b < 0$. Peserta didik mungkin

Soal 3 Grafik dari fungsi linear $y = 2x - 3$ adalah sebuah garis yang diperoleh dengan menggeser grafik $y = 2x$ ke arah mana?

Soal 4 Dengan menggunakan grafik $y = \frac{1}{2}x$ atau grafik $y = -2x$, gambarlah grafik dari fungsi linear berikut (gambar pada bidang sebelah kiri).

(1) $y = \frac{1}{2}x - 2$

(2) $y = -2x + 4$

Jika $b$ positif, maka grafik dari fungsi linear $y = ax + b$ adalah sebuah garis yang diperoleh dengan menggeser grafik $y = ax$ sejauh $b$ satuan dan searah sumbu $y$ positif. Bagaimana dengan $b$ negatif?

Konstanta $b$ pada fungsi linear $y = ax + b$ adalah nilai dari $y$ ketika $x = 0$. Hal ini berarti bahwa $b$ adalah koordinat $y$ dari titik $(0, b)$, yakni ketika grafik $y = ax + b$ memotong sumbu $y$.

Nilai $b$ inilah yang disebut *intersep* grafik fungsi linear $y = ax + b$ dengan sumbu $y$, $b$ juga dinamakan intersep $y$. Sebagai contoh, intersep dari grafik $y = 2x + 3$ dengan sumbu $y$ adalah 3.

Catatan Intersep $y$ adalah nilai $y$ ketika grafik memotong sumbu $y$.

Soal 5 Tentukan titik potong dari grafik (1) dan (2) di Soal 4.



68 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

mengatakan, "Bergeser sebanyak $-3$ satuan ke arah sumbu $y$ positif." Namun hal ini lebih mudah diganti dengan mengatakan, "Bergeser sebanyak 3 satuan ke arah sumbu $y$ negatif."

**9. Perpotongan Grafik dan Penggunaan Ilustrasi Percakapan**

Peserta didik dibuat memahami bahwa intersep $y$ adalah koordinat $y$ dari titik potong grafik dan sumbu $y$. Sederhananya, nilai $b$ dari fungsi linear $y = ax + b$ dapat dikatakan intersep $y$. Selain itu, harus dikonfirmasi intersep $y$ dari $y = ax$ adalah 0.

Selain itu, terdapat juga intersep $x$, yaitu koordinat $x$ dari titik potong grafik dan sumbu $x$. Akan tetapi di SMP, kebanyakan yang diamati adalah intersep $y$.

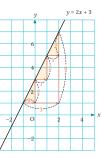
Selanjutnya, peserta didik dimotivasi agar bertanya, "Apakah makna nilai $a$ terhadap grafik?"

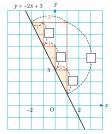
Tujuan Peserta didik dapat menganalisis hubungan antara tingkat perubahan dan grafik fungsi linear.

Berapakah tingkat perubahan dari fungsi linear $y = 2x + 3$?

Tingkat perubahan dari fungsi linear $y = 2x + 3$ adalah

$$\frac{\text{(kenaikan dalam } y)}{\text{(kenaikan dalam } x)} = 2$$

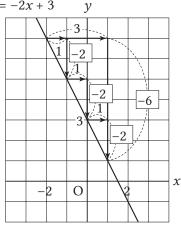
Hal ini berarti, ketika nilai $x$ naik 1, maka nilai $y$ naik 2, dan ketika nilai $x$ naik 3, maka nilai $y$ naik sebanyak 6. Oleh karena itu, jika kita menggeser satu titik pada grafik $y = 2x + 3$, satu satuan ke kanan dan 2 satuan ke atas, atau 3 satuan ke kanan dan 6 satuan ke atas, maka hasil pergeseran itu akan tetap berada pada grafik.

BAB 3 | Fungsi Linear

Soal 6 Gambar di samping kanan merupakan upaya penyelidikan hubungan antara posisi dua titik pada grafik fungsi linear $y = -2x + 3$. Isilah tiap ☐ pada gambar tersebut.

Soal 7 Diskusi Diskusikan perbedaan grafik-grafik fungsi linear antara yang memiliki tingkat perubahan positif dan yang memiliki tingkat perubahan negatif.

Bab 3 Fungsi Linear 69

## Kunci Jawaban

Tingkat perubahannya 2

**Soal 6**

**Soal 7**

Saat tingkat perubahan fungsi linear nilainya positif, maka grafiknya akan naik ke kanan. Saat tingkat perubahan fungsi linear nilainya negatif, maka grafiknya akan turun ke kanan.

### 10. Tingkat Perubahan dan Cara Memajukan Titik pada Grafik

Setelah peserta memastikan bahwa tingkat perubahan dari fungsi linear $y = 2x + 3$ adalah 2, yaitu koefisien dari $x$ pada Q, peserta didik diminta untuk mengulang arti tersebut. Tingkat perubahan ditunjukkan oleh

$$2 = \frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{6}{3} \ldots$$

dan peserta didik mengonfirmasi bahwa nilai $y$ naik 6 jika nilai $x$ naik 3.

Kenaikan 1 dari nilai $x$, artinya bergeser 1 unit ke kanan dan kenaikan 2 dari nilai $y$, artinya bergeser 2 unit ke atas. Tingkat perubahan fungsi linear $y = 2x + 3$ adalah konstan, maka titik apa pun pada grafik yang bergeser dengan tingkat perubahan tersebut akan tetap berada pada grafik. Peserta didik dapat memahami bahwa grafik $y = 2x + 3$ adalah garis yang naik ke kanan.

### 11. Penggunaan Soal 6

Soal ini untuk mencari pergerakan titik di grafik saat tingkat perubahan bernilai negatif. Agar mudah dipahami, peserta didik ditunjukkan bahwa

$$-2 = \frac{-2}{1} = \frac{-4}{2} = \frac{-6}{3} \ldots$$

Nilai $y$ yang negatif, artinya bergeser turun. Peserta didik dapat menyimpulkan bahwa grafiknya adalah garis yang turun ke kanan.

### 12. Penggunaan Soal 7

Dari semua yang telah dicari sebelumnya, fokus utamanya adalah perbedaan tanda dari tingkat perubahan, apakah negatif atau positif. Di sini, peserta didik saling berkomunikasi dan menjelaskan menjadi kegiatan yang sangat penting.

## Kunci Jawaban

**Soal 8**

(1) $\frac{1}{2}$ (2) $-2$

## Mari Mencoba

Jika jarak horizontal adalah $x$ m, maka $\frac{0{,}5}{x} = \frac{1}{12}$, artinya $x = 6$.

Jawaban: perlu mengambil 6 m atau lebih

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

### 13. Derajat Kemiringan Grafik

Berdasarkan apa yang telah kita pelajari sejauh ini, kemiringan grafik ditentukan oleh $a$, yaitu tingkat perubahan dari fungsi linear $y = ax + b$. Buatlah peserta didik mengerti bahwa $a$ adalah kemiringan grafik (gradien).

Kemiringan dapat dijelaskan dengan $\frac{\text{(jarak vertikal)}}{\text{(jarak horizontal)}}$. Saat menjelaskan kemiringan, peserta didik dapat ditunjukkan contoh nyata seperti rambu-rambu jalan pada Buku Siswa agar peserta didik memiliki gambaran nyata mengenai kemiringan.

Selain itu, tanda "menurun" di sebelah kanan sering terlihat di jalan raya dan jalan pegunungan untuk mencegah kecepatan berlebih.

https://webinar.rsrd.korlantas-polri.id/storage/webinar/202107140758RVgZ3ecW.jpg

### 14. Kemiringan Lereng

Dengan mengamati kemiringan lereng yang ada di sekitar kita, peserta didik diharapkan dapat semakin memperdalam pemahaman mengenai tingkat perubahan fungsi linear atau kemiringan grafik.

Kemiringan suatu bidang miring atau suatu tangga dapat ditentukan dengan

$$\frac{\text{(Jarak vertikal)}}{\text{(Jarak horizontal)}}$$

Sebagai contoh, kita dapat menggunakan $\frac{3}{100}$ untuk menyatakan kemiringan bidang miring seperti gambar di sebelah kanan.

Secara serupa, kemiringan dari sebuah grafik dari fungsi linear $y = ax + b$ bergantung pada tingkat perubahan $a$. Untuk alasan ini, $a$ disebut *kemiringan* atau *gradien* dari grafik fungsi linear. Sebagai contoh, kemiringan dari grafik fungsi linear $y = 2x + 3$ adalah 2.

**Soal 8** Tentukan kemiringan dari tiap grafik fungsi-fungsi linear berikut.

(1) $y = \frac{1}{2}x$ (2) $y = -2x + 4$

Cermati

**Kemiringan dari Jalan Landai**

Berdasarkan "Peraturan Pengembangan Kota" dari Provinsi Chiba di Jepang, bila membangun jalan landai sebagai tempat umum, maka "kemiringan jalan tidak boleh melebihi seperdua belas".

Sumber: Stud With Your Friend Grade 8

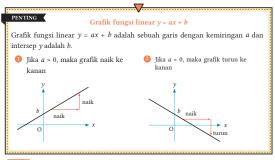
Taman Provinsi Chiba, Tateyama Yachono-Mori (Kota Tateyama, Provinsi Chiba)

Berdasarkan standar tersebut, bila membangun jalan landai dengan kenaikan 50 cm, paling sedikit berapa meterkah jarak horizontal dari jalan tersebut?



Pemikiran yang digunakan untuk menghitung kemiringan lereng pada dasarnya sama dengan grafik kemiringan. Kemiringan bukan dinyatakan dengan sudut, melainkan dengan $\frac{\text{(ketinggian)}}{\text{(jarak horizontal)}}$.

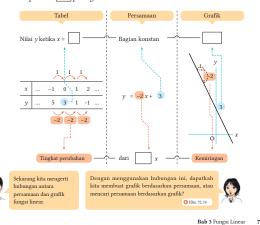
Sekilas, dapat dianggap bahwa nilai lebih besar dari seperdua belas dapat digunakan sebagai standar instalasi gradien. Namun, jika gradien dibuat lebih besar dari ini, pengguna kursi roda tidak hanya akan bekerja terlalu keras, tetapi mereka bahkan akan merasa takut. Gradien $\frac{1}{12}$ bisa dikatakan salah satu pedoman penting dari sudut pandang pengguna kursi roda. Ketika gradien $\frac{1}{12}$, sudut dari bidang horizontal sekitar 4,8°.

Dari yang sudah kita pelajari sejauh ini, grafik fungsi linear dapat dirangkum seperti berikut.

Catatan Semakin besar nilai $x$ atau $y$, maka dikatakan naik. Semakin kecil nilai $x$ atau $y$, maka dikatakan turun.

Soal 9 Jika kita menggunakan fungsi $y = -2x + 3$ untuk menunjukkan hubungan antara tabel, persamaan, dan grafik fungsi linear, maka kita memperoleh gambar berikut. Isilah tiap tanda ☐ pada gambar berikut.

Sekarang kita mengerti hubungan antara persamaan dan grafik fungsi linear.

Dengan menggunakan hubungan ini, dapatkah kita membuat grafik berdasarkan persamaan, atau mencari persamaan berdasarkan grafik?

Hlm. 72, 74



## Kunci Jawaban

**Soal 9**

Berurutan dari kiri:

0, koefisien, intersep $y$

## Soal Sejenis

Mengenai fungsi linear $y = \frac{2}{3}x - 1$, jawablah pertanyaan berikut.

(1) Tentukan tingkat perubahan.

(2) Grafik akan naik atau turun ke kanan?

(3) Tentukan kemiringan grafik dan intersep $y$.

(1) $\frac{2}{3}$

(2) Naik ke kanan

(3) Kemiringannya $\frac{2}{3}$, dan intersep $y$ adalah $-1$

## 15. Grafik Fungsi Linear $y = ax + b$

Pembahasan mengenai grafik fungsi linear $y = ax + b$ yang dipelajari di Buku Siswa halaman 71 dirangkum dengan memisahkan kasus $a > 0$ dan $a < 0$.

## 16. Penggunaan Soal 9 dan Ilustrasi Percakapan

Peserta didik telah mengamati fungsi linear dengan menggunakan tabel, persamaan, dan grafik. Soal 9 digunakan untuk merangkum hubungan ketiga cara agar peserta didik dapat memahaminya secara satu kesatuan.

Mengonfirmasi ulang representasi nilai $a$ dan $b$ pada fungsi linear $y = ax + b$ pada masing-masing tabel dan grafik.

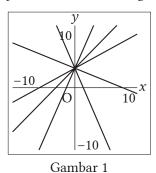
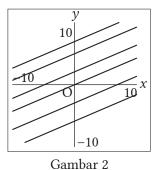
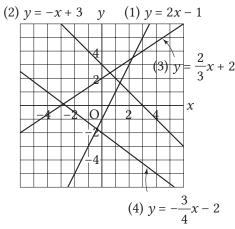
Peserta didik telah mengetahui hubungan fungsi linear dan grafik, maka secara kritis peserta didik diminta apakah bisa membuat grafik dari persamaan atau mencari persamaan dari grafik ini, sehingga dapat berlanjut ke pembelajaran di halaman berikutnya.

**Referensi** Grafik yang Mengubah Posisi Intersep $y$ dan Kemiringan

Untuk memperdalam pemahaman mengenai grafik fungsi linear $y = ax + b$, sangat efektif bila mengamati juga grafik yang mengubah nilai $a$ saja (gambar 1), atau grafik yang mengubah nilai $b$ saja (gambar 2). Bila menggunakan *software* komputer *function tool*, bisa dengan mudah ditunjukkan.

Gambar 1

Gambar 2

## Kunci Jawaban

**Soal 10**

### 17. Penulisan Grafik Fungsi Linear

Peserta didik sudah dapat membuat tabel dan membuat grafik fungsi linear dengan beberapa titik. Peserta didik juga sudah memahami bahwa grafik fungsi linear berupa garis. Peserta didik diharapkan dapat menyimpulkan bahwa cukup dengan 2 titik, maka sudah bisa membuat garis.

Di sini, grafik fungsi linear dibuat dengan menetapkan 2 titik berdasarkan kemiringan dan titik potong sumbu $y$. Peserta didik diingatkan kembali bahwa di kelas VII sudah dibahas tentang bagaimana menentukan titik awal dan satu titik lainnya pada grafik perbandingan senilai.

Metode menggambar grafik dengan menentukan dua titik dibahas pada Buku Siswa halaman 80.

### 18. Penggunaan Contoh 1

Dengan menentukan 2 titik berdasarkan kemiringan dan titik potong sumbu $y$, maka peserta didik akan memahami bahwa mereka dapat membuat grafik secara efektif. Perhatikan bahwa kemiringan dianggap $-\frac{1}{2} = \frac{-1}{2}$.

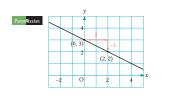
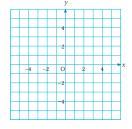
Tujuan: Peserta didik dapat menggambar grafik fungsi linear.

**Bagaimana Cara Menggambar Grafik Fungsi Linear?**

Grafik dari perbandingan senilai dan fungsi linear adalah berupa garis. Kita dapat menggambar grafik fungsi linear dengan menentukan 2 titik berdasarkan kemiringan dan intersepnya.

**Contoh 1** Gambarlah grafik dari fungsi linear $y = -\frac{1}{2}x + 3$.

**Cara** Karena intersep $y$ adalah 3, maka grafik akan melalui titik (0, 3) pada sumbu $y$. Juga, karena gradiennya adalah $-\frac{1}{2}$, maka kita dapat, misalnya, mulai dari titik (0, 3) bergerak 2 satuan ke arah kanan dan 1 satuan ke arah bawah, sehingga sampai di titik (2, 2). Grafik akan melewati titik ini.

**Penyelesaian**

**Soal 10**

Gambarlah grafik dari tiap fungsi linear berikut pada bidang sebelah kiri.

(1) $y = 2x - 1$

(2) $y = -x + 3$

(3) $y = \frac{2}{3}x + 2$

(4) $y = -\frac{3}{4}x - 2$



### 19. Penggunaan Soal 10

Saat menggambar grafik di kertas, mungkin terjadi sedikit kesalahan. Untuk mencegah hal ini, lebih baik memisahkan dua titik satu sama lain untuk mengurangi kesalahan. Selain itu, setelah menggambar grafik, instruksikan peserta didik untuk memeriksa apakah grafik melewati titik yang seharusnya dilewati.

Konfirmasikan bahwa harus dianggap (1) kemiringan $2 = \frac{2}{1}$, dan (2) kemiringan $-1 = \frac{-1}{1}$.

**Interval dan Grafik**

Pada fungsi linear $y = \frac{1}{2}x + 1$, carilah nilai-nilai dari $y$ bila $x = 2$ dan $x = 6$.

**Ulasan**

Nilai-nilai untuk $x$ disebut domain (daerah asal) dan nilai-nilai $y$ yang mungkin disebut *range* (daerah hasil).

SMP Kelas VII

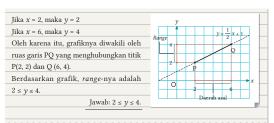
Gambarlah grafik fungsi linear $y = \frac{1}{2}x + 1$ jika domainnya (daerah asalnya) adalah $2 \leq x \leq 6$. Juga, carilah *range*-nya (daerah hasilnya).

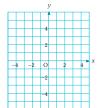
Jika $x = 2$, maka $y = 2$

Jika $x = 6$, maka $y = 4$

Oleh karena itu, grafiknya diwakili oleh ruas garis PQ yang menghubungkan titik P(2, 2) dan Q (6, 4).

Berdasarkan grafik, *range*-nya adalah $2 \leq y \leq 4$.

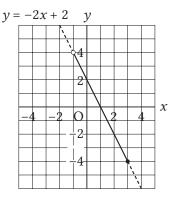
Jawab: $2 \leq y \leq 4$.

Soal 11

Jika domainnya adalah $-1 < x \leq 3$, gambarlah grafik fungsi linear $y = -2x + 2$ pada bidang sebelah kanan. Carilah pula *range*-nya.

Bab 3 Fungsi Linear 73

## Kunci Jawaban

Saat $x = 2$, maka $y = 2$

Saat $x = 6$, maka $y = 4$

**Soal 11**

*Range* $-4 \leq y < 4$

## Soal Sejenis

Saat domain $x$ adalah $-1 < x < 2$, carilah *range* berikut ini.

(1) $y = -x - 2$

(2) $y = -\frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$

(1) $-4 < y < -1$

(2) $\frac{1}{3} < y < \frac{7}{3}$

### 20. Domain dan Grafik

Dalam kehidupan nyata, banyak yang mengamati fungsi linear dengan menggambar grafik di dalam domain terbatas. Di sini, dipelajari cara menggambar grafik fungsi linear dengan domain $x$ yang terbatas, dan menentukan *range* $y$ dari grafik tersebut.

### 21. Penggunaan Contoh 2

Grafik fungsi linear adalah garis, maka saat domainnya terbatas seperti ini, buat peserta didik menyadari bahwa menemukan koordinat dari dua titik ujung grafik akan mempermudah menggambar grafik, serta *range* $y$ juga mudah ditemukan.

Selain itu, peserta didik melihat kembali perbedaan cara merepresentasikan garis bilangan ketika titik akhir termasuk dan tidak termasuk domain (dipelajari di kelas VII). Dalam beberapa kasus, titik akhir dalam grafik tidak ditandai, tetapi di sini perlu disertakan untuk menjelaskan bahwa titik akhir juga masuk di domain.

Pada kelas VII dan VIII, sangat sedikit contoh nyata yang membutuhkan perbedaan (termasuk atau tidak termasuk) titik akhir dari grafik. Akan tetapi, pada pembelajaran "berbagai persamaan linear" di kelas IX, dipelajari grafik linear beberapa tahap misalnya uang parkir (Buku Siswa Kelas IX), sehingga di situ dibutuhkan perbedaan titik akhir yang jelas.

## 4 Bagaimana Cara Menemukan Persamaan Garis

1,5 jam

### • Tujuan •

1. Peserta didik dapat menentukan fungsi linear dari grafik berupa garis.
2. Peserta didik dapat menentukan fungsi linear ketika diketahui koordinat satu titik dan kemiringannya atau koordinat dua titik.

### Kunci Jawaban

(1) 331 m/detik

(2) Jika suhu meningkat 5°C, maka kecepatan suara bertambah 3 m/detik. Jika suhu meningkat 1°C, maka kecepatan suara bertambah 0,6 m/detik.

(3) $y = 0{,}6x + 331$

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

#### 1. Cara Mencari Persamaan Garis

Sejauh ini, peserta didik telah mempelajari cara menggambar grafik fungsi linear dari persamaan yang diketahui. Di sini sebaliknya, peserta didik akan belajar menentukan persamaan dari suatu grafik berbentuk garis.

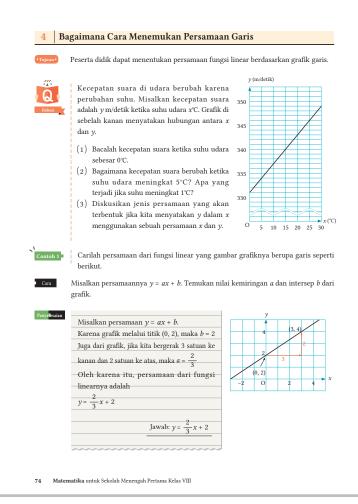
Hal yang mendasar dalam kedua kasus adalah menemukan kemiringan dan intersep $y$. Peserta didik diajarkan cara membaca langsung dari grafik, cara menemukannya dengan perhitungan, dan cara lainnya sehingga dapat digunakan dengan benar pada berbagai situasi.

#### 2. Penggunaan

Dengan menentukan kemiringan dan intersep $y$ dari grafik, peserta didik menemukan bahwa fungsi linear dapat diperoleh. Berikut adalah contoh untuk memahami hal ini.

(1) Menentukan intersep $y$ dari grafik.

(2) Dari grafik dapat dilihat bahwa kecepatan suara meningkat 3 m/detik ketika suhu naik 5°C.

Berdasarkan hal ini, tentukan perubahan kecepatan suara saat suhu naik 1°C. Inilah yang disebut tingkat perubahan fungsi linear, yaitu kemiringan grafik. Setelah itu, peserta didik dapat menggunakan persamaan yang diperoleh di (3) untuk memprediksi kecepatan suara saat suhu 35°C, −5°C, dan lain-lain.

4 Bagaimana Cara Menemukan Persamaan Garis

• Tujuan • Peserta didik dapat menentukan persamaan fungsi linear berdasarkan grafik garis.

Diskusi

Kecepatan suara di udara berubah karena perubahan suhu. Misalkan kecepatan suara adalah $y$ m/detik ketika suhu udara $x$℃. Grafik di sebelah kanan menyatakan hubungan antara $x$ dan $y$.

(1) Bacalah kecepatan suara ketika suhu udara sebesar 0℃.

(2) Bagaimana kecepatan suara berubah ketika suhu udara meningkat 5°C? Apa yang terjadi jika suhu meningkat 1℃?

(3) Diskusikan jenis persamaan yang akan terbentuk jika kita menyatakan $y$ dalam $x$ menggunakan sebuah persamaan $x$ dan $y$.



Contoh 1 Carilah persamaan dari fungsi linear yang gambar grafiknya berupa garis seperti berikut.

Cara Misalkan persamaannya $y = ax + b$. Temukan nilai kemiringan $a$ dan intersep $b$ dari grafik.

Penyelesaian

Misalkan persamaan $y = ax + b$.

Karena grafik melalui titik (0, 2), maka $b = 2$

Juga dari grafik, jika kita bergerak 3 satuan ke kanan dan 2 satuan ke atas, maka $a = \frac{2}{3}$

Oleh karena itu, persamaan dari fungsi linearnya adalah

$y = \frac{2}{3}x + 2$

Jawab: $y = \frac{2}{3}x + 2$



74 Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

#### 3. Penggunaan

Contoh 1

Dari grafik garis, dapat ditunjukkan cara menentukan intersep $y$ dan kemiringan. Saat menentukan kemiringan, peserta didik mengonfirmasi penggunaan dua titik yang melewati grafik.

#### 4. Persamaan Garis

Peserta didik diajarkan fungsi linear $y = \frac{2}{3}x + 2$ disebut juga garis $y = \frac{2}{3}x + 2$.

Persamaan garis secara umum adalah $ax + by = c$. Termasuk ketika $a = 0$ atau $b = 0$, maka $y = k$ atau $x = h$ juga merupakan persamaan garis.

Persamaan seperti Contoh 1 pada halaman sebelumnya dinamakan persamaan sebuah garis.

Soal 1

Carilah persamaan-persamaan garis ① sampai ④ pada gambar di sebelah kanan.

Marilah kita cari persamaan sebuah garis dengan koordinat salah satu titik dan kemiringannya diketahui.

Contoh 2

Carilah persamaan sebuah garis yang melalui titik (−3, 7) dan memiliki kemiringan −2.

Penyelesaian

Misalkan persamaan garisnya $y = ax + b$.

Karena $a = -2$

$y = -2x + b$ ①

Kita ketahui garis melalui titik (−3, 7), substitusikan $x = -3$, $y = 7$ ke ①

$7 = -2 \times (-3) + b$

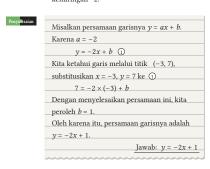
Dengan menyelesaikan persamaan ini, kita peroleh $b = 1$.

Oleh karena itu, persamaan garisnya adalah $y = -2x + 1$.

Jawab: $y = -2x + 1$

BAB 3 | Fungsi Linear

Garis-garis sejajar memiliki kemiringan yang sama.

Soal 2

Carilah persamaan-persamaan dari garis-garis berikut.

(1) Garis yang melalui titik (2, 4) dan memiliki kemiringan 3.

(2) Garis yang melalui titik (−1, 2) dan kemiringan $-\frac{2}{3}$.

(3) Garis yang melalui titik (3, 5) dan sejajar garis $y = x$.

Bab 3 Fungsi Linear 75

## Kunci Jawaban

**Soal 1**

① $y = x + 3$

② $y = -\frac{3}{2}x + 3$

③ $y = -\frac{2}{3}x - 2$

④ $y = \frac{1}{2}x - 2$

**Soal 2**

(1) $y = 3x - 2$

(2) $y = -\frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$

(3) $y = x + 2$

### 5. Penggunaan Soal 1

Ajaklah peserta didik untuk berpikir bahwa ① dan ④ adalah garis yang naik ke kanan, maka gradiennya positif. ② dan ③ adalah garis yang turun ke kanan, maka gradiennya negatif.

### 6. Mencari Persamaan Garis dengan Perhitungan

Saat menggambar grafik dari nilai eksperimen, kemiringan dan intersep $y$ sering sekali bukan bilangan bulat. Selain itu, mungkin sulit untuk menentukan secara akurat kemiringan dan intersep $y$ dari gambar. Dalam kasus seperti itu, perlu untuk menentukan persamaan garis dengan perhitungan.

Pertama, mari kita pertimbangkan cara mencari persamaan garis ketika kemiringan dan koordinat satu titik diketahui.

### 7. Penggunaan Contoh 2

Jika koordinat satu titik dan kemiringannya diketahui, maka dua titik dapat ditentukan kemudian suatu garis dapat ditentukan. Saat kemiringannya sudah diketahui, maka peserta didik dapat memahami bahwa garis tersebut dapat ditentukan setelah peserta didik menemukan intersep $y$.

Jika peserta didik dibiarkan berpikir secara kreatif, diharapkan peserta didik memperoleh bagian-bagian tersebut dengan metode berikut.

(1) Gambarlah garis dan tentukan bagian-bagiannya.

(2) Jika peserta didik mengulangi proses "1 unit ke kanan dan 2 unit ke bawah" dari titik (−3, 7) sebanyak tiga kali, peserta didik akan mendapatkan titik (0, 1).

(3) Jadi, jika bergerak dari titik (−3, 7) dengan "3 unit ke kanan dan 6 unit ke bawah", akan diperoleh titik (0, 1).

Setelah mengetahui metode seperti itu, ajarkan cara menentukan intersep $y$ dengan perhitungan. Kemudian, konfirmasikan bahwa perhitungan tersebut sesuai dengan nilai yang diperoleh dengan metode lain sehingga peserta didik dapat memahami validitas dan kegunaan perhitungan.

### 8. Penggunaan Soal 2

(2) merupakan contoh dari kemiringan berupa bilangan pecahan. (3) mengingatkan pada pembelajaran Buku Siswa halaman 75, serta menyadari bahwa garis sejajar memiliki kemiringan yang sama.

## Kunci Jawaban

**Soal 3**

Jika ① dan ② diselesaikan sebagai sistem persamaan, maka diperoleh

$$a = \frac{1}{2},\ b = 3$$

Jadi, persamaan garis yang dicari adalah

$y = \frac{1}{2}x + 3.$

**Soal 4**

(1) $y = 2x - 1$

(2) $y = -3x + 2$

**Soal 5**

Misalkan persamaan garis yang dicari adalah $y = ax + b$.

Saat $x = -1$ maka $y = 1$, sehingga

$1 = -a + b$ ①

Saat $x = 2$ maka $y = 0$, sehingga

$0 = 2a + b$ ②

Jika ① dan ② diselesaikan sebagai sistem persamaan, maka diperoleh

$$a = -\frac{1}{3},\ b = \frac{2}{3}$$

Jadi, persamaan garis yang dicari adalah

$$y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}.$$

## Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

### 9. Penggunaan Contoh 3 dan Soal 3

Ketika dua titik koordinat diberikan seperti pada Contoh 3, peserta didik dapat menggunakan perhitungan untuk menentukan kemiringan terlebih dahulu, kemudian intersep *y*. Jika koordinat kedua titik tersebut adalah $(x_1, y_1)$ dan $(x_2, y_2)$, maka gradien garis tersebut dapat dihitung dengan $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. Jika peserta didik mencoba menemukan kemiringan hanya dengan tingkat perubahan, akan dimungkinkan banyak jawaban yang salah. Mintalah peserta didik untuk menggunakan gambar.

Mencari kemiringan (a) dan intersep *y* (b) dapat dengan cara perhitungan seperti pada Soal 3. Saat peserta didik menggunakan cara ini, peserta didik perlu mengonfirmasi jawaban dengan menggunakan gambar.

Mari kita cari persamaan sebuah garis bila koordinat dua titik diketahui.

**Contoh 3** Carilah persamaan garis yang melalui titik (−4, 1) dan titik (2, 4).

**Penyelesaian**

Misalkan persamaan garisnya $y = ax + b$. Karena garis melalui titik (−4, 1) dan titik (2, 4), maka tingkat perubahan adalah

$$a = \frac{4 - 1}{2 - (-4)}$$

Jadi, $y = \frac{1}{2}x + b$ ①

Substitusikan $x = -4$, $y = 1$ ke ①

$1 = \frac{1}{2} \times (-4) + b$

Selesaikan terhadap $b$, maka kita peroleh $b = 3$.

Oleh karena itu, persamaan garisnya adalah

$y = \frac{1}{2}x + 3$

Jawab: $y = \frac{1}{2}x + 3$



**Soal 3** Untuk Contoh 3, Toni berpikir seperti berikut.

> Misalkan persamaannya $y = ax + b$.
> Bila $x = -4$, $y = 1$, maka persamaan menjadi $1 = -4a + b$. ①
> Bila $x = 2$, $y = 4$, maka persamaan menjadi $4 = 2a + b$. ②
> Nilai-nilai $a$ dan $b$ dapat dicari dengan menyelesaikan sistem persamaan ① dan ②.

Carilah persamaan garis dengan menggunakan cara Toni.

**Soal 4** Carilah persamaan-persamaan garis yang melalui pasangan titik-titik berikut.

(1) (2, 3), (4, 7) (2) (−3, 11), (4, −10)

76 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

### 10. Penggunaan Soal 5

Intersep *y* pada Soal 5 bukanlah bilangan bulat, sehingga cara pada Contoh 3 dan Soal 3 dapat digunakan secara efektif. Sebaiknya peserta didik saling melaporkan dengan cara apa mereka mencari jawabannya.

### 11. Penggunaan Ilustrasi Percakapan

Sampai di sini peserta didik telah mempelajari tentang tabel, perhitungan, dan grafik terkait fungsi linear. Biasakan peserta didik untuk fokus pada penggunaan di kehidupan nyata sekitar dirinya, sambil mengamati apakah ada kejadian dalam kehidupan di sekitar peserta didik yang dapat direpresentasikan oleh fungsi linear.

Soal 5 | Carilah persamaan dari garis di samping kanan.

Apakah terdapat keterkaitan kuantitas-kuantitas di sekitar kita yang merupakan fungsi linear?

Hlm. 86

## Mari Kita Periksa

**1**

Fungsi Linear [Hlm.63] Cth. 1 S 2

Sebuah pegas memiliki panjang 30 mm. Misalkan panjang pegas adalah $y$ mm ketika anak timbangan seberat $x$ gram dipasang di ujung pegas. Tabel berikut merangkum hubungan antara $x$ dan $y$.

| $x$ (g) | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ (mm) | 30 | 34 | 38 | 42 | 46 |

30 (mm)   $y$ (mm)   $x$ g

Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Bagaimana perubahan panjang pegas bila berat berubah naik tiap 1 gram?

(2) Nyatakan $y$ dalam $x$ menggunakan suatu persamaan.

**2**

Tingkat Perubahan [Hlm.65] S 4 S 5

Cara Menggambar Grafik Fungsi Linear [Hlm.72] Cth. 1

Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut terkait fungsi linear $y = \frac{1}{2}x - 2$.

(1) Nyatakan tingkat perubahannya.

(2) Carilah banyaknya peningkatan $y$ ketika banyaknya peningkatan dalam $x$ adalah 6.

(3) Gambarlah grafik tersebut pada gambar di bawah ini.

**3**

Bagaimana Cara Menemukan Persamaan Garis? [Hlm.74] Cth. 1 [Hlm.75] Cth. 2 [Hlm.76] Cth. 3

Carilah persamaan-persamaan garis-garis berikut.

(1) Garis ⓐ seperti pada gambar sebelah kanan.

(2) Garis yang melalui titik (−1, 0) dan memiliki kemiringan 3.

(3) Garis yang melalui titik (−2, 4) dan titik (5, −3).

BAB 3 | Fungsi Linear

## Mari Kita Periksa

0,5 jam

### Kunci Jawaban

**1**

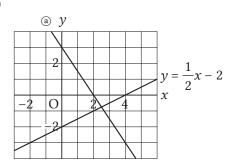
(1) Memanjang 0,4 mm per gram

(2) $y = 0{,}4x + 30$

**2**

(1) $\frac{1}{2}$     (2) 3

(3)

**3**

(1) $y = -\frac{3}{2}x + 3$

(2) $y = 3x + 3$

(3) $y = -x + 2$

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**1. Penggunaan 1**

Peserta didik dapat memahami bahwa tingkat perubahan pada (1) adalah konstan. Jadi, $y$ adalah fungsi linear dari $x$.

(2) dapat diperoleh dari persamaan kata-kata berikut, (panjang pegas) = (panjang awal) + (panjang peregangan pegas). Peserta didik juga dapat memperoleh persamaan linear dengan menggunakan nilai di tabel.

**2. Penggunaan 2**

Pada soal (2), jika nilai $x$ bertambah 1, maka nilai $y$ bertambah $\frac{1}{2}$, sehingga jika nilai $x$ bertambah 6, maka nilai $y$ dapat dicari, yaitu

$$\frac{1}{2} \times 6 = 3$$

Dari persamaan yang diberikan, peserta didik dapat menentukan tingkat perubahan, yaitu $\frac{1}{2}$. Kemudian, peserta didik dapat menggunakan rumus:

$$\frac{(\text{banyak perubahan } y)}{(\text{banyak pertambahan } x)} = \frac{1}{2} = \frac{3}{6}$$

Pada Soal (3), peserta didik dapat menggambar grafik dari kemiringan dan intersep $y$ yang diketahui dari persamaan. Peserta didik perlu memperhatikan khususnya pada sumbu $x$, apakah (4, 0) telah dilewati oleh garis atau tidak.

**3. Penggunaan 3**

Persamaan untuk Soal (2) dan (3) dapat dicari dengan perhitungan. Setelah itu, diharapkan peserta didik memastikannya dengan menggambar grafiknya.

## Persamaan dan Fungsi Linear

4 jam

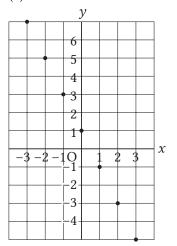
### Tujuan

Peserta didik dapat menghubungkan persamaan linear dua variabel dengan fungsi linear.

### Kunci Jawaban

(1)

| $x$ | ... | −3 | −2 | −1 | 0 | 1 | 2 | 3 | ... |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | ... | 7 | 5 | 3 | 1 | −1 | −3 | −5 | ... |

(2)

(3) Jika menyelesaikan persamaan dalam $y$, maka jawabannya akan sama dengan bentuk fungsi linear.

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**1. Pengantar Grafik Persamaan Dua Variabel**

Sedikit peserta didik yang memiliki pandangan yang jelas tentang hubungan antara fungsi linear dan persamaan linear dua variabel. Peserta didik diajak melihat kembali arti dari persamaan linear dua variabel yang dipelajari di bab sebelumnya dan ada banyak penyelesaian dari persamaan linear dua variabel. Peserta didik diminta menganalisis apa yang akan terjadi jika penyelesaian tersebut dinyatakan sebagai titik pada bidang.

**2. Penggunaan 1**

Buatlah peserta didik menyadari bahwa menyelesaikan persamaan linear dua variabel dalam $y$ dapat memudahkan dalam

2 **Persamaan dan Fungsi Linear**

Dewi berpikir bahwa persamaan fungsi linear itu serupa dengan persamaan linear dua variabel.



1 Untuk mencari penyelesaian persamaan linear dua variabel $2x + y = 1$, Dewi membuat tabel berikut.

| $x$ | ... | −3 | −2 | −1 | 0 | 1 | 2 | 3 | ... |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | ... | | | | | | | | ... |

(1) Lengkapi tabel di atas.

(2) Gambarkan titik-titik koordinat, yang merupakan pasangan $x$ dan $y$, pada bidang sebelah kiri.

(3) Diskusikan hubungan antara $x$ dan $y$.



78 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

mencari penyelesaiannya. Selain itu, dengan menyelesaikannya dalam $y$, mungkin ada peserta didik yang menyadari pada tahap ini bahwa yang diperolehnya adalah bentuk fungsi linear.

Sebagai tambahan, dengan menggambarkan titik-titik penyelesaian persamaan linear dua variabel pada bidang koordinat, peserta didik akan memiliki wawasan bahwa titik-titik tersebut akan menjadi garis. Diharapkan dalam diskusi, peserta didik dapat mengungkapkan bahwa grafik persamaan garis akan menjadi sama dengan grafik fungsi linear.

**3. Penggunaan Ilustrasi Percakapan**

Jika titik yang merupakan penyelesaian persamaan linear dua variabel dianggap titik koordinat pada sumbu koordinat, maka peserta didik dapat memprediksi bahwa titik-titik tersebut akan membentuk suatu garis. Melalui hal ini, diharapkan peserta didik dapat menghubungkan persamaan linear dua variabel dengan fungsi linear.

1 | Grafik Persamaan Linear Dua Variabel

•Tujuan• Peserta didik dapat menganalisis tentang hubungan antara persamaan linear dua variabel dan fungsi linear.

Jika kita misalkan interval untuk $x$ dan $y$ adalah semua bilangan, maka akan terdapat tak berhingga banyaknya penyelesaian persamaan linear dua variabel $2x + y = 1$. Kumpulan koordinat titik yang merupakan penyelesaian dari persamaan ini akan membentuk garis pada bidang koordinat seperti gambar sebelah kanan.
Garis ini dinamakan grafik persamaan linear dengan dua variabel $2x + y = 1$.



Pada persamaan linear dua variabel $2x + y = 1$, bila nilai $x$ ditentukan, maka akan ada hanya satu nilai $y$.
Oleh karena itu, $y$ adalah fungsi dari $x$.
Jika kita selesaikan $2x + y = 1$ dalam $y$, maka diperoleh $y = -2x + 1$. Jadi, $y$ adalah fungsi linear dalam $x$.



Cara Menggambar Grafik Persamaan Linear Dua Variabel

Berpikir Matematis
Kita dapat menebak bahwa kita dapat menggambarkan grafik persamaan linear dua variabel dengan cara yang sama seperti grafik fungsi linear.

Contoh 1 Gambarlah grafik dari persamaan $3x - y = 6$.

Penyelesaian
Selesaikan $3x - y = 6$ dalam $y$.
$-y = -3x + 6$
$y = 3x - 6$
Oleh karena itu, grafiknya berupa garis dengan kemiringan 3 dan $-6$ adalah intersep $y$ seperti ditunjukkan pada gambar di sebelah kanan.



Bab 3 Fungsi Linear 79

# 1 | Grafik Persamaan Linear Dua Variabel

3 jam

## • Tujuan •

1. Peserta didik dapat menganalisis grafik persamaan linear dua variabel.
2. Peserta didik dapat menyimpulkan bahwa persamaan linear dua variabel sebagai fungsi linear.
3. Peserta didik dapat menentukan grafik persamaan linear dua variabel yang khusus, seperti $x = h$ dan $y = k$.

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

### 1. Grafik Persamaan Linear Dua Variabel

Peserta didik mengonfirmasi bahwa pada 1 di halaman sebelumnya, setelah menggambar 7 titik pada bidang koordinat, maka penyelesaian lain seperti $(-1{,}5\,, 4)$, $(0{,}5\,, 0)$, akan berada pada satu garis yang sama. Jika semua penyelesaian dikumpulkan dan digambar pada bidang koordinat, maka titik-titik tersebut akan membentuk garis.

Peserta didik juga mendefinisikan grafik persamaan linear dua variabel sebagai sekumpulan titik yang merupakan koordinat penyelesaian.

### 2. Persamaan Linear Dua Variabel dan Fungsi Linear

Persamaan linear $2x + y = 1$ dapat dilihat sebagai bentuk aljabar yang menyatakan fungsi antara $x$ dan $y$. Persamaan tersebut dapat diubah menjadi $y = -2x + 1$ sehingga dipahami sebagai fungsi linear.

Diharapkan peserta didik dapat memastikan bahwa tabel dan grafik dari persamaan linear yang dibuat pada halaman sebelumnya sudah sesuai dengan tabel dan grafik dari fungsi linear.

Persamaan menyatakan kondisi untuk menentukan bilangan yang harus diambil dan disimbolkan oleh variabel, sedangkan fungsi menyatakan korespondensi antarvariabel. Meskipun dua hal tersebut memiliki sudut pandang yang berbeda, peserta didik tidak perlu terlalu membahasnya. Peserta didik cukup memahami bahwa persamaan linear $2x + y = 1$ dan fungsi linear $y = -2x + 1$ menyatakan hubungan yang sama.

### 3. Penggunaan Contoh 1 dan Cara Berpikir Matematis

Peserta didik diharapkan mengetahui bahwa grafik persamaan linear dua variabel dapat digambar dengan cara yang sama seperti grafik fungsi linear.

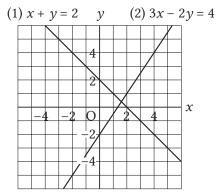
Untuk menggambar grafik persamaan linear dua variabel, buatlah peserta didik mengerti bahwa harus menyelesaikan persamaan dalam $y$ kemudian mencari kemiringan dan intersep $y$.

Dimungkinkan peserta didik dapat menemukan dan menulis dua titik yang memenuhi $ax + by = c$, namun hal tersebut akan dipelajari di halaman berikutnya.

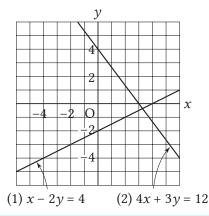
## Kunci Jawaban

**Soal 1**

(1) Menyelesaikan $x + y = 2$ untuk $y$, maka $y = -x + 2$

(2) Menyelesaikan $3x - 2y = 4$ untuk $y$, $y = \frac{3}{2}x - 2$

**Soal 2**

(1) Grafik persamaan $x - 2y = 4$ adalah garis yang melewati dua titik $(0, -2)$ dan $(4, 0)$.

(2) Grafik persamaan $4x + 3y = 12$ adalah garis yang melewati dua titik $(0, 4)$ dan $(3, 0)$.

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**4. Penggunaan Soal 1**

Ini merupakan soal menyelesaikan persamaan linear dua variabel dalam $y$ dan menggambar grafik dengan mencari kemiringan dan intersep $y$, seperti Contoh 1 pada halaman sebelumnya.

Soal 1

Gambarlah grafik tiap persamaan berikut pada bidang koordinat Cartesius di sebelah kiri.

(1) $x + y = 2$

(2) $3x - 2y = 4$

Contoh 2

Pada persamaan $2x - 3y = -6$,
jika $x = 0$, maka $y = 2$, dan
jika $y = 0$, maka $x = -3$.
Oleh karena itu, grafik dari $2x - 3y = -6$ adalah sebuah garis yang melalui titik $(0, 2)$ dan $(-3, 0)$.

Karena grafik persamaan linear dua variabel berupa garis, maka grafik tersebut dapat digambar dengan menentukan dua titik pada garis tersebut.

Soal 2

Gambarlah grafik untuk tiap persamaan berikut pada bidang koordinat di sebelah kiri dengan cara menentukan dua titik yang dilalui pada setiap garis tersebut.

(1) $x - 2y = 4$

(2) $4x + 3y = 12$

80 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

**5. Penggunaan Contoh 2 dan Soal 2**

Pada Contoh 1 di halaman sebelumnya dan Soal 1, persamaan diselesaikan dalam $y$ dan kemiringan serta intersep $y$ dicari kemudian grafiknya digambar. Pada Contoh 2 dan Soal 2, peserta didik diberi kesempatan untuk menggambar grafik dengan mencari dua titik yang memenuhi persamaan awal.

Peserta didik diarahkan untuk memahami seperti yang ditunjukkan pada Contoh 2. Pertama, peserta didik mencari nilai $y$ ketika $x = 0$ kemudian mencari nilai $x$ ketika $y = 0$. Berikutnya, peserta didik menggambar garis yang melewati dua titik pada sumbu koordinat. Diharapkan peserta didik memahami bahwa cara ini lebih efisien.

Cara menggambar grafik ini dapat juga diterapkan saat menggambar grafik fungsi linear.

Mari kita selidiki sifat grafik persamaan linear dua variabel $ax + by = c$ bila $a$ atau $b$ bernilai 0.

Diskusikan dengan yang lain mengenai grafik dari persamaan $ax + by = c$ untuk tiap kelompok nilai $a$, $b$, $c$ di (1) dan (2) berikut.

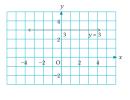
(1) $a = 0$, $b = 1$, $c = 3$

(2) $a = 2$, $b = 0$, $c = 4$

Pada persamaan $ax + by = c$, jika kita berpikir tentang grafiknya ketika $a = 0$, $b = 1$, $c = 3$, maka persamaannya adalah

$$0 \times x + 1 \times y = 3.$$

Dengan kata lain, $y = 3$.

Dalam kasus ini, berapapun nilai dari $x$, maka nilai $y$ adalah 3. Jadi, grafiknya berupa garis yang melalui titik (0, 3) dan sejajar dengan sumbu $x$.

Pada persamaan $ax + by = c$, jika kita berpikir tentang grafiknya ketika $a = 2$, $b = 0$, $c = 4$, maka persamaannya adalah

$$2 \times x + 0 \times y = 4$$

Dengan kata lain,

$$2x = 4$$
$$x = 2$$

Dalam kasus ini, berapa pun nilai dari $y$, maka nilai $x$ adalah 2. Jadi, grafiknya berupa garis yang melalui titik (2, 0) dan sejajar dengan sumbu $y$.

BAB 3 | Fungsi Linear

Bab 3 Fungsi Linear 81

## Kunci Jawaban

(1) $y = 3$ adalah persamaan hanya dalam $y$ tanpa $x$. Tidak peduli berapa pun nilai $x$, nilai $y$ tetaplah 3. Jadi, grafiknya melewati titik (0, 3) dan berupa garis yang sejajar sumbu $x$.

(2) $x = 2$ adalah persamaan hanya dalam $x$ tanpa $y$. Tidak peduli berapa pun nilai $y$, nilai $x$ tetaplah 2. Jadi, grafiknya melewati titik (2, 0) dan berupa garis yang sejajar sumbu $y$.

### 6. Grafik Persamaan Linear Dua Variabel yang Khusus

Peserta didik mengonfirmasi bahwa persamaan linear dua variabel secara umum dinyatakan dalam persamaan $ax + by = c$. Perhatikan bahwa kasus $a = 0$ atau $b = 0$ adalah kasus khusus.

### 7. Penggunaan Q

Perhatikan bahwa persamaan ini tidak berbentuk $ax + by = c$, seperti yang sudah dibahas sejauh ini.

(1) adalah persamaan dengan variabel $y$ saja dan (2) adalah persamaan dengan variabel $x$ saja. Peserta didik memprediksi grafiknya dan berdiskusi untuk mengomunikasikan ide masing-masing dengan temannya.

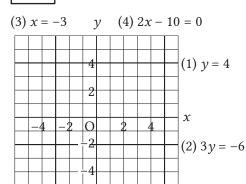
### 8. Penggunaan Contoh 3

Jika persamaan $y = 3$ dipandang sebagai persamaan linear dua variabel, yaitu $x$ dan $y$, maka "berapa pun nilai $x$, maka nilai $y$ tetaplah 3". Hal ini berarti (−2, 3), (−1, 3), (0, 3), (1, 3), (2, 3), dan seterusnya merupakan penyelesaian dari persamaan tersebut. Dari sini dapat dipahami bahwa grafik $y = 3$ adalah garis yang melewati titik (0, 3) dan sejajar sumbu $x$.

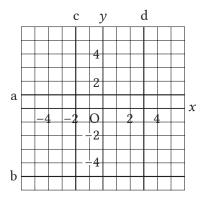
### 9. Penggunaan Contoh 4

Seperti Contoh 3, jika persamaan $x = 2$ dipandang sebagai persamaan linear dua variabel, yaitu $x$ dan $y$, maka "berapa pun nilai $y$, maka nilai $x$ tetaplah 2". Hal ini berarti (2, −2), (2, −1), (2, 0), (2, 1), (2, 2), dan seterusnya merupakan penyelesaian dari persamaan tersebut. Dari sini dapat dipahami bahwa grafik $x = 2$ adalah garis yang melewati titik (2, 0) dan sejajar sumbu $y$.

Selain itu, $y = 3$ pada Contoh 3 dapat dikatakan sebagai fungsi dari $x$ karena "ketika nilai $x$ ditentukan, hanya satu nilai $y$ yang bersesuaian". Akan tetapi, $x = 2$ tidak dapat dikatakan seperti itu karena terdapat banyak nilai $y$ yang bersesuaian. Jadi, untuk kasus persamaan $x = 2$, maka $y$ bukanlah fungsi dari $x$.

## Kunci Jawaban

**Soal 3**

## Soal Sejenis

Carilah persamaan garis pada gambar berikut.

a. $y = 1$ b. $y = -5$
c. $x = -2$ d. $x = 3$

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**10. Penggunaan** Soal 3

(2) harus diubah menjadi $y = -2$, (4) harus diubah menjadi $x = 5$, dan grafik harus digambar.

Diharapkan peserta didik berpikir bahwa sumbu $x$ dapat dinyatakan dengan persamaan $y = 0$ dan sumbu $y$ dapat dinyatakan dengan persamaan $x = 0$.

Dengan mengetahui persamaan garis $y = k$ dan $x = h$, maka semua garis pada bidang koordinat dapat dijelaskan dengan suatu persamaan.

Soal 3

Gambarlah grafik dari tiap persamaan berikut pada bidang koordinat Cartesius di sebelah kiri.

(1) $y = 4$
(2) $3y = -6$
(3) $x = -3$
(4) $2x - 10 = 0$

Materi yang sudah kita pelajari hingga saat ini dapat dirangkum sebagai berikut.

Grafik persamaan linear dua variabel $ax + by = c$ akan berupa garis yang sejajar sumbu $x$ jika $a = 0$, dan akan berupa garis yang sejajar dengan sumbu $y$ jika $b = 0$.



**Cermati**

Garis dengan Kemiringan 0

Pada fungsi linear $y = ax + 3$, jika nilai $a$ mendekati 0, maka grafiknya akan mendekati $y = 3$. Dengan cara serupa, grafik $y = 3$ dapat dipandang sebagai sebuah garis dengan intersep $y$ adalah 3 dan kemiringan 0.



Grafik $y = ax + 3$



**11. Penggunaan Ilustrasi Percakapan**

Di sini, kita belajar bahwa penyelesaian persamaan linear dua variabel ketika direpresentasikan dalam grafik akan berupa garis. Peserta didik diingatkan bahwa sistem persamaan linear dua variabel telah dipelajari pada bab sebelumnya. Jadi, diharapkan peserta didik untuk fokus pada grafik kedua persamaan.

**12. Garis dengan Kemiringan 0**

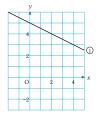
Grafik persamaan $y = 3$ dapat dipandang sebagai fungsi linear $y = ax + 3$ dengan $a = 0$. Jadi, grafik persamaan $y = 3$ memiliki kemiringan/gradien 0. Dalam matematika, cara berpikir seperti ini sangatlah penting untuk dimiliki oleh peserta didik.

## 2 Penyelesaian Sistem Persamaan dan Grafik

**• Tujuan •** Peserta didik dapat menganalisis sifat-sifat grafik dari sistem persamaan.

**Q** Pada sistem persamaan,

$$\begin{cases} x + 2y = 10 & \text{①} \\ 3x - y = 2 & \text{②} \end{cases}$$

Grafik persamaan ① adalah garis ① pada gambar sebelah kanan. Cobalah gambarkan grafik persamaan ② pada bidang koordinat Cartesius yang sama. Tentukan koordinat titik potong dari kedua grafik tersebut.

Pada gambar di atas, koordinat titik-titik $(x, y)$ pada garis ① merupakan penyelesaian dari persamaan ①. Dengan cara serupa, jika grafik persamaan ② adalah garis ②, maka koordinat titik-titik $(x, y)$ pada garis ② merupakan penyelesaian persamaan ②. Oleh karena itu, koordinat titik potong kedua garis tersebut, yaitu (2, 4), merupakan penyelesaian dari sistem persamaan pada Q.

**Soal 1** Selesaikan sistem persamaan pada Q dengan perhitungan seperti yang sudah dipelajari di Bab 2. Perhatikan apakah penyelesaiannya sama dengan titik potong kedua grafiknya.

**Soal 2** Selesaikan sistem persamaan berikut dengan metode grafik.

$$\begin{cases} 3x - 2y = -4 \\ x + y = -3 \end{cases}$$

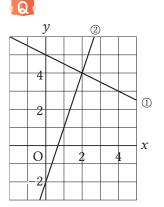
## 2 Penyelesaian Sistem Persamaan dan Grafik

0,5 jam

**• Tujuan •**

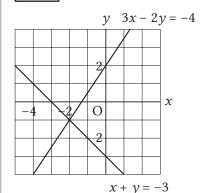
Peserta didik dapat menentukan bahwa penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel adalah koordinat perpotongan dua garis pada bidang koordinat.

### Kunci Jawaban

**Q**

Koordinat perpotongan grafik (2, 4)

**Soal 1**

Penyelesaian sistem persamaan $\begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$, sesuai dengan koordinat perpotongan grafik.

**Soal 2**

Koordinat perpotongan grafik adalah (−2, −1), maka penyelesaian persamaan adalah $x = -2$ dan $y = -1$.

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**1. Penggunaan Q**

Ini adalah soal agar peserta didik menyadari bahwa penyelesaian sistem persamaan diperoleh dari koordinat perpotongan kedua grafik persamaan.

Peserta didik diharapkan dapat memahami bahwa koordinat perpotongan (2, 4) adalah penyelesaian dari sistem persamaan karena penyelesaian dari sistem persamaan adalah bilangan-bilangan yang memenuhi kedua persamaan tersebut.

**2. Penggunaan Soal 2**

Seperti Soal 1, pastikan penyelesaian yang diperoleh dari grafik, sudah sesuai dengan penyelesaian yang dicari dengan perhitungan.

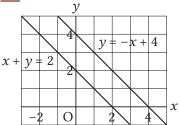
## Kunci Jawaban

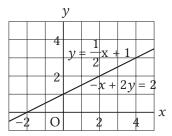
**Soal 3**

1) Persamaan garis $\ell$ adalah $y = \frac{1}{2}x + 2$

   Persamaan garis $m$ adalah $y = -x + 5$

2) Jika penyelesaian dari 2 persamaan di (1) dipandang sebagai sistem persamaan, maka diperoleh $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$. Jadi, koordinat titik $P$ yang merupakan perpotongan garis $\ell$ dan $m$ adalah (2, 3).

**1**

Tidak terjadi perpotongan grafik, maka tidak ada penyelesaian persamaan.

**2**

Grafik kedua persamaan saling berimpit (seluruh titik berpotongan) sehingga penyelesaian persamaannya ada tak terhingga banyaknya.

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

#### 3. Perpotongan Grafik dan Penyelesaian Persamaan

Berdasarkan yang telah dipelajari sampai saat ini, diharapkan peserta didik dapat merangkum "koordinat perpotongan" ⇔ "Penyelesaian persamaan".

#### 4. Penggunaan Soal 3

Berlawanan dengan Soal 2 di halaman sebelumnya, ini adalah soal yang menggunakan sistem persamaan untuk mencari perpotongan dua garis. Jenis soal ini adalah yang pertama kali, sehingga diperkirakan peserta didik akan

PENTING

**Titik Potong Grafik dan Penyelesaian Sistem Persamaan**

Koordinat $x$ dan $y$ pada titik potong grafik dari dua persamaan linear dua variabel merupakan penyelesaian dari sistem persamaan yang dibentuk dari kedua persamaan tersebut.

Soal 3 Seperti ditunjukkan pada gambar di sebelah kanan, garis $\ell$ dan $m$ berpotongan di titik P. Carilah koordinat titik P dengan langkah-langkah berikut.

① Cari persamaan garis $\ell$ dan $m$.

② Selesaikan dua persamaan yang diperoleh di ① sebagai sebuah sistem persamaan.



Dapatkah kita menggunakan fakta bahwa perpotongan dari grafik-grafik adalah penyelesaian dari sistem persamaan untuk menyelesaikan masalah di sekitar kita?

Hlm. 86

Cermati

Sistem Persamaan yang Tidak Memiliki Satu Pasang Penyelesaian

1 $\begin{cases} x + y = 2 \\ y = -x + 4 \end{cases}$

2 $\begin{cases} y = \frac{1}{2}x + 1 \\ -x + 2y = 2 \end{cases}$



Dalam sistem persamaan, terdapat sistem persamaan yang tidak memiliki penyelesaian, seperti sistem persamaan 1, dan terdapat pula sistem persamaan yang memiliki penyelesaian yang tidak berhingga banyaknya, seperti sistem persamaan 2.

84 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

mengalami kesulitan. Perlu dijelaskan prosedur ① dan ② dengan hati-hati sehingga peserta didik dapat memahaminya.

#### 5. Penggunaan Ilustrasi Percakapan

Peserta didik telah menunjukkan bahwa penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel adalah perpotongan grafik-grafik persamaannya. Peserta didik diharapkan dapat melihat hal ini untuk digunakan dalam contoh terkait kehidupan nyata di sekitar mereka.

#### 6. Persamaan Simultan yang Tidak Memiliki Kumpulan Penyelesaian

Saat mencoba mencari penyelesaian dengan perhitungan, dari 1 akan diperoleh 0 = −2 atau 0 = 2 (tidak mungkin), dan dari 2 akan diperoleh 0 = 0 (tak terbatas). Jawaban akan menjadi sangat jelas jika peserta didik menggambar grafiknya.

Meskipun persamaan simultan seperti itu tidak dibahas dalam bab sebelumnya, peserta didik diharapkan merasakan kegunaan grafik dan keasyikan matematika melalui pembelajaran ini.

# Mari Kita Periksa

**1** Grafik Persamaan Linear Dua Variabel [Hlm.79] Cth. 1 [Hlm.81] Cth. 3 Cth. 4

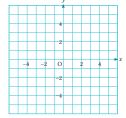
Gambarlah grafik tiap persamaan berikut pada bidang Cartesius di sebelah kanan.

(1) $-2x + y = 4$

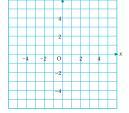
(2) $3x - 5y = 15$

(3) $y = -3$

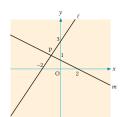
(4) $x = 4$

**2** Penyelesaian Sistem Persamaan dan Grafik [Hlm.83] S 2

Selesaikan sistem persamaan berikut dengan metode grafik.

$$\begin{cases} x - y = 4 \\ 4x + 3y = 9 \end{cases}$$

**3** Penyelesaian Sistem Persamaan dan Grafik [Hlm.84] S 3

Seperti ditunjukkan pada gambar di sebelah kanan, garis $\ell$ dan $m$ berpotongan di titik P. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Carilah persamaan garis $\ell$ dan garis m.

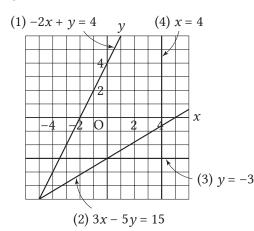
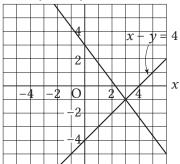
(2) Carilah koordinat titik potong titik P.

Bab 3 Fungsi Linear 85

# Mari Kita Periksa

0,5 jam

## Kunci Jawaban

**1**

**2**

Koordinat perpotongan grafik adalah (3, −1), maka penyelesaian dari persamaan simultan adalah

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$$

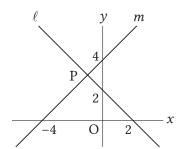
**3**

(1) $\ell \quad y = \frac{3}{2}x + 3$

$m \quad y = -\frac{1}{2}x + 1$

(2) $P(-1, \frac{3}{2})$

### Soal Sejenis

Dua garis $\ell$ dan $m$ berpotongan di titik P seperti yang ditunjukkan pada gambar berikut. Pada saat ini, cari koordinat titik P.

Berdasarkan grafik, maka koordinat titik $P$ adalah (−1, 3).

**Penerapan Fungsi Linear**

3 jam

## 1 Penerapan Fungsi Linear

2,5 jam

**• Tujuan •**

Peserta didik dapat menerapkan konsep fungsi linear untuk menghubungkan kejadian nyata dan menjelaskan serta mencari penyelesaiannya.

### Kunci Jawaban

- Suhu air naik 5°C sampai 7°C per menit.
- Tingkat perubahan dimisalkan konstan.
- Grafik dianggap sebagai garis.
- $y$ dianggap sebagai fungsi linear dari $x$.

3 Penerapan Fungsi Linear

1 Penerapan Fungsi Linear

•Tujuan• Peserta didik dapat menentukan dan menyelesaikan permasalahan di sekitarnya menggunakan fungsi linear.

[ Aktivitas Matematis ]

Komunikasi

Q Sejumlah air dipanaskan dengan menggunakan peralatan yang ditunjukkan pada gambar di bawah. Dengan memisalkan suhu air setelah dipanaskan selama $x$ menit adalah $y$°C, kita peroleh hasil pada tabel berikut. Selidikilah hubungan antara waktu dan suhu air tersebut.

| $x$ (menit) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$°C | 16 | 21 | 28 | 34 | 41 | 46 | 52 |

1 Apa yang dapat kita nyatakan berdasarkan tabel di Q?

Suhu air meningkat 5°C – 7°C setiap menit.

Dapatkah kita menyatakan bahwa tingkat perubahannya konstan?

2 Grafik macam apa yang menyatakan hubungan antara $x$ dan $y$ di Q? Berdasarkan tabel, gambarkan pasangan koordinat $x$ dan $y$ pada bidang di sebelah kiri.

Grafik macam apa yang dapat kita gambar dengan 7 buah titik?

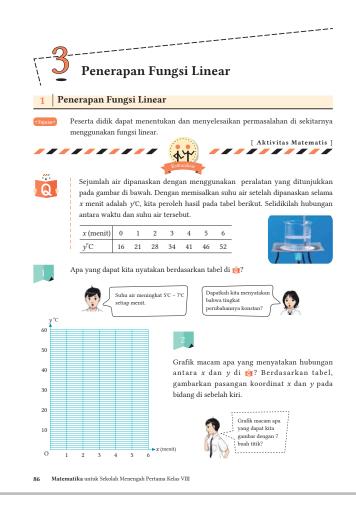


86 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**1. Aktivitas Matematis Saat Ini**

Saat ini merupakan kesempatan untuk mengerjakan aktivitas matematis tentang kegiatan yang menghubungkan waktu dan suhu air sebagai fungsi linear, serta memprediksi suhu air setelah menit tertentu serta waktu air mendidih.

Jika memiliki waktu luang, akan lebih menarik untuk melakukan percobaan di ruang IPA dan mengumpulkan data sendiri. Namun, perlu dilakukan penyesuaian kondisi seperti menjaga posisi termometer dan daya panas tetap konstan sehingga dianjurkan untuk berkonsultasi dengan guru IPA.

**2. Penggunaan 1**

Sebagian besar peserta didik akan memperhatikan bahwa suhu air naik dalam kisaran 5°C hingga 7°C per menit. Dari sini, diharapkan peserta didik mendiskusikan apakah tingkat perubahan dapat dianggap konstan.

**3. Penggunaan 2**

Untuk memverifikasi apa yang kita bahas di 1, periksalah grafiknya seperti apa. Jika peserta didik menggunakan penggaris, peserta didik dapat melihat bahwa ketujuh titik tersebut hampir berada dalam garis. Dari sini, peserta didik memastikan bahwa $y$ dapat dianggap sebagai fungsi linear dari $x$. Selain itu, diharapkan peserta didik dapat menggambar garis yang melewati sebanyak mungkin titik-titik atau dekat sekali ke titik-titik tersebut.

Pada  di halaman sebelumnya, ketujuh titik tersebut hampir terletak pada satu garis. Kita dapat menyimpulkan bahwa grafiknya berupa garis. Dengan kata lain, $y$ adalah sebuah fungsi linear dari $x$. Ketika menggambar sebuah grafik, maka grafik yang dibuat akan melalui sebanyak mungkin titik atau melewati sedekat mungkin titik-titik yang mungkin.

3 Jika kita terus memanaskan air, setelah beberapa menit air akan mencapai suhu 70℃? Carilah jawabannya menggunakan caramu sendiri. Lalu, jelaskan cara yang kamu gunakan.

4 Untuk grafik yang melalui dua titik (0, 16) dan (6, 25), carilah persamaan garisnya. Kemudian, tentukanlah setelah berapa menit air akan mendidih dengan menggunakan persamaan yang diperoleh.

5 Sebuah gelas kimia berisi air panas bersuhu 80℃ didinginkan dengan memasukkan air dingin ke dalamnya. Misalkan suhu air dalam gelas kimia setelah didinginkan selama $x$ menit adalah $y$℃. Gambar berikut menyatakan grafik pengukurannya. Berdasarkan gambar, apa yang dapat kamu amati terkait perubahan suhu air dalam gelas kimia?

Sebagaimana telah kita selidiki selama ini, bila kita mengamati hubungan antara dua kuantitas dari hasil percobaan, maka kita dapat menyatakannya dalam bentuk grafik. Selain itu, jika kita berpikir hubungan tersebut sebagai sebuah fungsi linear, maka kita dapat membuat persamaan untuk menyelidiki dan membuat prediksi tentang hasil-hasilnya.

BAB 3 | Fungsi Linear



## Kunci Jawaban

### 3

- Jika menggunakan tabel dan menganggap suhu air naik 6°C per menit, maka diperkirakan suhu air mencapai 70°C setelah 9 menit.
- Jika menggunakan grafik dan garisnya diperpanjang, dengan membaca grafik akan diperoleh suhu air diperkirakan mencapai 70°C setelah 9 menit.
- Jika menggunakan persamaan fungsi linear dan mensubstitusi $y = 70$, akan diperoleh $x = 9$. Jadi, diperkirakan suhu air mencapai 70°C setelah 9 menit.

### 4

Persamaan garis yang melalui titik (0, 16) dan (6, 52) adalah $y = 6x + 16$.

Jika $y = 100$ disubstitusi ke persamaan tersebut, akan diperoleh

$$100 = 6x + 16$$
$$x = 14$$

Jadi, diperkirakan air akan mendidih (mencapai 100°C) setelah 14 menit.

### 5

- Grafik tidak menjadi garis.
- Tingkat perubahan tidak konstan.
- Suhu air menurun secara bertahap.
- $y$ bukanlah fungsi linear dari $x$.

### 4. Penggunaan 3

Dengan menggunakan fakta bahwa hubungan antara $x$ dan $y$ dapat dianggap sebagai fungsi linear, maka peserta didik memprediksi waktu ketika suhu air akan mencapai 70°C. Peserta didik dapat dengan bebas menggunakan tabel, grafik, persamaan, dan lain-lain. Melalui aktivitas diskusi, peserta didik menjelaskan dan mengomunikasikan persamaan yang dicobanya. Hal ini akan berkaitan dengan kegiatan 4.

### 5. Penggunaan 4

Jika memilih menggambar garis yang melalui dua titik, yaitu (0, 16) dan (6, 52), maka garis tersebut melewati 5 dari 7 titik. Intersep $y$ dari garis ini adalah 16, maka peserta didik perlu mencari kemiringannya agar diperoleh persamaan linearnya. Dari persamaan tersebut, peserta didik memprediksi waktu yang dibutuhkan air untuk mendidih.

### 6. Penggunaan 5

Meskipun suhu air turun, contoh ini menunjukkan bukan fungsi linear. Peserta didik cukup membaca dari susunan titik-titik pada bidang koordinat bahwa grafiknya bukanlah suatu garis dan tingkat perubahannya tidak konstan.

Ketika perubahan suhu air diperiksa dalam keadaan seperti itu, maka diketahui bahwa perubahannya eksponensial.

Beberapa peserta didik mungkin berpikir grafiknya berbentuk kurva dan kemungkinan merupakan grafik perbandingan berbalik nilai. Akan tetapi, peserta didik diharapkan mengonfirmasinya dengan mengulang kembali sifat perbandingan berbalik nilai. Grafiknya melewati titik (0, 80) dan nilai hasil perkalian $xy$ tidak konstan, sehingga grafiknya bukanlah grafik perbandingan berbalik nilai.

## Kunci Jawaban

**Soal 1**

Domain dari $x$ adalah $7 \leq x \leq 10$ untuk persamaan

$$y = \frac{1}{2} \times 4 \times (10 - x)$$

$$y = -2x + 20$$

Jadi, grafiknya menjadi sebagai berikut.

**Penerapan dalam Geometri**

**Contoh 1** Diketahui persegi panjang ABCD pada gambar sebelah kanan. Titik P bergerak sepanjang sisi dari titik C ke titik A melalui titik D. Misalkan luas daerah segitiga PBC adalah $y$ cm² ketika titik P telah bergerak $x$ cm dari titik C. Nyatakan hubungan antara $x$ dan $y$ menggunakan grafik.

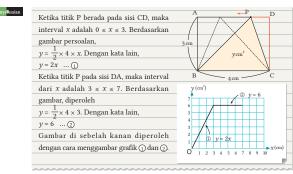
**Cara** Kita dapat membagi posisi P ke dalam situasi ⓐ dan ⓑ. Di setiap situasi, nyatakan hubungan antara $x$ dan $y$ menggunakan suatu persamaan, lalu gambarkan grafiknya.

ⓐ Pada sisi CD ⓑ Pada sisi DA

**Penyelesaian**

Ketika titik P berada pada sisi CD, maka interval $x$ adalah $0 \leq x \leq 3$. Berdasarkan gambar persoalan, $y = \frac{1}{2} \times 4 \times x$. Dengan kata lain, $y = 2x$ ...①

Ketika titik P pada sisi DA, maka interval dari $x$ adalah $3 \leq x \leq 7$. Berdasarkan gambar, diperoleh $y = \frac{1}{2} \times 4 \times 3$. Dengan kata lain, $y = 6$ ...②

Gambar di sebelah kanan diperoleh dengan cara menggambar grafik ① dan ②.

**Soal 1** Pada Contoh 1, jika titik P bergerak menuju titik A, dan terus bergerak menuju titik B melalui A, maka nyatakan $y$ dalam $x$ menggunakan sebuah persamaan, lalu gambarlah grafiknya pada gambar di atas.

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**7. Penggunaan** 

Ini adalah soal yang berkaitan dengan titik yang bergerak pada suatu bangun datar. Tujuannya adalah peserta didik menentukan persamaan dan grafiknya dengan memperhatikan domainnya.

Sebelum menentukan persamaan tersebut, peserta didik diarahkan agar dapat membayangkan gambaran menyeluruh tentang perubahan luas ΔPBC. Ketika titik P bergerak di sisi CD, peserta didik diarahkan dapat membayangkan bahwa luas ΔPBC bertambah dan luasnya tidak berubah ketika titik P bergerak di sisi DA. Kemudian, buatlah peserta didik memahami bahwa domain dari persamaan perlu dibuat menjadi dua bagian.

**8. Ketika $3 \leq x \leq 7$**

Pada saat ini, $x$ = CD + DP, tetapi mari kita pahami bahwa berapa pun nilai $x$, tinggi $\Delta PBC$ akan konstan (3 cm) dan luas tidak berubah (6 cm²) .

**9. Penggunaan Soal 1**

Diharapkan peserta didik memahami bahwa luas ΔPBC berkurang saat bergerak di sisi AB.

Hal penting dari persamaan yang diperoleh adalah menyatakan tinggi ΔPBC, yaitu BP dengan variabel $x$. Dari gambar di Buku Siswa,

$$x = \text{CD} + \text{DA} + \text{AP}$$

mengakibatkan

$$\text{BP} = (\text{CD} + \text{DA} + \text{AB}) - x.$$

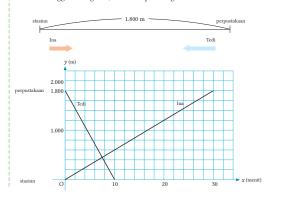
Jadi, BP = $10 - x$.

Peserta didik diharapkan untuk menggambar grafik. Mereka hanya cukup mengambil titik akhir (7, 6) dan (10, 0).

Selain itu, peserta didik diharapkan dapat memahami perubahan luas dari grafik yang telah digambar. Kemudian, berdiskusi menjelaskan dan mengomunikasikan penggunaan istilah seperti kenaikan, penurunan, dan tingkat perubahan.

**Penerapan Grafik**

Contoh 2

Ina berjalan kaki dari stasiun ke perpustakaan sejauh 1.800 m. Tedi pergi ke stasiun dari perpustakaan melalui jalan yang sama menggunakan sepeda. Keduanya berangkat pada waktu yang sama, misalkan jarak yang mereka tempuh dari stasiun adalah $y$ m setelah $x$ menit. Bila kita nyatakan pergerakan mereka menggunakan grafik, maka kita peroleh gambar berikut.

Soal 2

Jawablah tiap persamaan berikut terkait Contoh 2.

(1) Carilah kecepatan Ina dan Tedi.

(2) Ketika Tedi sampai di stasiun, berapa m jarak Ina dari stasiun?

(3) Setelah berapa menit mereka akan bertemu dan berapa m jaraknya dari stasiun?

(4) Setelah 8 menit semenjak Tedi tiba di stasiun, Ina meninggalkan stasiun menuju perpustakaan menggunakan sepeda dengan kecepatan 150 m/menit. Gambarkan grafik yang menyatakan pergerakan Ina pada gambar di atas.

Bab 3 Fungsi Linear 89

## Kunci Jawaban

**Soal 2**

(1) Kecepatan Ina
1.800 : 30 = 60 (m/menit)
Kecepatan Tedi
1.800 : 10 = 180(m/menit)

(2) 600 m

(3) Jika setiap fungsi linear $x$ dalam $y$ dicari, maka diperoleh

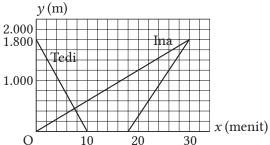
Ina $y = 60x$ ①

Tedi $y = 1.800 - 180x$ ②

Jika ① dan ② diselesaikan sebagai sistem persamaan linear, maka diperoleh

$x = 7{,}5$ dan $y = 450$

Jadi, mereka akan bertemu setelah 7,5 menit pada jarak 450 m dari stasiun.

(4)

**10. Penggunaan**  Contoh 2

Tujuannya adalah membaca grafik fungsi linear dengan benar. Peserta didik ada baiknya mempresentasikan apa yang dapat dibaca dari grafik ini. Sebagai contoh:

- Keduanya bergerak dengan kecepatan konstan.
- Tedi mengendarai sepeda lebih cepat.
- Tedi tiba di stasiun 10 menit setelah keberangkatan.
- Ina tiba di perpustakaan 30 menit setelah keberangkatan.
- Dari grafik terlihat keduanya bertemu antara 7 dan 8 menit setelah keberangkatan. Berdasarkan hal-hal tersebut, diharapkan peserta didik dapat menghubungkannya ke Soal 2.

**11. Penggunaan** Soal 2

(3) menunjukkan bahwa peserta didik dapat memperkirakan waktu pertemuan kedua orang dapat diperoleh dari grafik. Akan tetapi, peserta didik perlu mencari penyelesaian dari sistem persamaan agar diperoleh waktu bertemu secara akurat. Kemudian, peserta didik mengonfirmasi bahwa jawaban yang diperoleh hampir sama dengan perpotongan grafik.

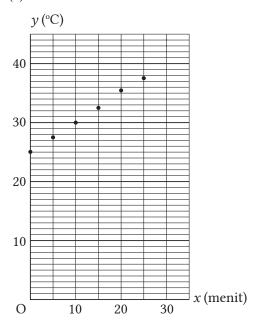
Untuk (4), peserta didik dapat memulainya dari titik (18, 0). Peserta didik cukup menentukan satu titik lainnya untuk menggambar garis. Misalnya, dari kondisi 4 menit dapat menempuh 600 m, maka peserta didik dapat mengambil satu titik (22, 600) atau titik akhir (30, 1.800). Jika grafik Ina dinyatakan dalam persamaan, maka didapat $y = 150x - 2.700$. Grafik-grafik tersebut dapat juga dibuat soal.

## Mari Kita Periksa

0,5 jam

### Kunci Jawaban

**1**

(1)

(2) Grafik melewati titik (0, 25,1), maka intersep $y$ adalah 25,1. Jika kemiringannya dimisalkan $a$, maka persamaan garisnya adalah $y = ax + 25{,}1$. Garis ini melewati (25, 37,6). Dengan substitusi $x = 25$ dan $y = 37{,}6$, maka diperoleh

$$37{,}6 = 25a + 25{,}1$$
$$a = 0{,}5$$

Jadi, persamaan garis yang dicari adalah

$$y = 0{,}5a + 25{,}1$$

(3) Jika $y = 42$ disubstitusi ke persamaan garis tersebut, maka diperoleh

$$42 = 0{,}5x + 25{,}1$$
$$x = 33{,}8$$

Jadi, suhu air mencapai 42°C setelah 33,8 menit.

**2**

(1) Lamanya 25 menit

(2) Keberangkatan 1.200 : 15 = 80 (m/menit)

Kepulangan 1.200 : 20 = 60 (m/menit)

## Mari Kita Periksa

**1** Penerapan Fungsi Linear [Hlm.86] [Hlm.87]

Ketika persiapan mandi, kita misalkan suhu air $y$°C setelah air dipanaskan selama $x$ menit. Setelah menyelidiki hubungan antara $x$ dan $y$, kita peroleh tabel di bawah. Jawablah pertanyaan berikut.

| $x$ (menit) | 0 | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$°C | 25,1 | 27,5 | 30 | 32,5 | 35,4 | 37,6 |

(1) Berdasarkan tabel, gambarkan pasangan titik-titik koordinat $x$ dan $y$ pada bidang koordinat Cartesius di sebelah kanan.

(2) Mengingat $y$ adalah fungsi linear dalam $x$ dan grafiknya melalui dua titik (0 , 25,1), (25 , 37,6), carilah persamaan garisnya.

(3) Tentukan setelah berapa menit suhu air mencapai 42°C.

**2** Penerapan Grafik [Hlm.89]

Yudi pergi ke perpustakaan yang jaraknya 1.200 m dari rumahnya. Di sana ia meminjam buku, dan kemudian pulang kembali melewati jalan yang sama. Gambar berikut menyajikan hubungan antara waktu sejak Yudi pergi dan jaraknya dari rumah. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Berapa lama Yudi berada di perpustakaan?

(2) Carilah kecepatan Yudi baik ketika pergi maupun ketika pulangnya.

90 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

Cermati

Diagram Perencanaan Pelayanan Kereta Api

Grafik yang menyajikan secara jelas tentang pelayanan kereta api dalam sekejap mata dinamakan *diagram*. Kita dapat mengetahui tidak hanya waktu keberangkatan dan kedatangan kereta api, tetapi juga waktu dan tempat saat kereta api bertemu satu sama lain atau saat kereta api tertentu melewati kereta api lain dari diagram.

Sumber: Dokumen Puskurbuk

Pikirkan pertanyaan 1 sampai 4 di bawah ini dengan mengacu diagram berikut.



1. Carilah kecepatan dari kereta api ③.
2. Kapankah kereta api ③ melewati stasiun D?
3. Kapan dan di mana kereta api ② melewati kereta api ④?
4. Kapan dan di mana kereta api ① dan kereta api ② berpapasan?

Apa lagi yang dapat kamu ketahui dari diagram di atas?

Pekerjaan Terkait
[ Perusahaan Kereta Api ]

BAB 3 | Fungsi Linear

Bab 3 Fungsi Linear 91

## Kunci Jawaban

Cermati

1. Dari 360 : 1,5 = 240, maka jawabannya 240 km/jam.
2. Pukul 07.50
3. Di stasiun F pukul 07.15
4. Di stasiun C pukul 07.55

 (Contoh)

- Kecepatan kereta ① adalah 216 km/jam.
- Kereta ① bertemu kereta ③ dan ④ di antara stasiun C dan D.
- Kereta ③ akan menyusul kereta ④ di stasiun E sekitar jam 07.43.
- Kereta ④ berhenti di setiap stasiun, setidaknya selama 5 menit.

## Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

### 1. Diagram

Diagram mengacu pada ilustrasi jadwal operasi untuk transportasi kereta api. Tidak hanya untuk jadwal kereta api, alat transportasi lainnya juga dapat dibuatkan jadwalnya.

Diagram yang ditunjukkan di Buku Siswa adalah fiktif (tidak nyata). Akan tetapi, dapat diilustrasikan, misalnya jadwal kereta api dari stasiun di Surabaya ke Jakarta yang melewati Yogyakarta, Bandung, dan kota-kota lainnya.

### 2. Penggunaan 1

Peserta didik diharapkan memahami bahwa kecepatan merupakan tingkat perubahan, yaitu merupakan kemiringan grafik.

Karena ③ adalah garis dari titik awal ke titik akhir, maka dapat dikatakan bahwa kereta api bergerak sejauh 360 km dalam waktu 1 jam 30 menit, sehingga kecepatannya dapat dicari.

### 3. Penggunaan 2, 3, 4

Peserta didik diminta membaca grafik seperti berikut.

- Grafik ① bergerak turun ke kanan dan berlawanan arah dengan kereta api lainnya.
- Perpotongan grafik menunjukkan bertemunya dua kereta api.
- Pada grafik ④, bagian yang sejajar dengan sumbu horizontal menunjukkan kereta api berhenti di stasiun selama beberapa saat.

**BAB 3** Soal Ringkasan

2 jam

## Kunci Jawaban

**Dasar**

**1**

ⓐ, ⓑ, ⓓ

**2**

(1) $\frac{2}{3}$

(2) 6

(3) $-3 \leq y \leq 3$

**3**

(1) $y = 4x - 3$

(2) $y = 2x + 5$

(3) $y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$

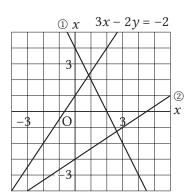
**4**

(1) ① $y = \frac{2}{3}x - 3$

② $y = -2x + 4$

(2) $\left(\frac{21}{8}, -\frac{5}{4}\right)$

(3)

**5**

(1) Dengan memisalkan panjang lilin setelah terbakar selama $x$ menit adalah $y$ cm dan kecepatan lilin memendek adalah konstan, maka $y$ adalah fungsi linear dari $x$. Akibatnya, hubungan antara $x$ dan $y$ dapat dimisalkan $y = ax + b$. Nilai $a$ dan $b$ dapat dicari dengan mensubstitusikan $y = 10$ ketika $x = 4$ dan $y = 7$ ketika $x = 10$. Jadi, persamaannya adalah ③

$$y = -\frac{1}{2}x + 12$$

**BAB 3** Soal Ringkasan

Jawaban di hlm.232

Gagasan Utama

1 Di antara fungsi berikut ini, carilah fungsi yang menyatakan bahwa $y$ adalah fungsi linear dalam $x$?

ⓐ $y = 15 - 2x$ ⓑ $y = 5x$ ⓒ $y = \frac{12}{x}$ ⓓ $y = \frac{3}{4}x - 1$

2 Jawablah pertanyaan berikut untuk fungsi linear $y = \frac{2}{3}x + 1$.

(1) Tentukan tingkat perubahannya.

(2) Bila nilai peningkatan dalam $x$ adalah 9, carilah nilai peningkatan dalam $y$.

(3) Jika domainnya adalah $-6 \leq x \leq 3$, carilah *range* (daerah hasil).

3 Carilah persamaan-persamaan dari fungsi linear dan garis berikut.

(1) Fungsi linear dengan tingkat perubahan 4, dan diperoleh $y = -3$ ketika $x = 0$.

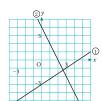
(2) Garis yang sejajar dengan $y = 2x + 3$ dan melewati titik (1, 7).

(3) Garis yang melalui dua titik (3, 2) dan (−1, 4).

4 Jawablah pertanyaan berikut terkait gambar di sebelah kanan.

(1) Carilah persamaan garis ① dan ②.

(2) Carilah koordinat titik potong antara garis ① dan ②.

(3) Gambarlah grafik persamaan $3x - 2y = -2$ pada gambar di sebelah kanan.

5 Ketika menyelidiki panjang lilin setelah terbakar, diketahui bahwa panjangnya menjadi 10 cm setelah 4 menit, menjadi 7 cm setelah 10 menit terbakar. Jika lilin menjadi memendek dengan kecepatan konstan, jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Carilah panjang lilin sebelum terbakar.

(2) Berapa menit waktu yang dibutuhkan sehingga lilin terbakar habis?



Jika $x = 0$ disubstitusikan ke dalam persamaan di ③, maka diperoleh $y = 12$. Jadi, jawabannya adalah 12 cm.

(2) Jika $y = 0$ disubstitusikan ke dalam persamaan di (1), maka diperoleh

$$0 = -\frac{1}{2}x + 12$$

$$x = 24$$

Jadi, jawabannya adalah setelah 24 menit.

Penerapan

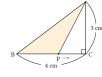
1 Tabel berikut menunjukkan rencana biaya yang ditawarkan oleh perusahaan telepon untuk 1 bulan. Misalkan biaya 1 bulan adalah $y$ rupiah dengan waktu panggilan $x$ menit. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

| | Rencana A | Rencana B |
|---|---|---|
| Biaya Dasar | 1.600 rupiah | 3.600 rupiah |
| Biaya Panggilan | 50 rupiah per menit | Gratis 25 menit pertama, 40 rupiah per menit setelah 25 menit panggilan. |

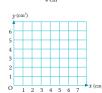
(1) Jika waktu panggil adalah 60 menit, rencana manakah yang lebih murah, serta berapa rupiah lebih murahnya?

(2) Untuk rencana A dan B, nyatakan $y$ dalam $x$ menggunakan persamaan dan carilah domainnya.

(3) Berapa menit waktu panggilan agar biaya yang dikeluarkan baik rencana A maupun rencana B adalah sama?

2 Segitiga ABC pada gambar sebelah kanan adalah segitiga siku-siku dengan $\angle C = 90°$. Titik P bergerak sepanjang sisi segitiga dari titik B ke titik A melalui titik C. Misalkan luas daerah ABP adalah $y$ cm$^2$ ketika titik P telah bergerak sejauh $x$ cm dari B. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Nyatakan $y$ dalam $x$ berupa suatu persamaan dan carilah domainnya.

(2) Gambarkan grafiknya pada bidang koordinat Cartesius di sebelah kanan.

BAB 3 | Fungsi Linear

Bab 3 Fungsi Linear 93

## Kunci Jawaban

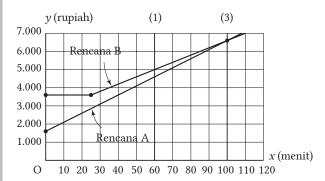
Penerapan

**1**

(1) Jika berbicara selama 60 menit, biaya untuk Rencana A adalah 1.600 + 50 × 60 = 4600 (rupiah), dan biaya untuk Rencana B adalah 3.600 + 40 × (60 − 25) = 5.000 (rupiah).
Oleh karena itu, Rencana A lebih murah 400 rupiah.

(2) Untuk Rencana A, jika $x \geq 0$, maka
$y = 50x + 1.600$ ①
Untuk Rencana B, jika $0 \leq x \leq 25$, maka
$y = 3.600$ ②
dan jika $x > 25$, maka
$y = 40(x - 25) + 3.600$
$y = 40x + 2.600$ ③

(3) Untuk kasus $0 \leq x \leq 25$, maka ① dan ② dapat diselesaikan sebagai sistem persamaan. Dari ② diperoleh $y = 3.600$. Jika $y = 3.600$ disubstitusikan ke ①, maka diperoleh $x = 40$, berlawanan dengan asumsi bahwa $0 \leq x \leq 25$. Jadi, tidak ada solusi untuk kasus $0 \leq x \leq 25$. Untuk kasus $x > 25$, maka ① dan ③ dapat diselesaikan sebagai sistem persamaan dan penyelesaiannya adalah $x = 100$ dan $y = 6.600$. Tidak ada hal yang bertentangan dengan asumsi. Jadi, jawabannya adalah 100 menit.
Gambar grafiknya dapat dilihat sebagai berikut.

**2**

(1) Ketika $0 \leq x \leq 4$, $y = \frac{1}{2} \times x \times 3$

Artinya, $y = \frac{3}{2}x$

Ketika $4 \leq x \leq 7$, $y = \frac{1}{2} \times (7 - x) \times 4$

Yaitu, $y = -2x + 14$

(2)

Bab 3 Soal Ringkasan

Penggunaan Praktis

1 Sekolah Ai akan membuat kumpulan karangan. Mereka mencari informasi harga cetak pada 3 kantor percetakan, seperti ditunjukkan berikut.

| | Harga Cetak |
|---|---|
| Kantor Percetakan A | Harga cetaknya Rp10.000,00 untuk setiap buku. |
| Kantor Percetakan B | Harga awal Rp100.000,00 dan Rp6.000,00 untuk setiap buku. |
| Kantor Percetakan C | Jika banyaknya buku kurang dari atau sama dengan 60, maka harga cetaknya Rp400.000,00 berapa pun banyaknya buku yang akan dicetak. |

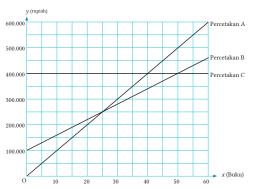
94 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

## Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

### 1. Penggunaan Halaman Ini

Ini adalah soal yang menggunakan bentuk fungsi linear dan grafiknya. Pada soal tersebut, ongkos cetak tiap percetakan ditampilkan dalam grafik. Soal ini membaca grafik tersebut.

Hal yang perlu diperhatikan di sini adalah ketika jumlah salinan cetak melebihi 60 jilid. Untuk percetakan A dan B, harga bisa diprediksi untuk jumlah buku melebihi 60. Namun, untuk cetakan C, harga untuk lebih dari 60 buku tidak diketahui. Oleh karena itu, untuk pencetakan C, domain $x$ dibatasi. Peserta didik diharapkan mengingat hal ini ketika menentukan fungsi linearnya.

Penyelidikan kantor percetakan mana yang menawarkan harga paling murah bergantung pada banyaknya buku yang akan dicetak. Ai memisalkan harga cetak buku sebanyak $x$ adalah $y$ rupiah, kemudian menyatakan hubungan antara $x$ dan $y$ untuk tiap kantor percetakan menggunakan grafik-grafik berikut. Jawablah pertanyaan (1) sampai (4) berikut.

(1) Ketika mencetak buku sebanyak bilangan tertentu, harga cetak baik di percetakan B maupun di percetakan C akan sama. Tunjukkan titik pada koordinat yang menggambarkan kasus tersebut. Berapakah banyaknya buku yang dicetak sehingga memiliki harga cetak yang sama, baik di percetakan B maupun di percetakan C?

(2) Serupa dengan pertanyaan (1), berdasarkan grafik, carilah banyaknya buku yang perlu dicetak sehingga harga cetaknya sama antara percetakan A dan percetakan B.

(3) Untuk tiap kantor percetakan, nyatakan $y$ dalam $x$ menggunakan sebuah persamaan.

(4) Banyaknya buku yang akan dicetak oleh sekolah Ai adalah 46 buah. Jelaskan bagaimana memilih percetakan yang menawarkan harga cetak paling murah untuk 46 buah buku tersebut. Ingat, kamu tidak perlu menentukan harga cetaknya secara tepat.

Pekerjaan Terkait
[ Penerbit, Perusahaan Percetakan ]

BAB 3 | Fungsi Linear

Bab 3 Fungsi Linear 95

## Kunci Jawaban

**Penerapan Praktis**

**1**

(1) Titik (50, 400.000) adalah koordinat titik potong grafik Percetakan B dan Percetakan C. Jadi, jawabannya adalah 50 buku.

(2) 25 buku

(3) Persamaan untuk Percetakan A adalah $y = 100.00x$.
Persamaan untuk Percetakan B adalah $y = 6.000x + 100.000$.
Persamaan untuk Percetakan C adalah $y = 400.000$ dengan domain $0 < x \leq 60$.

(4) (Contoh)
- Dari ketiga grafik, pilihlah percetakan yang menunjukkan nilai $y$ terkecil ketika $x = 46$.
- Substitusikan $x = 46$ ketiga persamaan yang diperoleh di (3) agar memperoleh nilai $y$. Dari jawaban tersebut, pilih percetakan dengan nilai $y$ terkecil.

**2. Penggunaan 1 (1), (2)**

Konfirmasikan bahwa sumbu $x$ dari grafik adalah jumlah buku dan sumbu $y$ adalah biayanya.

Pada (1), pilih nilai $x$ dan nilai $y$ yang menjadi titik koordinat perpotongan grafik Percetakan B dan grafik Percetakan C. Jika koordinat tersebut adalah (50, 400.000), artinya biaya percetakan untuk 50 buku adalah 400.000 rupiah.

Demikian juga untuk (2), peserta didik mencari titik koordinat perpotongan grafik Percetakan A dan grafik Percetakan B.

**3. Penggunaan 1 (3)**

Grafik Percetakan A adalah grafik perbandingan senilai karena merupakan garis yang melewati titik awal/asal. Persamaan garis ini dapat dicari karena grafik perbandingan senilai dan melewati titik (25, 250.000).

Grafik percetakan B adalah grafik fungsi linear. Persamaan garisnya dapat dicari karena diketahui garisnya melewati dua titik (0, 100.000) dan (25, 250.000). Grafik Percetakan C merupakan garis sejajar sumbu $x$, sehingga persamaan garisnya dapat dicari.

Peserta didik juga dapat menemukan persamaan dari setiap percetakan di halaman sebelumnya.

**4. Penggunaan 1 (4)**

Baik dari grafik maupun persamaannya, peserta didik dapat mengetahui percetakan mana yang paling murah.

Pada grafik, perhatikan koordinat $y$ untuk masing-masing percetakan ketika $x = 46$. Toko percetakan yang grafiknya paling bawah adalah yang paling murah. Jika menggunakan persamaan, substitusikan $x = 46$ ke persamaan dari setiap percetakan untuk memperoleh nilai $y$. Percetakan dengan nilai $y$ terkecil adalah yang termurah di antara ketiga percetakan tersebut.

## Mobil Manakah yang Lebih Murah?

**Tujuan**

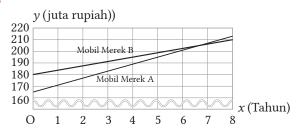
Peserta didik dapat membandingkan antara biaya mobil merek B dan mobil merek A dengan menggunakan persamaan dan grafik fungsi linear, serta dapat menjelaskannya.

### Kunci Jawaban

**1**

8.000 : 32 × 15.000 = 3.750.000

Jawaban: 3,75 juta rupiah

**2**

**3**

Jika Anda berkendara selama 7 tahun atau lebih, total biaya yang dikeluarkan untuk mobil merek B akan lebih murah.

(Contoh alasan)

Kedua grafik bertemu di atas 6 tahun, dan mulai tahun ke-7, grafik mobil merek B ada di bagian bawah.

Pendalaman Materi

Mobil Manakah yang Lebih Murah?

Untuk membeli mobil baru, keluarga Yogi sedang memikirkan apakah akan membeli mobil merek A atau mobil merek B, mana yang lebih murah dari kedua jenis mobil tersebut. Tabel berikut menyajikan perbandingan harga dan konsumsi bahan bakar kedua jenis mobil yang akan dibeli.

Sumber: Dokumen Puskurbuk

| | Mobil Merek A | Mobil Merek B |
|---|---|---|
| Harga Beli | 165 juta rupiah | 180 juta rupiah |
| Konsumsi Bahan Bakar | 20 km/ℓ | 32 km/ℓ |
| Jarak Tempuh 1 Tahun | 8.000 km | 8.000 km |
| Harga Bahan Bakar Selama 1 Tahun (Dihitung 15.000 per liter) | 6 juta rupiah | |

1 Carilah harga konsumsi bahan bakar selama 1 tahun dari sebuah mobil merek B dan lengkapilah tabel di atas.

2 Misalkan total pengeluaran (jumlah dari harga beli dan harga bahan bakar) dari mobil erek A yang telah digunakan selama $x$ tahun adalah $y$ juta rupiah. Gambar berikut menunjukkan hubungan antara $x$ dan $y$ dalam bentuk grafik. Secara serupa, gambarkan grafik dari mobil merek B pada gambar berikut.



3 Jika mereka (keluarga Yogi) membeli mobil merek B, dengan menganggap 1 tahun sebagai satuan, setelah berapa tahunkah total pengeluaran akan lebih murah dibandingkan mobil merek A? Berikan alasanmu.

Pekerjaan Terkait

[ Insinyur ]

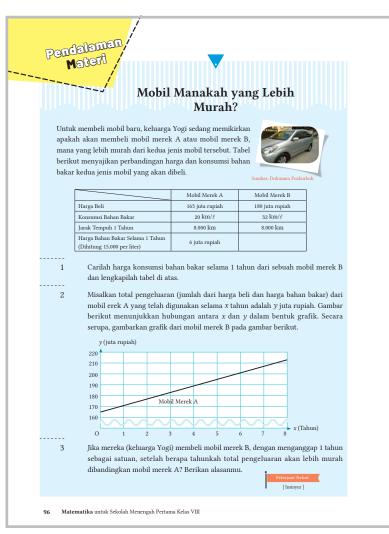
96 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**1. Penggunaan 1**

Dari jarak tempuh dan konsumsi bahan bakar selama satu tahun, maka jumlah bahan bakar yang digunakan dalam satu tahun dapat dihitung. Jika hasilnya dikalikan dengan harga satuan bahan bakar sebesar 15.000 rupiah, maka peserta didik akan memperoleh total pengeluaran untuk bahan bakar per tahun. Perhitungannya sederhana, namun peserta didik perlu memahami dengan cermat tentang arti konsumsi bahan bakar.

**2. Penggunaan 2**

Untuk mobil merek B, jika $y$ dinyatakan sebagai fungsi linear dalam $x$, maka diperoleh $y = 3{,}75x + 180$.

Oleh karena itu, garis yang melewati dua titik (0, 180) dan (8, 210) adalah grafik mobil merek B.

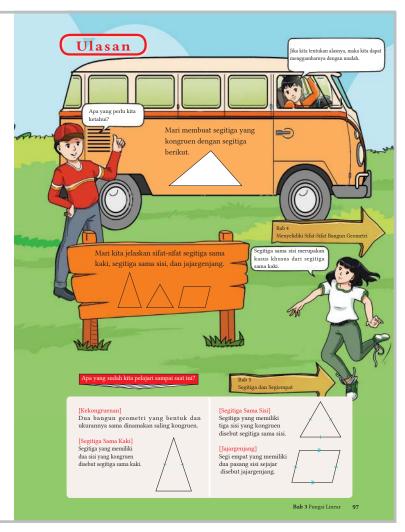
**3. Penggunaan 3**

Dari grafik yang ada di 2, dapat dilihat bahwa kedua grafik tersebut berpotongan sekitar 6 tahun 8 bulan, dan total biaya berbalik.

Persamaannya adalah sebagai berikut.

Mobil merek A, $y = 6x + 165$. ①

Mobil merek B, $y = 3{,}75x + 180$. ②

Ketika ① dan ② diselesaikan sebagai sistem persamaan, maka diperoleh $x = 6\frac{2}{3}$, $y = 205$. Jadi, total biaya akan berbalik setelah 6 tahun 8 bulan.

# Ulasan

## Tujuan

Peserta didik dapat mengingat kembali materi yang berhubungan dengan luas bangun ruang yang telah dipelajari di sekolah dasar dan di kelas VII.

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

#### 1. Penggunaan Ulasan

Pada tahun pertama, peserta didik mempelajari "Bangun datar" dan "Bangun ruang" sebagai pembelajaran di area "Bangun B". Di sekolah dasar, peserta didik telah mempelajari sifat-sifat berbagai segitiga dan persegi.

Di sini, saya ingin menegaskan kembali apa yang telah dipelajari sehingga peserta didik bisa mendapatkan gambaran tentang gambar yang akan dipelajari ke depan.

#### 2. Mengulas Kongruen

Diharapkan peserta didik mempertimbangkan elemen apa saja yang diperlukan untuk menggambar bentuk yang kongruen. Bagi peserta didik yang sudah lupa akan arti kongruen, perlu diingatkan kembali tentang kongruen.

Selanjutnya, dengan menanyakan apakah gambar yang digambar tersebut benar-benar sesuai dengan gambar aslinya, maka akan menjadi motivasi untuk pembuktian ke depannya.

#### 3. Mengulas Bangun Datar

Di sini dijelaskan karakteristik dari masing-masing segitiga sama kaki, segitiga sama sisi, dan jajargenjang. Peserta didik diharapkan mengingat kembali tentang panjang sisi, ukuran sudut, dan garis diagonal dari jajargenjang.

Selain itu, kita telah mempelajari hal-hal berikut tentang segitiga sama kaki, segitiga sama sisi, dan jajargenjang.

【 Segitiga sama kaki 】

- Panjang kedua sisinya sama.
- Kedua sudut berukuran sama.

【 Segitiga sama sisi 】

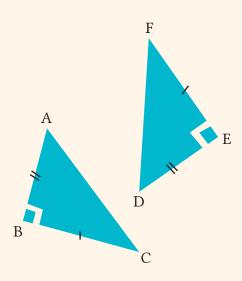
- Panjang ketiga sisinya sama.
- Tiga sudut berukuran sama.

【 Jajargenjang 】

- Dua pasang sisi berhadapan sejajar satu sama lain.
- Panjang sisi yang berhadapan sama, dan saling berhadapan. Ukuran sudutnya juga sama.
- Titik perpotongan dua garis diagonal membagi masing-masing garis diagonal menjadi dua bagian yang sama.

#### 4. Yang Telah Dipelajari Sampai Saat Ini

Materi yang dibahas di sini dikembangkan dari materi yang telah dibahas di sekolah dasar. Selain itu, dibahas juga jumlah sudut dalam segitiga dan jumlah sudut dalam segi banyak. Diharapkan peserta didik memiliki motivasi yang bagus untuk pembelajaran di masa mendatang.

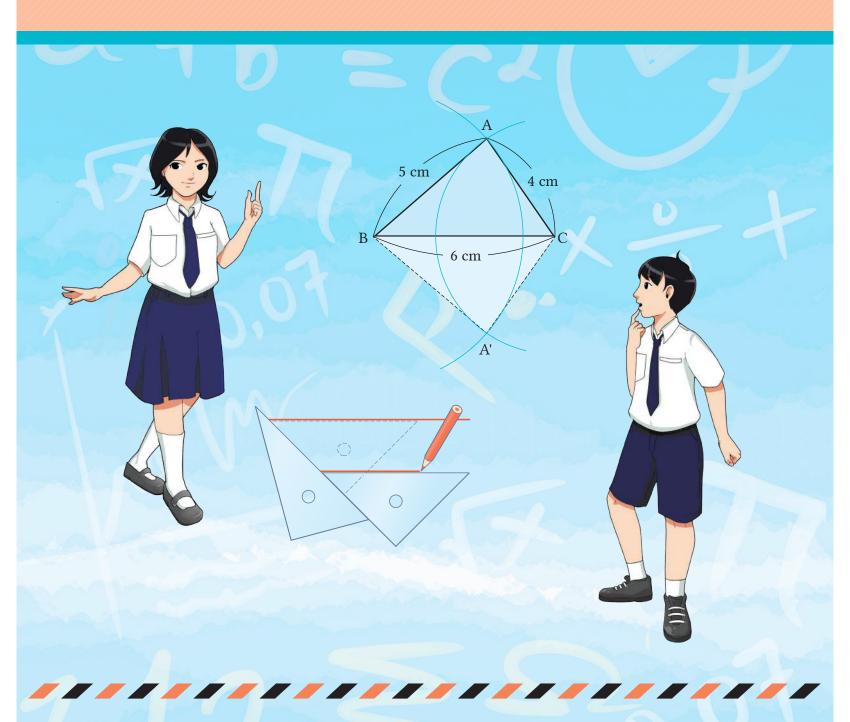
Apakah kalian tahu mengapa konstruksi penopang atap berupa rusuk yang saling tegak lurus dan membentuk sudut siku-siku? Konstruksi model seperti itu dapat menopang atap yang kokoh. Konsep itu dikenalkan oleh Pythagoras.

$$\Delta ABC \cong \Delta DEF$$

**Segala sesuatu di alam semesta dapat dinyatakan dalam suatu bilangan.**

(Pythagoras)

KEMENTERIAN PENDIDIKAN, KEBUDAYAAN, RISET, DAN TEKNOLOGI
REPUBLIK INDONESIA, 2021
Buku Panduan Guru Matematika
untuk SMP Kelas VIII
Penulis: Tim Gakko Tosho
Penyadur: Mochammad Hafiizh dan Fitriana Yuli Saptaningtyas
ISBN: 978-602-244-797-9 (jil.2)

# Menyelidiki Sifat-Sifat Bangun Geometri

(Pembukaan Bab 1 jam)

## Tujuan

1. Dapat mengingat kembali metode melukis segitiga yang telah dipelajari di sekolah dasar, menemukan syarat yang diperlukan untuk menggambar, dan dapat melukis segitiga.
2. Dapat menemukan secara intuitif sifat-sifat bangun geometri, seperti hubungan sudut yang sama berdasarkan segitiga kongruen.

## Kunci Jawaban

Jika salah satu dari tiga kondisi berikut diketahui, maka dapat dibuat segitiga kongruen.

- Diketahui panjang ketiga sisinya.
- Diketahui panjang kedua sisi dan ukuran sudut di antara keduanya.
- Diketahui panjang salah satu sisi dan ukuran sudut di kedua ujungnya.

Mengapa kita dapat memasang ubin segitiga-segitiga kongruen?

1 Mari kita membuat segitiga yang kongruen dengan segitiga di samping kanan. Apa yang perlu kita ketahui untuk membuatnya?



Pola lingkaran

Pola belah ketupat dan bunga

Pola persegi dan bunga

Pola segitiga

Sumber: Dokumen Puskurbuk

100 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

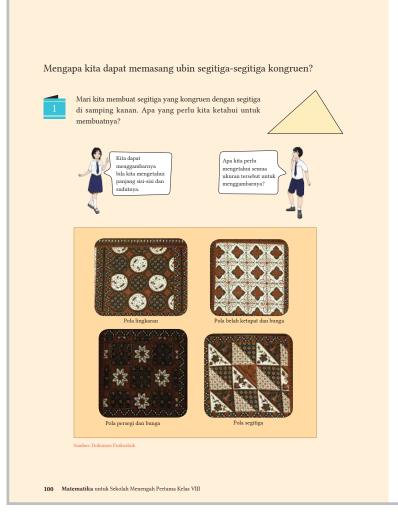
### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

### 1. Penggunaan Halaman ini

Di sekolah dasar, peserta didik belajar menggambar segitiga di kelas III, dan persegi empat di kelas IV, dan belajar menggambar poligon beraturan dan menata gambar kongruen di kelas V.

Berdasarkan pembelajaran tersebut, pastikan peserta didik dapat memikirkan apakah bidang tersebut dapat disusun pada suatu titik dengan membentuk sudut 360 derajat.

### 2. Penggunaan 1

Penting bagi peserta didik untuk secara induktif memikirkan kondisi yang diperlukan untuk menggambar segitiga kongruen dengan menggambar bangun kongruen dalam beberapa cara, sambil mengingatkan kembali pada saat menggambar segitiga di Sekolah Dasar. Ini akan berkaitan dengan pemahaman mengenai segitiga kongruen dalam Buku Siswa hlm.118.

Perlu juga dicatat bahwa, mengenai panjang kedua sisi dan ukuran sudut di antara keduanya, jika posisi ukuran sudut tidak berada di antara kedua sisi, maka banyaknya segitiga yang dapat digambar tidak dapat ditentukan.

### 3. Pola Tradisional Jepang

Ada banyak pola geometris tradisional, dan peserta didik bisa merasakan keindahan bidang kongruen. Dari kesamaan bangunnya, peserta didik diharapkan melihat kembali pembelajaran meletakkan bidang-bidang kongruen.

Ada pola yang menggunakan segitiga, persegi, segi enam, serta lingkaran yang bisa membentuk sudut sebesar 360°.

Melalui kegiatan-kegiatan ini, peserta didik diharapkan menjadikannya sebagai pemicu untuk memikirkan sifat-sifat bangun geometri.

2 Pola di atas dibuat dari pengubinan segitiga-segitiga yang kongruen. Di akhir buku kelas VIII ini pada Lampiran ② terdapat segitiga-segitiga yang kongruen dengan segitiga pada bagian 1 pada halaman sebelumnya. Mari kita gunting segitiga-segitiga tersebut dan buat pengubinan pada sebuah bidang.

Jika disusun ...

3 Berdasarkan pengubinan segitiga kongruen yang kamu buat pada bagian 2, mari kita pikirkan pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Apa yang dapat kamu amati dari sudut-sudut segitiga?

(2) Apa yang dapat kamu simpulkan terkait sudut yang dibentuk oleh perpotongan dua garis?

(3) Diskusikan hal lain yang kamu amati dengan teman-temanmu.

Dari gambar yang dibuat dari pengubinan segitiga, apa yang kita temukan? Hlm.102, 107

Untuk menggambar segitiga yang kongruen, apakah kita perlu mengetahui semua panjang sisi dan sudutnya? Hlm.116

Bab 4 Menyelidiki Sifat-Sifat Bangun Geometri 101

## Kunci Jawaban

Referensi gambar di Buku Siswa

 (Contoh)

(1) Jumlah dari ketiga sudut dalam segitiga adalah 180° (garis lurus ).

(2) Enam sudut berkumpul pada satu titik, dan dua sudut yang sehadap.

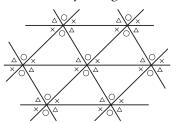
(3) Ada garis sejajar dalam tiga arah.

### 4. Penggunaan 2

Di SD, peserta didik pernah menyusun segitiga untuk mengetahui jumlah sudut dan menyusun kotak untuk mengetahui sifat-sifatnya. Di sini, kita akan menggunakan lampiran di akhir Buku Siswa (2) untuk mempraktikkannya. Saat itu, diharapkan peserta didik bisa bekerja sambil memperhatikan keteraturan susunan segitiga.

### 5. Penggunaan 3

Di kelas lima SD, peserta didik belajar bahwa jumlah dari tiga sudut segitiga apa pun adalah 180°. Berdasarkan pembelajaran itu, peserta didik diharapkan secara intuitif memahami sifat bangun dengan berfokus pada sudut pandang (1) hingga (3).

Untuk mengamati gambar segitiga yang disusun di 2 dengan fokus pada sudutnya, peserta didik diminta mengonfirmasi sudut-sudut yang sama pada gambar dan menandainya dengan ○, ×, dan △.

Jumlah dari ketiga sudut tersebut adalah 180° (garis lurus). Kita fokus pada hubungan posisi dari sudut yang sama. Kita dapat menemukan bahwa sudut bertolak belakang, sudut sehadap, dan sudut berseberangan besarnya sama (istilah-istilah ini belum dipelajari). Dapat juga ditemukan dari gambar ini bahwa jumlah sudut segi empat adalah 360° dan jumlah sudut segi enam adalah 720°.

Di kelas, diharapkan peserta didik menemukan karakteristik ini sendiri, seperti dengan memanfaatkan diskusi dalam kelompok kecil, dan menghubungkannya dengan pembelajaran di halaman berikutnya.

### 6. Penggunaan Balon Ucapan

Peserta didik di SD telah belajar cara menggambar segitiga kongruen, tapi diharapkan memiliki pertanyaan mengenai cara untuk menggambar segitiga kongruen dengan kondisi minimum yang diperlukan.

Selain itu, diharapkan peserta didik memprediksi dengan memikirkan apa yang bisa diketahui dari gambar susunan segitiga kongruen, sehingga memotivasi mereka untuk mempelajari halaman-halaman berikutnya.

# 1 Garis Sejajar dan Segi Banyak

8 jam

## 1 | Garis Sejajar dan Sudut

3 jam

### Tujuan

1. Dapat menjelaskan arti dan sifat dari sudut bertolak belakang.
2. Dapat menjelaskan arti dari sudut sehadap dan sudut berseberangan.
3. Dapat memahami hubungan antara garis sejajar, sudut sehadap, dan sudut berseberangan.

### Kunci Jawaban

$\angle b = 60^\circ$, $\angle c = 120^\circ$,
$\angle d = 120^\circ$

**Soal 1**

$\angle c = 180^\circ - \angle a$, $\angle d = 180^\circ - \angle a$
Karena itu, $\angle c = \angle d$

1 Garis Sejajar dan Segi Banyak

1 Garis Sejajar dan Sudut

Tujuan: Peserta didik dapat menyelidiki sudut-sudut yang dibentuk oleh perpotongan garis-garis.

**Sudut-Sudut Bertolak Belakang**

Pada gambar di sebelah kanan, garis $\ell$ dan $m$ berpotongan. Jika $\angle a = \angle 60^\circ$, berapakah besar sudut $\angle b$, $\angle c$, dan $\angle d$?

Seperti ditunjukkan pada gambar di atas, empat sudut terbentuk dari perpotongan dua garis $\ell$ dan $m$. Dua sudut yang saling berlawanan, seperti $\angle a$ dan $\angle b$, $\angle c$ dan $\angle d$ dinamakan *sudut-sudut yang saling bertolak belakang.*

Pada gambar di kanan, berapa pun besar $\angle c$, kita dapat menyatakan
$\angle a = 180^\circ - \angle c$
$\angle b = 180^\circ - \angle c$.
Dari hasil ini, dapat disimpulkan bahwa
$\angle a = \angle b$.

$\angle a = 180^\circ - \angle c$
$\angle b = 180^\circ - \angle c$

Soal 1 | Pada gambar di bagian Q, jelaskan mengapa $\angle c = \angle d$.

PENTING — Sifat Sudut Bertolak Belakang
Sudut-sudut bertolak belakang besarnya sama.

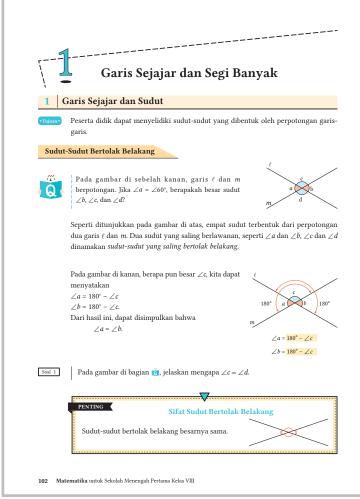
102 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

#### 1. Penggunaan  

Ini adalah soal untuk memikirkan sudut mana yang memiliki ukuran yang sama berdasarkan segitiga yang kongruen di halaman sebelumnya. Ada sudut yang memiliki hubungan yang sama dengan gambar di dalam pola batik. Peserta didik diharapkan mengerti secara intuitif sambil memeriksa sudut yang sama dengan bangun kongruen dalam pola. Selain itu, dapat juga menggunakan benda-benda di sekitar peserta didik, seperti gunting dan sumpit kayu yang diikat dengan karet untuk mengamati bahwa sudut bertolak belakang besarnya sama.

#### 2. Sudut Bertolak Belakang

Sudut bertolak belakang, tidak seperti sudut siku-siku atau sudut lancip, yang memiliki satu sebutan saja, melainkan istilah yang menyatakan hubungan posisi antara dua sudut. Hal ini perlu diajarkan kepada peserta didik.

#### 3. Penjelasan Bahwa Sudut Bertolak Belakang adalah Sama

Penjelasan bahwa sudut bertolak belakang adalah sama dapat diambil sebagai persiapan untuk membuktikan sifat dari bangun geometri yang dimulai dari bagian selanjutnya.

Bagi peserta didik yang secara intuitif memahami bahwa sudut bertolak belakang itu sama, dengan bersentuhan dengan penjelasan yang koheren tersebut, peserta didik secara bertahap akan memperdalam pemahaman mereka tentang metode penjelasan deskriptif. Penjelasan menegaskan berapa pun $\angle a$, sudut bertolak belakang akan tetap sama.

**Soal 1** fokus pada pemberian penjelasan lisan dengan menggunakan gambar, mengikuti contoh di atas.

Soal 2 Pada gambar di sebelah kanan, tampak tiga garis berpotongan di satu titik. Carilah besar $\angle a$, $\angle b$, dan $\angle c$.



**Sudut Sehadap dan Sudut Dalam Berseberangan**

Pada gambar di sebelah kanan, dari sudut-sudut yang dibentuk oleh dua garis $\ell$ dan $m$, dan garis $n$ yang memotong $\ell$ dan $m$, maka sudut-sudut seperti
$\angle a$ dan $\angle e$, $\angle b$ dan $\angle f$,
$\angle c$ dan $\angle g$, $\angle d$ dan $\angle h$
dinamakan *sudut-sudut sehadap.*
Selain itu, sudut-sudut seperti $\angle b$ dan $\angle h$, $\angle c$ dan $\angle e$ disebut *sudut-sudut dalam berseberangan.*

Soal 3 Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut menggunakan gambar di sebelah kanan.

(1) Tentukan sudut yang sehadap dengan $\angle c$.

(2) Tentukan sudut dalam berseberangan dari $\angle f$.


Hlm.104

**Cermati**

**Sudut Dalam Berseberangan**

Jika ada dua garis dan satu garis memotong kedua garis tersebut, maka empat sudut akan berbentuk di dalam dua garis. Pasangan sudut dalam berseberangan dintunjukkan oleh $\angle$A dan $\angle$C. Pasangan sudut dalam berseberangan yang lain adalah $\angle$B dan $\angle$D. Apakah garis $\ell$ dan garis $m$ saling sejajar?

BAB 4 | Menyelidiki Sifat-Sifat Bangun Geometri

Bab 4 Menyelidiki Sifat-Sifat Bangun Geometri 103

## Kunci Jawaban

**Soal 2**

$\angle a = 45°$, $\angle b = 75°$,
$\angle c = 60°$

**Soal 3**

(1) $\angle g$ (2) $\angle d$

### 4. Penggunaan Soal 2

Ini adalah soal yang dapat dipahami secara intuitif dari gambar, tetapi peserta didik diharapkan menyadari argumen seperti "karena sudut bertolak belakang besarnya sama" dan menjelaskan cara mencari sudut menggunakan istilah matematika.

### 5. Sudut Sehadap dan Sudut Dalam Berseberangan

Peserta didik diajarkan untuk memperhatikan bahwa seperti halnya sudut bertolak belakang, sudut sehadap dan sudut dalam berseberangan adalah istilah yang menyatakan hubungan posisi antara kedua sudut tersebut.

"$\angle a$ adalah sehadap $\angle e$"
"Sudut sehadap $\angle e$ adalah $\angle a$"
"$\angle a$ dan $\angle e$ adalah sehadap"

(Sama untuk sudut berseberangan dan sudut bertolak belakang.) Mengenai sudut dalam berseberangan, ada kemungkinan salah memahami hubungan posisi, maka harus ditekankan bahwa hanya sudut di dalam dua garis lurus yang harus dipertimbangkan.

### 6. Penggunaan Soal 3 dan Balon Ucapan

Dari gambar di Soal 3, dengan memahami hubungan posisi antara sudut bertolak belakang, sudut sehadap, dan sudut dalam berseberangan, pastikan bahwa sudut bertolak belakang selalu sama. Selain itu, dengan membuat peserta didik memprediksi kondisi di mana sudut sehadap dan sudut dalam berseberangan adalah sama berdasarkan gambar di Buku Siswa hlm. 105, sehingga peserta didik diharapkan termotivasi untuk mempelajari halaman selanjutnya.

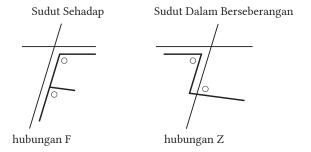
### 7. "Sudut Dalam Berseberangan" Asal-usul Istilah

Sudut bertolak belakang adalah "sudut yang berpasangan di puncak", dan sudut sehadap adalah "sudut yang berada pada posisi yang sama". Demikianlah nama sudut dapat dikaitkan dengan artinya, namun ini sulit untuk sudut dalam berseberangan. Oleh karena itu, peserta didik diharapkan dapat memahami dengan benar arti dan hubungan posisi dengan mengetahui asal kata "sudut dalam berseberangan".

Perhatikan bahwa sudut bertolak belakang dalam bahasa Inggris disebut sudut vertikal, dan sudut sehadap juga disebut sudut koresponden.

**Referensi** **Cara Mengingat Sudut Sehadap dan Sudut Dalam Berseberangan**

Ada juga metode untuk menyederhanakan hubungan posisi antara sudut sehadap dan sudut dalam berseberangan, yaitu dengan mengingat sudut sehadap sebagai "hubungan F" dan sudut dalam berseberangan sebagai "hubungan Z".

## Kunci Jawaban

Karena peserta didik bisa menggambar dua garis lurus yang berpotongan pada sudut yang sama dengan satu garis lurus.

(disingkat)

**Soal 4**

$\ell // n$, $\angle x = \angle z$

Tujuan Peserta didik dapat menyelidiki syarat agar sudut sehadap dan sudut dalam berseberangan besarnya sama.

**Garis Sejajar dan Sudut Sehadap**

Seperti ditunjukkan pada gambar di kanan, gambarlah garis-garis sejajar dengan menggunakan penggaris siku-siku. Mengapa kita dapat menggambar garis-garis sejajar dengan cara ini?

Jika kita menggambar dua garis $\ell$ dan $m$ yang dipotong garis $n$ sehingga sudut sehadap besarnya sama, maka garis $\ell$ dan $m$ sejajar. Oleh karena itu, pada gambar di kanan, dapat kita simpulkan bahwa

Jika $\angle a = \angle b$, maka $\ell // m$.

Pada gambar di kanan diketahui $\ell // m$. Gambarlah garis $n$ yang memotong garis $\ell$ dan $m$, kemudian ukurlah besar sudut sehadap yang terbentuk.

Jika garis $n$ memotong dua garis sejajar $\ell$ dan $m$, maka sudut sehadap besarnya sama. Oleh karena itu, pada gambar di kanan, kita dapat menyimpulkan bahwa

Jika $\ell // m$, maka $\angle a = \angle b$

Soal 4

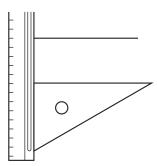
Pada gambar di kanan, tentukan garis-garis yang sejajar. Nyatakan jawabanmu dengan menggunakan simbol garis-garis sejajar. Selain itu, dari $\angle x$, $\angle y$, dan $\angle z$, manakah yang besarnya sama?

104 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

### 8. Penggunaan  Atas

Ini adalah soal untuk menemukan dan menjelaskan melalui kegiatan operasional bahwa dua garis lurus akan sejajar jika berpotongan dengan satu garis lurus pada sudut yang sama, yaitu "jika sudut sehadap sama, maka kedua garis lurus itu sejajar".

Menggambar garis sejajar dengan cara ini juga dipelajari di sekolah dasar, tetapi di sekolah dasar, garis sejajar sering digambar menggunakan sudut siku-siku seperti yang ditunjukkan pada gambar berikut.

Dalam metode menggambar di Buku Siswa, pastikan penggaris segitiga kiri tetap dan penggaris segitiga siku-siku bergeser.

### 9. Penggunaan Q Bawah

Ini adalah soal untuk memahami secara intuitif melalui kegiatan operasional, bahwa bila kita ubah sudut pandang, maka "jika dua garis lurus sejajar, sudut sehadapnya sama".

Dalil "kebalikan" akan dipelajari dalam Buku Siswa hlm.144, jadi tidak perlu dibahas detail di sini. Akan tetapi, peserta didik perlu memahami perbedaan arti "jika sudut sehadap besarnya sama, maka 2 garis akan sejajar" dengan "jika 2 garis sejajar, maka sudut sehadapnya besarnya sama".

### 10. Penggunaan Soal 4

Diharapkan memasukkan kegiatan yang saling menjelaskan argumen yang dijadikan pertimbangan, bahwa "Sudut sehadap besarnya sama, yaitu 60 derajat, maka $\ell$ dan $n$ akan sejajar".

### Garis Sejajar dan Sudut Dalam Berseberangan

**Contoh 1** Berdasarkan gambar di kanan, jelaskan bahwa jika $\angle a = \angle b$, maka $\ell$ // $m$.

**Penyelesaian**

$\angle a = \angle b$ ①

Karena sudut bertolak belakang besarnya sama, maka

$\angle b = \angle c$ ②

Berdasarkan ① dan ②, maka $\angle a = \angle c$. Karena sudut-sudut sehadap ini besarnya sama, maka $\ell$ // $m$.

Jika garis $n$ memotong dua garis $\ell$ dan $m$ dan sudut-sudut dalam berseberangannya sama, maka garis $\ell$ dan $m$ sejajar. Oleh karena itu, berdasar gambar Contoh 1, kita dapat menyimpulkan bahwa

Jika $\angle a = \angle b$, maka $\ell$ // $m$.

**Soal 5** Pada gambar di kanan, $\angle a = \angle b$ dijelaskan seperti berikut. Isilah ☐ dengan sudut-sudut yang tepat.

Sudut-sudut sehadap yang dibentuk garis-garis sejajar besarnya sama, sehingga

$\angle a =$ ☐ ①

Karena sudut-sudut bertolak belakang besarnya sama, maka ☐ $= \angle b$ ②

Berdasarkan ① dan ②, ☐ = ☐.

Jika dibuat garis $n$ yang memotong dua garis sejajar $\ell$ dan $m$ yang sejajar, maka sudut-sudut dalam berseberangan yang terbentuk besarnya sama. Oleh karena itu, pada gambar di Soal 5, dapat disimpulkan bahwa

Jika $\ell$ // $m$, maka $\angle a = \angle b$.

**Soal 6** Pada gambar di kanan diketahui $\ell$ // $m$. Carilah besar $\angle x$ dan $\angle y$.

Bab 4 Menyelidiki Sifat-Sifat Bangun Geometri 105

## Kunci Jawaban

**Soal 5**

$\angle a =$ $\boxed{\angle c}$

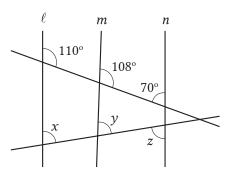
$\boxed{\angle c} = \boxed{\angle b}$

$\boxed{\angle a} = \boxed{\angle b}$

**Soal 6**

$\angle x = 100^\circ$; $\angle y = 55^\circ$

## Soal Sejenis

Manakah garis sejajar pada gambar berikut? Tunjukkan menggunakan simbol paralel! Lalu, manakah dari $\angle x$, $\angle y$, dan $\angle z$ yang memiliki sudut yang sama?

[ $\ell // n$, $\angle x = \angle z$ ]

### 11. Garis Sejajar dan Sudut Dalam Berseberangan

Peserta didik memahami hubungan antara garis sejajar dan sudut sehadap melalui kegiatan operasional. Akan tetapi, mengenai hubungan antara garis sejajar dan sudut sehadap, peserta didik dapat diajarkan secara deduktif apabila menggunakan sifat sudut bertolak belakang dan hubungan garis sejajar dan sudut sehadap. Maksudnya, di sini akan terjadi pembuktian sederhana.

Selain itu, hukum transisi persamaan berikut digunakan dalam pembuktian di halaman ini.

"Jika A = B dan B = C, maka A = C."

Hukum transisi tidak perlu dijelaskan secara detail, tetapi karena ini adalah metode yang akan sering digunakan dalam pembuktian di pembelajaran mendatang, peserta didik diharapkan memahami gagasan tersebut dengan benar.

Pada pembuktian di halaman ini, arahkan peserta didik menitikberatkan pada penjelasan lisan menggunakan gambar, kemudian memberikan arahan agar dapat mengisi kotak yang tersedia secara singkat pada **Soal 5**.

### 12. Penggunaan **Soal 6**

Ini adalah soal untuk mencari besar sudut dengan memanfaatkan fakta bahwa "jika dua garis lurus sejajar, sudut dalam berseberangnya sama".

Selain itu, peserta didik sebaiknya menguasai "jika sudut dalam berseberangnya sama, dua garis lurus akan sejajar" dengan menggunakan soal sejenis di atas.

## Kunci Jawaban

**Soal 7**

(1) $\angle x = 130^\circ$

(2) $\angle x = 120^\circ$, $\angle y = 40^\circ$

**Soal 8**

Dari gambar tersebut, $\angle c + \angle d = 180^\circ$

Karena itu,

$\angle c = 180^\circ - \angle d$ ①

Juga, dari $\angle a + \angle d = 180^\circ$,

$\angle a = 180^\circ - \angle d$ ②

Dari ①, ②,

$\angle c = \angle a$

Karena sudut dalam berseberangan bersarnya sama, maka

$\ell // m$

## Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

### 13. Penggunaan Penting

Apa yang telah dipelajari sejauh ini dirangkum sebagai "penting". Kedua "penting" berada dalam hubungan yang berlawanan, diharapkan peserta didik memperhatikan, bahkan jika asumsi dan kesimpulan saling ditukar, hasinya akan tetap.

Ini adalah aksioma dalam pembelajaran bangun geometri di sekolah menengah pertama (diakui benar sebagai titik awal pembuktian), mirip dengan kekongruenan segitiga yang akan dipelajari nanti, dan dalam Buku Siswa hlm.127–128, dirangkum sebagai "sifat bangun geometri".

### 14. Penggunaan Soal 7

Ini adalah soal untuk mengonfirmasi arti dari sifat garis sejajar dan cara menggunakannya. Peserta didik menggambar simbol garis sejajar pada gambar, mencari besarnya sudut sambil memastikan hubungan posisi antara sudut sehadap dan sudut dalam berseberangan.

Khususnya di (2), diharapkan ada aktivitas untuk menjelaskan bagaimana mencarinya.

Hal-hal yang telah kita selidiki sejauh ini dapat dirangkum sebagai berikut.

**PENTING** — **Sifat-Sifat Garis Sejajar**

Jika sebuah garis memotong dua garis sejajar, maka

1. sudut-sudut sehadap besarnya sama;
2. sudut-sudut dalam berseberangan besarnya sama.

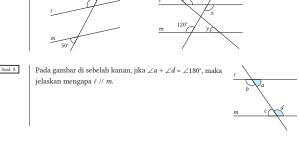
**PENTING** — **Syarat-Syarat Garis Sejajar**

Jika sebuah garis memotong dua garis, dan

1. sudut-sudut sehadap besarnya sama maka dua garis sejajar;
2. sudut-sudut dalam berseberangan besarnya sama maka dua garis.

**Soal 7** Pada gambar berikut, jika $\ell // m$, carilah besar $\angle x$ dan $\angle y$.

(1) (2)

**Soal 8** Pada gambar di sebelah kanan, jika $\angle a + \angle d = \angle 180^\circ$, maka jelaskan mengapa $\ell // m$.

### 15. Penggunaan Soal 8

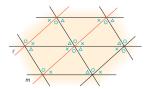
Peserta didik bisa menggunakan syarat agar menjadi garis sejajar, serta menjelaskan bahwa sudut sehadapnya sama. Peserta didik dapat dengan mudah menunjukkan bahwa $\angle a = \angle c$, asalkan menggunakan fakta bahwa sudut garis lurus adalah $180^\circ$ dan asumsi bahwa $\angle a + \angle d = 180^\circ$. Namun, menjelaskan ini adalah suatu kegiatan yang kurang dikuasai peserta didik, sehingga penting sekali membuat kalimat penjelasan melalui kegiatan saling menjelaskan dan berkomunikasi.

Perhatikan bahwa sudut yang berada dalam hubungan posisi, seperti $\angle a$ dan $\angle d$ disebut sudut dalam ipsilateral (istilah tersebut saat ini tidak digunakan lagi di SMP maupun SMA). Mungkin berguna untuk mengetahui bahwa jumlah sudut dalam ipsilateral dari garis sejajar adalah $180^\circ$.

## 2 Sudut Segi Banyak (Poligon)

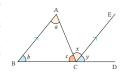
**Tujuan** Peserta didik dapat menyelidiki sifat dari sudut segitiga.

**Sudut Dalam dan Sudut Luar Segitiga**

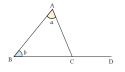
Gambar berikut dibentuk dari pengubinan segitiga-segitiga kongruen. Dari gambar ini, apa yang dapat disimpulkan tentang sudut-sudut segitiga? Selain itu, hubungan apa yang terbentuk antara garis $\ell$ dan m?

Pada gambar $\triangle ABC$ di sebelah kanan, sisi BC diperpanjang ke arah C sehingga terbentuk BD, dan garis CE dikonstruksi sejajar BA. Sudut-sudut dalam berseberangan yang terbentuk besarnya sama dan BA // CE, sehingga $\angle a = \angle x$. Sudut-sudut sehadap yang terbentuk oleh garis-garis sejajar juga besarnya sama sehingga BA // CE dan $\angle b = \angle y$. Dengan demikian,

$= \angle a + \angle b + \angle c$

$= \angle x + \angle y + \angle c$

$= 180^\circ$

**Berpikir Matematis**
Kita dapat menunjukkan jumlah besar sudut-sudut segitiga 180° menggunakan sifat garis-garis sejajar.

Pada gambar di sebelah kanan, sudut manakah yang besarnya sama dengan $\angle a + \angle b$? Tunjukkan jawabanmu pada gambar, dan berilah penjelasan. Selain itu, tuliskan persamaannya dengan menggunakan bentuk aljabar.

Bab 4 Menyelidiki Sifat-Sifat Bangun Geometri 107

BAB 4 | Menyelidiki Sifat-Sifat Bangun Geometri

# 2 Sudut Segi Banyak (Poligon)

4 jam

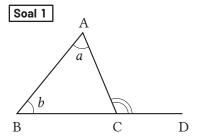
## Tujuan

1. Dapat mengonfirmasi secara logis sifat-sifat yang terkait dengan sudut dalam dan luar segitiga dengan menggunakan sifat garis sejajar.
2. Dapat mencari jumlah sudut dalam dan jumlah sudut luar poligon berdasarkan sifat-sifat sudut segitiga.

## Kunci Jawaban

Jumah 3 buah sudut segitiga adalah 180 derajat.

$\ell // m$

**Soal 1**

Dari fakta bahwa jumlah ketiga sudut segitiga adalah 180°,

$\angle ACB = 180^\circ - (\angle a + \angle b)$ ①

Dari gambar,

$\angle ACB = 180^\circ - \angle ACD$ ②

Dari ①, ②,

$\angle a + \angle b = \angle ACD$

## Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

### 1. Penggunaan 

Peserta didik diharapkan mengulas kembali bahwa jumlah total ketiga sudut segitiga adalah 180° menggunakan cara seperti yang telah dipelajari di SD, yaitu dengan cara menyusun segitiga yang kongruen. Selain itu, dengan memperhatikan sudut yang saling sehadap dan sudut dalam berseberangan, dan dengan memahami bahwa $\ell // m$, maka dapat menghubungkan ke penjelasan yang menggunakan garis sejajar.

### 2. Perlunya Penjelasan Deskriptif

Peserta didik diharapkan mengonfirmasikan bahwa tidak mungkin untuk memeriksa jumlah sudut untuk semua segitiga dengan metode berdasarkan eksperimen dan pengukuran aktual seperti pada Q, serta diharapkan menyadari perlunya menjelaskan secara deskriptif.

Bukan menunjukkan garis bantu untuk penjelasan secara sepihak dari guru, tetapi peserta didik diajak berpikir bagaimana cara menggambar garis sejajar berdasarkan gambar di Q.

### 3. Penggunaan Soal 1

Bahwa sudut luar segitiga sama dengan jumlah dua sudut dalam yang tidak saling bersebelahan, telah ditunjukkan dalam bukti di atas, namun ini mudah terlewatkan. Ini adalah soal untuk memahami dengan jelas mengenai hal tersebut. Di sini, fokusnya pada hubungan antara sudut dalam dan sudut luar segitiga. Istilah sudut dalam dan sudut luar akan diajarkan pada halaman berikutnya.

## Kunci Jawaban

**Soal 2**

Karena sudut sehadap garis sejajar adalah sama, maka

$\angle b = \angle d,\ \angle c = \angle e$

sehingga,

$\angle a + \angle b + \angle c$

$= \angle a + \angle d + \angle e$

$= 180^\circ$

**Soal 3**

**Soal 4**

(1) $\angle x = 53^\circ$ (2) $\angle x = 75^\circ$

(3) $\angle x = 30^\circ$

**Soal 2**

Jelaskan bahwa jumlah ketiga sudut $\Delta ABC$ adalah 180° dengan membuat garis $\ell$ sejajar sisi BC dan melalui titik A seperti ditunjukkan pada gambar.

Pada $\Delta ABC$, $\angle A$, $\angle B$, dan $\angle C$ disebut *sudut-sudut dalam*. Sudut-sudut yang dibentuk oleh sebuah sisi dan perpanjangan sisi, seperti $\angle ACD$ atau $\angle BCE$ disebut *sudut-sudut luar* pada titik C dari $\Delta ABC$.

**Soal 3**

Pada $\Delta ABC$ pada gambar di atas, tunjukkan sudut-sudut luar di titik A dan B.

Kita dapat merangkum sifat-sifat sudut dalam dan sudut luar segitiga seperti berikut.

**PENTING**

**Sifat-Sifat Sudut Segitiga**

1. Jumlah sudut-sudut dalam segitiga adalah 180°.
2. Jumlah sudut luar segitiga sama dengan jumlah dua sudut dalam yang tidak berdampingan dengan sudut luar tersebut.

**Soal 4**

Carilah $\angle x$ pada gambar-gambar berikut.

(1) 55°, 72°, $x$ (2) 30°, 45°, $x$ (3) 60°, $x$

108 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

### 4. Penggunaan **Soal 2**

Dengan menggunakan gambar di Q halaman sebelumnya sebagai petunjuk, ubah metode menggambar garis bantu (garis sejajar), lalu jelaskan bahwa jumlah ketiga sudut segitiga tersebut adalah 180°. Usahakan memasukkan aktivitas untuk saling menjelaskan dan berkomunikasi dalam kelompok kecil dengan menggunakan istilah matematika, seperti "sudut sehadap dari garis sejajar adalah sama".

### 5. Sudut Dalam dan Sudut Luar

Selama ini, yang biasa disebut "sudut segitiga" adalah sudut dalam, dan ajarkan bahwa sebaiknya ada juga sudut luar.

Sudut luar dari poligon ada dua untuk satu titik sudut, tetapi keduanya sama karena berada dalam hubungan sudut bertolak belakang.

Selain itu, terjadi kesalahan dalam menangkap sudut luar seperti terlihat pada gambar kanan bawah. Guru memastikan bahwa peserta didik memahaminya, yaitu dengan menggabungkan pekerjaan seperti menggambar sudut luar menjadi segitiga sembarang.

### 6. Sifat-Sifat Sudut-Sudut Segitiga dan Penggunaan **Soal 4**

Jumlah sudut-sudut dalam segitiga adalah 180°, adalah hal yang telah dipelajari oleh peserta didik sejak sekolah dasar sehingga telah mereka pahami dengan baik. Di sisi lain, sifat sudut luar segitiga sering dilupakan.

Dalam (2) dan (3), jika sifat sudut luar segitiga digunakan, maka dapat dengan mudah diketahui masing-masing, yaitu

(2) $\angle x = 45^\circ + 30^\circ = 75^\circ$

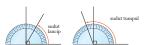
(3) $\angle x = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

Dalam situasi seperti itu, guru mengarahkan peserta didik untuk menyadari sifat sudut luar setiap kali mereka memiliki kesempatan.

Berapakah jumlah sudut luar dari sebuah segitiga? Jelaskan dengan menggunakan sifat-sifat dari sudut-sudut segitiga.

Catatan Jumlah sudut-sudut luar berarti jumlah dari sudut-sudut luar pada tiap titik sudut.

Sebagaimana kita ketahui dari penyelidikan di Soal 5, jumlah sudut-sudut luar segitiga adalah 360°.

Sudut yang besarnya lebih dari 0° dan kurang dari 90° disebut *sudut lancip*. Sudut yang besarnya lebih dari 90° dan kurang dari 180° disebut *sudut tumpul*.

Segitiga dapat dikelompokkan ke dalam tiga jenis berdasarkan sudut-sudut dalamnya.

① Segitiga lancip: Besar ketiga sudut dalamnya lancip.
② Sudut siku-siku: Besar salah satu sudut dalamnya 90°.
③ Segitiga tumpul: Besar salah satu sudut dalamnya tumpul.

Sisi segitiga yang berada di depan sudut siku-siku disebut *hipotenusa* atau *sisi miring*.

**Bab 4** Menyelidiki Sifat-Sifat Bangun Geometri 109

## Kunci Jawaban

**Soal 5**

360°

⟨Alasan⟩

Pada sembarang titik sudut, jumlah sudut dalam dan satu sudut luar adalah 180°. Karena itu,

$$\angle a + \angle d + \angle b + \angle e + \angle c + \angle f$$
$$= 180^\circ \times 3 = 540^\circ$$

Karena jumlah sudut dalam segitiga adalah 180°, jumlah sudut luar segitiga adalah

$$\angle d + \angle e + \angle f = 540^\circ - 180^\circ$$
$$= 360^\circ$$

### 7. Penggunaan **Soal 5**

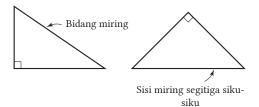
Ini adalah soal yang membuat peserta didik berpikir sebagai salah satu contoh bahwa jumlah sudut luar poligon adalah 360°. Untuk poligon lainnya pun, dapat dipikir dengan cara penjelasan yang sama. Diharapkan peserta didik memahami dengan baik muatan konkret yang disebut sudut luar segitiga, dan menghubungkannya dengan aktivitas mencari jumlah sudut luar poligon.

### 8. Klasifikasi Segitiga Berdasarkan Besar Sudut

Setelah menjelaskan sudut lancip dan tumpul, biarkan peserta didik memahami bahwa segitiga dapat diklasifikasikan menjadi tiga jenis menurut besar sudut dalamnya. Pada saat itu, peserta didik diminta memperhatikan dari 3 sudut dalam segitiga. Klasifikasi didasarkan pada sudut terbesarnya apakah sudut lancip, sudut siku-siku, atau sudut tumpul. Selain itu, pastikan juga sudut siku-siku atau sudut tumpul dalam segitiga tidak lebih dari dua.

### 9. Sisi Miring Segitiga Siku-Siku

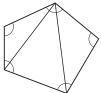
Gambar di sisi kiri Buku Siswa memudahkan untuk memahami sisi diagonal, tetapi mungkin membingungkan jika ditempatkan seperti yang ditunjukkan pada gambar di sisi kanan. Pastikan bahwa sisi yang berhadapan dengan sudut siku-siku adalah sisi miring, bagaimanapun penempatannya.

Pembahasan sisi miring (hipotenusa) penting untuk syarat kongruensi segitiga siku-siku dan teorema persegi di kelas IX, maka harus diajarkan dengan cermat.

### 10. Penggunaan Balon Ucapan

Di sini, kita telah mempelajari sifat sudut segitiga. Peserta didik diajak fokus pada sudut-sudut poligon lainnya dan termotivasi untuk mempelajari halaman berikutnya.

## Kunci Jawaban

(Contoh)

Jika Anda menggambar dua garis diagonal dari satu titik sudut, Anda dapat membaginya menjadi tiga segitiga. Oleh karena itu, jumlah sudut interior segi lima adalah

$$180^\circ \times 3 = 540^\circ$$

| Bangun bersudut 4 | Bangun bersudut 6 | Bangun bersudut 7 | Bangun bersudut 8 |
|---|---|---|---|
| **4** | **6** | **7** | **8** |
| **2** | **4** | **5** | **6** |
| $180^\circ \times 2$ | $180^\circ \times 4$ | $180^\circ \times 5$ | $180^\circ \times 6$ |

Jumlah yang telah dikurangi 2 dari jumlah simpul poligon, akan menjadi jumlah segitiga. Jumlah dari sudut dalam dari bangun bersudut sepuluh adalah

$$180^\circ \times (10 - 2) = 1.440^\circ$$

## Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

### 11. Jumlah Sudut Dalam dari Poligon

Tujuannya adalah menemukan bahwa jumlah dari sudut-sudut dalam dari suatu bentuk bersudut-$n$ dinyatakan sebagai $180^\circ \times (n - 2)$. Dapat juga untuk mencari dengan berbagai metode dan memverifikasi bahwa mereka cocok secara keseluruhan.

### 12. Kegiatan Matematis Saat Ini

Saat ini, membahas "aktivitas mencari jumlah sudut dalam segitiga bersudut $n$, berdasarkan jumlah sudut dalam segitiga" sebagai kesempatan untuk mengerjakan aktivitas matematika yang ditunjukkan dalam Muatan Panduan Pembelajaran.

### 13. 

Penggunaan Q

Di kelas V sekolah dasar, sebagai kegiatan matematika, "suatu kegiatan untuk mempertimbangkan dan menjelaskan secara deduktif bahwa penjumlahan dari ukuran keempat sudut segi empat adalah 360°". Selain itu, gagasan tersebut diterapkan pada segi lima dan segi enam untuk menyelidiki jumlah sudut dalam. Di sini, kita melihat kembali pengalaman belajar di sekolah dasar dan menjelaskan serta mengomunikasikan bagaimana membagi segi lima menjadi segitiga. Berdasarkan aktivitas Q, peserta didik menyimpulkan bahwa metode yang digunakan untuk segi lima dapat digunakan untuk poligon lain dengan cara yang sama. Caranya membagi menjadi segitiga dengan garis diagonal dari satu titik, dan menghitung jumlah sudut dalam dari poligon.

Temukan secara induktif hubungan antara jumlah titik sudut poligon dan jumlah segitiga yang dapat dibentuk.

**Jumlah Sudut Dalam Segi Banyak**

Tujuan: Peserta didik dapat menyelidiki sifat sudut segi banyak.

Mari kita cari jumlah sudut-sudut dalam dari sebuah pentagon (segi lima). Jelaskan!

1 Pada Q, Heru menemukan jumlah sudut-sudut dalam sebuah pentagon (segi lima). Jelaskan!

Segi lima dapat dibagi ke dalam tiga segitiga dengan menarik diagonal-diagonal dari salah satu titik sudut, sehingga jumlah sudut dalamnya adalah

$$3 \times 180^\circ = 540^\circ$$

Lengkapi tabel berikut dengan mengikuti Cara Heru dan tentukanlah jumlah sudut-sudut dalam dari berbagai segi banyak.

**Berpikir Matematika**

Kita dapat menduga bahwa jumlah sudut-sudut dalam suatu segi banyak dapat dicari dengan cara serupa segi lima.

| | Segi-3 | Segi-4 | Segi-5 | Segi-6 | Segi-7 | Segi-8 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Banyak Titik Sudut | 3 | | 5 | | | |
| Banyaknya Segitiga | 1 | | 3 | | | |
| Jumlah Sudut-Sudut Dalam | $1 \times 180^\circ$ | | $3 \times 180^\circ$ | | | |

Dari tabel 1, apakah hubungan antara banyaknya titik sudut dan banyaknya segitiga? Bentuk aljabar apa yang dapat digunakan untuk menentukan jumlah sudut-sudut dalam sebuah segi-10?

110 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

Sangat mudah untuk memperhatikan bahwa jumlah segitiga bertambah 1 jika jumlah simpul bertambah 1. Kemudian, dengan mengamati tabel, kita menemukan bahwa banyaknya segitiga adalah jumlah simpul dikurangi 2. Alasannya dapat dijelaskan dengan memfokuskan pada jumlah garis diagonal yang dapat ditarik dari satu titik.

### 14. Penggunaan 1, Penalaran Matematis 1, dan 2

Berdasarkan aktivitas Q, peserta didik menyimpulkan bahwa metode untuk segi lima dapat digunakan untuk poligon lain. Dengan cara yang sama, dan membaginya menjadi segitiga dengan garis diagonal yang diambil dari satu titik, dan mencari jumlah sudut dalam dari poligon.

Peserta didik menemukan secara induktif hubungan antara jumlah segitiga yang dapat dibagi jumah titik dari poligon.

Peserta didik mungkin akan sangat mudah untuk menyadari bahwa jumlah segitiga bertambah 1 jika jumlah titik sudut bertambah 1. Kemudian, dengan mengamati tabel, peserta didik menemukan bahwa banyaknya segitiga adalah jumlah titik sudut dikurangi 2. Alasannya dapat dijelaskan dengan memfokuskan pada jumlah garis diagonal yang dapat ditarik dari satu titik.

Dengan menggunakan ini, jumah sudut dalam bangun bersudut sepuluh dapat dicari dengan $180^\circ \times (10 - 2)$, tanpa perlu menggambarnya.

Pada bagian di halaman sebelumnya, jika kita misalkan $n$ adalah banyaknya titik sudut segi banyak, bentuk aljabar seperti apa yang dapat digunakan untuk menentukan jumlah sudut-sudut dalam dari sebuah segi banyak?

Jika jumlah sudut adalah $n$, berapakah jumlah sudut segitiga?

Dari hasil penyelidikan kita sejauh ini, jumlah sudut-sudut dalam dari segi banyak dengan $n$ titik sudut dapat dirangkum sebagai berikut.

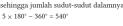
PENTING

**Jumlah Sudut-Sudut Dalam Segi Banyak**

Jumlah sudut-sudut dalam segi banyak dengan $n$ titik sudut adalah $(n-2) \times 180°$.

Pada di halaman sebelumnya, Dewi menemukan jumlah sudut-sudut dalam dari segi-5 sebagai berikut.

Ambil titik P di dalam segi-5 dan hubungkan ke tiap titik sudut, sehingga jumlah sudut-sudut dalamnya adalah

$5 \times 180° - 360° = 540°$

Dengan menggunakan Cara Dewi, tentukan jumlah sudut dalam segi banyak dengan $n$ titik sudut, dan tunjukkan bahwa besarnya adalah $(n-2) \times 180°$.

Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut bila diketahui jumlah sudut dalam sebuah segi banyak dengan titik sudut $n$ adalah $(n-2) \times 180°$.

(1) Berapakah jumlah sudut dalam segi-12?

(2) Berapakah besar sebuah sudut dalam dari segi-12 beraturan?

(3) Segi banyak mana yang jumlah sudut dalamnya 1.260°.

Bab 4 Menyelidiki Sifat-Sifat Bangun Geometri 111

BAB 4 | Menyelidiki Sifat-Sifat Bangun Geometri

## Kunci Jawaban

$180° \times (n-2)$

Karena dibagi menjadi lima segitiga, maka jumlah sudut dalamnya adalah

$180° \times 5 = 900°$

Dengan mengurangi 360°, jumlah sudut di sekitar titik internal P, dari 900° ini,

$900° - 360° = 540°$

Jika dicari dengan Cara Dewi,

$180° \times n - 360°$

Di samping itu,

$180° \times (n-2)$

$= 180° \times n - 180° \times 2$

$= 180° \times n - 360°$

Oleh karena itu, $180° \times n - 360°$ sama dengan $180° \times (n-2)$.

**6**

(1) $180° \times (12-2) = 1800°$

(2) $1800° : 12 = 150°$

(3) Jika poligon yang dicari adalah bangun bersudut $n$,

$180° \times (n-2) = 1260°$

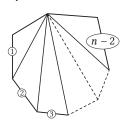
$n - 2 = 7$

$n = 9$

Jawaban: Nonagon

### 15. Penggunaan 3

Untuk peserta didik yang tidak dapat mengekspresikan dengan rumus menggunakan huruf $n$, diarahkan untuk berpikir secara induktif bahwa jumlah sudut dalam segi empat dan segi lima dapat dihitung dengan rumus $180° \times (4-2)$ dan $180° \times (5-2)$.

Dalam bangun bersudut $n$, dapat ditarik garis-garis diagonal $(n-3)$, kecuali titik itu sendiri dan titik di kedua sisi sebelahnya dari satu titik sudut, sehingga dapat dibagi menjadi daerah sejumah $(n-2)$. Untuk memahami secara grafis bahwa dapat dibagi menjadi sejumah $(n-2)$, sisi-sisi segitiga dapat ditandai dengan angka.

### 16. Penggunaan 4 dan 5

Cara penyelesaian Dewi adalah mengurangi 360° di sekitar titik P yang merupakan sudut tambahan, dari jumlah sudut dalam dari lima buah segitiga. Di sini, seperti pada 1, mencari jumlah sudut dalam segi enam, heptagon, dan lain-lain dengan cara ini. Berdasarkan hal itu, dapat digeneralisasikan pada bangun bersudut $n$.

Rumus $180° \times n - 360°$ yang diturunkan dengan cara ini dapat berubah menjadi,

$180° \times n - 360° = 180° \times n - 180° \times 2$

$= 180° \times (n-2)$

Namun, karena tidak terbiasa dengan perubahan rumus seperti itu, maka ada baiknya tanda kurung dari rumus $180° \times (n-2)$ dihilangkan dan menunjukkannya menjadi $180° \times n - 360°$.

## Kunci Jawaban

Cukup dengan mengurangi 180° jumlah sudut dalam $\Delta PDC$, dari jumlah sudut dalam keempat segitiga $\Delta PBC$, $\Delta PAB$, $\Delta PEA$, dan $\Delta PDE$. Sehingga, jumlah sudut dalam segi lima adalah

$180^\circ \times 4 - 180^\circ = 540^\circ$.

Cermati

Berpikir dengan Mengitari Titik P

Ketika kita menemukan jumlah sudut-sudut dalam segi-5, kita membagi segi-5 tersebut ke dalam segitiga-segitiga dengan cara berikut.

Membagi dari titik sudut. Membagi dari titik dalam. Membagi dari titik pada sisi.

Jika kita berpikir cara-cara ini sebagai "menghubungkan sembarang titik P ke setiap titik sudut segi-5 dan menggerakkan P ke yang lain", maka kita akan melihat cara-cara tersebut sebagai satu kesatuan ide.

Memindahkan titik P ke titik A. Ambil titik P di dalam segi-5. Memindahkan titik P ke sisi CD.

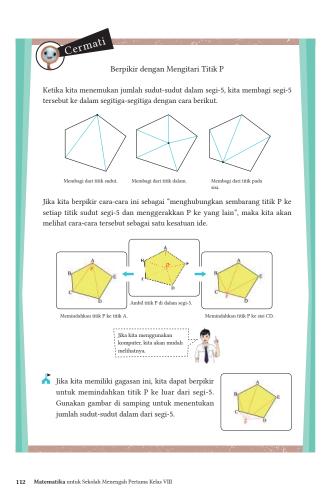
Jika kita menggunakan komputer, kita akan mudah melihatnya.

Jika kita memiliki gagasan ini, kita dapat berpikir untuk memindahkan titik P ke luar dari segi-5. Gunakan gambar di samping untuk menentukan jumlah sudut-sudut dalam dari segi-5.

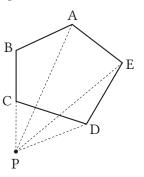
112 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

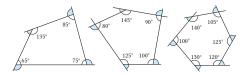
### 17. Mari Berpikir dengan Menggerakkan Titik P

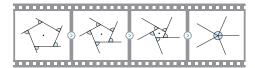
Di sini, menunjukkan contoh tiga cara membagi menjadi segitiga saat menghitung jumlah sudut dalam segi lima. Cara-cara ini dapat dipertimbangkan secara terintegrasi dengan berpikir bahwa satu titik sembarangan dipindahkan ke puncak, bagian dalam, atau diagonal segi lima. Jika guru menggunakan perangkat lunak menggambar di komputer, peserta didik dapat melihat pergerakan titik P dan memperdalam perspektif dan cara berpikir peserta didik tentang bangun.

### 18. Penggunaan Cermati

Jika melakukan perspektif menyeluruh seperti yang dijelaskan pada 17, maka gagasan untuk memindahkan titik P ke bagian luar segi lima muncul secara alami. Dalam hal ini, jika peserta didik mengurangi bagian tambahan, yaitu jumlah sudut dalam $\Delta PDC$ adalah 180°, menggunakan jumlah bagian dalam 4 segitiga, maka dapat dicari jumlah sudut dalam pada segi lima.

Selain itu, seperti yang ditunjukkan pada gambar di sebelah kanan, peserta didik diharapkan berpikir cara mencari jumlah sudut dalam segi lima ketika titik P berada di luar, serta titik B, C, dan P berada pada garis lurus.

**Jumlah Sudut Luar Segi Banyak**

Gambar berikut menunjukkan sudut-sudut luar di tiap titik sudut segi empat, segi-5, dan segi-6. Berapakah jumlah sudut-sudut luarnya? Dari hasil perhitungan, apa dugaanmu tentang jumlah sudut-sudut luar segi banyak?

**Berpikir Matematis**
Dengan menemukan jumlah sudut luar segi banyak tertentu, kita dapat menemukan aturan untuk mencari jumlah sudut luar segi banyak.

Jumlah sudut luar segi-5 dapat dicari dengan cara berikut. Pada tiap titik sudut, jumlah sudut dalam dan sudut luarnya selalu 180°. Oleh karena itu, jumlah sudut dalam dan sudut luar dari 5 titik sudut adalah $5 \times 180° = 900°$.
Jumlah sudut-sudut dalam segi-5 adalah $(5 - 2) \times 180° = 540°$. Oleh karena itu, jumlah sudut-sudut luar segi-5 adalah
$900° - 540° = 360°$.

Selain itu, jumlah sudut luar segi-5, yaitu 360°, dapat dicari dengan translasi sisi-sisinya seperti berikut.

Soal 6 | Carilah jumlah sudut luar segi-8.

BAB 4 | Menyelidiki Sifat-Sifat Bangun Geometri

**Bab 4** Menyelidiki Sifat-Sifat Bangun Geometri 113

## Kunci Jawaban

Segi-4

$45° + 115° + 105° + 95° = 360°$

Segi-5

$35° + 100° + 55° + 80° + 90° = 360°$

Segi-6

$75° + 40° + 80° + 50° + 60° + 55° = 360°$

Dari hasil ini, dapat diprediksi bahwa jumlah sudut luar poligon adalah 360°.

**Soal 6**

Jika menjumlahkan semua jumlah sudut dalam dan satu sudut luar pada delapan titik sudut, maka

$180° \times 8 = 1.440°$

Sebaliknya, jumlah sudut dalam dari segi delapan adalah $180° \times (8 - 2) = 1.080°$.

Oleh karena itu, jumlah sudut luar dari segi-8 adalah

$1.440° - 1.080° = 360°$

### 19. Jumlah Sudut Luar dari Poligon

Peserta didik sudah mencari jumlah sudut dalam poligon pada Buku Siswa halaman 112–113, namun, peserta didik diharapkan juga memikirkan apakah jumlah sudut luar poligon ada aturannya atau tidak. Peserta didik diharapkan menyadari dapat menemukan soal-soal baru sambil mengulas kembali pembelajaran jumlah sudut luar dari segitiga-segitiga Buku Siswa halaman 114.

### 20. Penggunaan Q, Penalaran Matematis 2

Ini adalah soal untuk mencari secara induktif bahwa jumlah sudut luar poligon adalah 360°. Peserta didik menemukan jumlah sudut luar segitiga, segi empat, segi lima, dan segi enam yang disebutkan di atas, serta dari hasil itu, memprediksi apa yang terjadi pada heptagon, oktagon, dan seterusnya. Jika diperkenalkan muatan belajar "Berapa kali sudut rotasi pensil?" Pada halaman berikutnya, peserta didik secara intuitif dapat memahami bahwa itu akan menjadi 360°.

Setelah Q, peserta didik memahami bahwa jumlah sudut dalam yang diambil pada setiap titik sudut poligon adalah "jumlah sudut dalam" poligon, seperti dalam kasus segitiga.

### 21. Jumlah Sudut Bangun Bersudut *n*

Cara menemukannya ada dua poin, yaitu sebagai berikut.

(1) Jumlah satu sudut dalam suatu poligon dan sudut luarnya harus 180°.

(2) Jumlah sudut dalam poligon harus $180° \times (n - 2)$.

Maksudnya, jika mengurangi $180° \times (n - 2)$ jumlah sudut dalam, dari $180° \times n$ jumlah sudut luar dari bangun bersudut $n$, maka dapat mencari jumah sudut luar. Dengan begitu, peserta didik akan memikirkan urutan segi lima, segi enam, dan bangun bersudut $n$. Dari hasil perhitungan, terlihat bahwa jumlah sudut luar selalu 360° berapa pun nilai $n$-nya.

Gambar yang ditampilkan di bagian bawah Buku Siswa adalah gambar dari lima sudut luar yang tampak berkumpul di satu titik saat kita melangkah lebih jauh.

## Kunci Jawaban

**Soal 7**

(1) $360^\circ : 45^\circ = 8^\circ$

Jawaban: Oktagon biasa

(2) $180^\circ - 160^\circ = 20^\circ$

$360^\circ : 20^\circ = 18^\circ$

Jawaban: Oktadekagon

$\angle$B...50°, $\angle$C...70°, $\angle$D...60°,
$\angle$E...60°, $\angle$F...40°, $\angle$A...80°
Jika dijumlahkan menjadi 360°, yang berarti total rotasinya 360°.

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**22. Penggunaan** Soal 7

Ini adalah soal yang menggunakan pendapat bahwa dalam poligon beraturan, sudut luarnya pun semua sama.

Pada (2) merupakan muatan yang membuat peserta didik mempunyai kesan bahwa menggunakan sudut luar lebih mudah, meskipun boleh juga mencari $n = 18$ dari rumus $180^\circ \times (n - 2) = 160^\circ \times n$ dengan menggunakan cara mencari jumlah sudut dalam.

**23. Penggunaan Balon Ucapan**

Peserta didik memperhatikan untuk mempunyai ketertarikan pada situasi di mana mereka menggunakan apa yang telah dipelajari, dan peserta didik diharapkan memiliki kesadaran akan pentingnya pembuktian.

**24. Berapa Derajat Sudut Rotasi Pensil?**

Fakta bahwa jumlah sudut luar suatu poligon adalah 360° dapat dipahami secara intuitif sebagai jumlah sudut rotasi tersebut. Dengan kata lain, sudut rotasi pada setiap titik sudut sama dengan sudut luarnya, dan dapat dipahami bahwa jumlah sudut luarnya adalah 360° karena terjadi satu putaran dan kembali ke posisi semula.

**Referensi** — **Jumah Sudut Dalam dan Jumlah Sudut Luar Poligon**

Seperti yang ditunjukkan pada gambar di sebelah kanan, tarik keluar salah satu titik P sembarang di bagian atas ΔABC (tiga titik sudut A, B, C sudah tetap) yang terbuat dari tali elastis, membuat persegi ABCP. Melalui praktik ini, dapat diketahui bahwa setiap pertambahan jumlah sisi dalam

Jumlah sudut luar dari sebuah segi banyak dengan $n$ titik sudut dapat ditentukan dengan cara berikut.
(Jumlah sudut-sudut luar segi banyak dengan $n$ titik sudut)
= $n \times 180^\circ$ − (Jumlah sudut-sudut dalam segi banyak dengan $n$ titik sudut)
= $n \times 180^\circ - (n - 2) \times 180^\circ$
= $360^\circ$

PENTING
**Jumlah Sudut Luar Segi Banyak**
Jumlah sudut luar segi banyak dengan $n$ titik sudut adalah 360°.

Soal 7 Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.
(1) Segi banyak beraturan apakah yang memiliki satu sudut luarnya 45°?
(2) Segi banyak beraturan apakah yang memiliki satu sudut luarnya 160°?

45° 45° 45°

Sekarang kita mengetahui jumlah sudut-sudut dalam dan sudut luar segi banyak.

Apa yang dapat kita ketahui dari sifat-sifat garis-garis sejajar dan segi banyak sejauh ini? Hlm.122

Cermati
**Berapakah Sudut Rotasi dari Pensil?**

Diketahui sebuah segi-6 pada gambar di kanan. Tempatkan sebuah pensil pada titik sudut A dan gerakkan pensil tersebut sepanjang sisi-sisi segi-6, pensil berubah arah di tiap titik sudutnya. Pada setiap titik sudut, berapa derajatkah pensil melakukan rotasi (berputar)? Ketika pensil kembali ke tempat mula-mula, berapakah jumlah total sudut rotasinya?

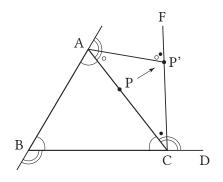
E D F C A B 120° 120° 140° 110° 100° 130°

114 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

poligon, maka jumlah sudut dalam bertambah 180°.

Demikian pula, saat membandingkan sudut luar dari ΔABC dan segi empat ABCP', dengan mengubahnya menjadi segi empat, maka sudut luar akan berkurang pada bagian $\angle$P'AC dan $\angle$P'CA saja. Sebagai gantinya akan muncul $\angle$AP'F sebagai sudut luar baru. Pada saat ini, karena terdapat hubungan $\angle$P'AC + $\angle$P'CA = $\angle$AP'F, dapat diketahui bahwa jumlah sudut dalamnya tidak berubah.

## Mari Kita Periksa

**1**

Sudut-Sudut Bertolak Belakang [Hlm.103] S 2
Sudut Sehadap dan Sudut Dalam Berseberangan [Hlm.103] S 3

Dengan menggunakan gambar di sebelah kanan, jawablah tiap pertanyaan berikut.

(1) Tentukan sudut-sudut yang besarnya sama dengan $\angle a$.

(2) Tentukan sudut bertolak belakang, sudut sehadap, dan sudut dalam berseberangan dari $\angle h$.

**2**

Garis Sejajar dan Sudut Sehadap [Hlm.104] S 4
Garis Sejajar dan Sudut Dalam Berseberangan [Hlm.105] S 6

Pada gambar (1) berikut, tentukan garis-garis sejajar. Nyatakan garis-garis sejajar dengan simbol kesejajaran. Pada gambar (2) berikut, jika $\ell$ // $m$, tentukan besar $\angle x$ dan $\angle y$.

(1)

(2)

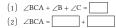
**3**

Sudut Dalam dan Sudut Luar Segitiga [Hlm.107] S 1 [Hlm.108] S 4

Pada ΔABC di samping, isilah ☐ dengan bilangan dan sudut yang tepat.

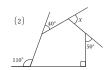
(1) $\angle$BCA + $\angle$B + $\angle$C = ☐

(2) $\angle$BCA = ☐ + ☐

**4**

Jumlah Sudut-Sudut Dalam Segi Banyak [Hlm.111]
Jumlah Sudut Luar Segi Banyak [Hlm.114] S 7

Carilah $\angle x$ pada gambar-gambar berikut.

(1)

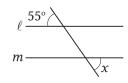
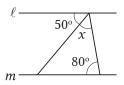
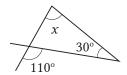
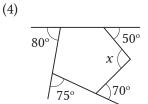
(2)

## Soal Sejenis

Temukan besar $\angle x$ pada gambar berikut.

(1) $\ell // m$

(2) $\ell // m$

(3)

(4)

[ (1) $\angle x$ = 55° (2) $\angle x$ = 50°
(3) $\angle x$ = 80° (4) $\angle x$ = 95° ]

## Mari Kita Periksa

1 jam

### Kunci Jawaban

**1**

(1) $\angle c$

(2) Sudut bertolak belakang...$\angle f$
Sudut sehadap...$\angle d$
Sudut dalam berseberangan ...$\angle b$

**2**

(1) $k$//n, $\ell // m$

(2) $\angle x$ = 130°, $\angle y$ = 65°

**3**

(1) 180

(2) $\angle$B($\angle$ABC), $\angle$C($\angle$ACB)

**4**

(1) $\angle x$ = 80°

(2) $\angle x$ = 70°

## Kekongruenan Bangun-Bangun Geometri

7 jam

### 1 Bangun-Bangun Geometri yang Kongruen

1 jam

**Tujuan**

Dapat menyelidiki bangun-bangun geometri yang kongruen.

**Kunci Jawaban**

ΔDEF, ΔJKL

**Soal 1**

Titik bersesuaian

Titik A dan D, titik B dan titik E,

Titik C dan titik F

Sisi bersesuaian

Sisi AB dan sisi DE, sisi BC dan sisi EF,

Sisi CA dan sisi FD

Sudut bersesuaian

∠A dan ∠D, ∠B dan ∠E,

∠C dan ∠F

# 2 Kekongruenan Bangun-Bangun Geometri

## 1 Bangun-Bangun Geometri yang Kongruen

• Tujuan • Peserta didik dapat menyelidiki bangun-bangun geometri yang kongruen.

Pada gambar berikut, carilah segitiga-segitiga yang kongruen dengan ΔABC. Potonglah gambar ΔABC pada bagian akhir buku ③, dan selidikilah sifat-sifatnya.



**Ulasan**
Bangun-bangun geometris yang dibalik dan tepat satu sama lain, maka keduanya merupakan bangun-bangun yang kongruen.
SD Kelas V

Soal 1 Tentukan titik-titik yang bersesuaian, sisi-sisi bersesuaian, dan sudut-sudut bersesuaiannya dari ΔABC dan ΔDEF di Q.

**Ulasan**
Ketika bangun-bangun geometri tepat sama satu sama lain, maka titik, sisi, dan sudut yang saling tepat sama dinamakan titik-titik, sisi-sisi, dan sudut-sudut bersesuaian.
SD Kelas V

Simbol ≅, seperti pada ΔABC ≅ ΔDEF, digunakan untuk menyatakan kekongruenan antara ΔABC dan ΔDEF. Notasi tersebut dibaca 'segitiga ABC kongruen dengan segitiga DEF'.

Catatan Ketika kita menggunakan simbol ≅ untuk kekongruenan, maka kita susun urutan huruf dari titik-titik yang saling bersesuaian.

116 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

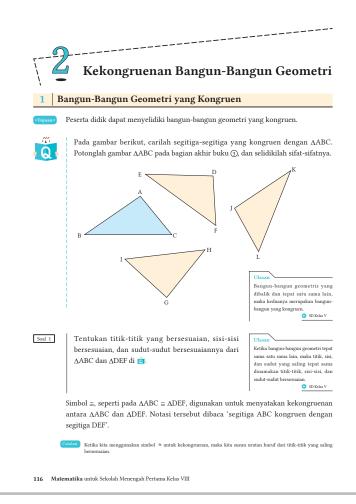
**1. Penggunaan**  

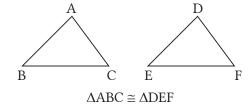
Peserta didik belajar arti dari kekongruenan di kelas lima SD, dan diperkenalkan istilah titik bersesuaian, sisi bersesuaian, dan sudut bersesuaian.

Di sini, peserta didik diharapkan mengulas kembali arti dari sisi bersesuaian dan sudut bersesuaian dengan benar-benar menumpukkan segitiga menggunakan Lampiran ③ di akhir Buku Siswa, daripada hanya membuat penilaian berdasarkan yang ada di pikiran.

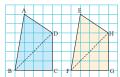
Selain itu, Δ JKL dapat tumpang-tindih dengan membalik ΔABC, namun pastikan bahwa jika kedua segitiga dapat tumpang-tindih maka dapat disimpulkan bahwa dua segitiga kongruen.

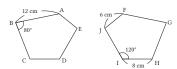
**2. Cara Menunjukkan Tanda Kongruen**

Kongruensi, di negara Barat pernah disebut "sama dan serupa", dan tanda "≅" yang merupakan gabungan tanda sama dengan dan tanda serupa digunakan sebagai simbol kongruen, kemudian simbol untuk itu menjadi "≅" saat ini (Buku Siswa hlm.167 kelas IX).

Saat mengekspresikan menggunakan simbol kongruen, instruksikan peserta didik untuk menulis agar titik bersesuaian berada dalam urutan yang sama.

ΔABC ≅ ΔDEF

Hasilnya, sisi-sisi dan sudut-sudut yang bersesuaian dapat ditemukan dengan melihat persamaannya.

Pada gambar berikut, jika segi empat ABCD ≅ segi empat EFGH, jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Tentukan sisi-sisi yang bersesuaian.
(2) Tentukan sudut-sudut yang bersesuaian.
(3) Bandingkanlah panjang ruas garis BD dan ruas garis FH.
(4) Bandingkan besar ∠ABD dan ∠EFH.

Pada gambar di Soal 2, karena segi empat ABCD ≅ segi empat EFGH, maka terkait sisi dan sudut bersesuaian, kita peroleh
AB = EF, BC = FG, CD = GH, DA = HE
∠A = ∠E, ∠B = ∠F, ∠C = ∠G, ∠D = ∠H.
Secara umum, berikut merupakan sifat-sifat bangun geometri yang kongruen.

Pada gambar berikut, segi lima ABCDE ≅ segi lima FGHIJ. Carilah panjang sisi-sisi dan sudut-sudut yang kamu lihat, dan kemudian nyatakanlah pada gambar.

BAB 4 | Menyelidiki Sifat-Sifat Bangun Geometri



## Kunci Jawaban

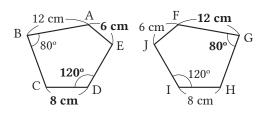
**Soal 2**

(1) Sisi AB dan sisi EF
Sisi BC dan sisi FG
Sisi CD dan sisi GH
Sisi DA dan sisi HE

(2) ∠A bersesuaian ∠E, ∠B bersesuaian ∠F, ∠C bersesuaian ∠G, ∠D bersesuaian ∠H

(3) BD = FH

(4) ∠ABD = ∠EFH

**Soal 3**

### 3. Penggunaan Soal 2

Peserta didik mungkin akan mudah memahami bahwa jika memindahkan persegi panjang ABCD ke kanan, maka akan menumpuk dengan persegi panjang EFGH. Panjang sisi BC dan sisi GH juga sama, tetapi peserta didik diharapkan dapat memastikan bahwa tidak disebut sebagai sisi bersesuaian dan bukan sisi yang tumpang-tindih.

Soal 3 adalah soal untuk mengonfirmasi bahwa panjang ruas garis bersesuaian selain sisinya juga sama. Hal yang sama berlaku untuk sudut (4). Dalam hal ini, peserta didik diharapkan membandingkan ruas garis AC dan ruas garis EG, ∠BDC dan ∠FHG.

### 4. Sifat-Sifat Bangun Kongruen

Hal-hal yang dirangkum dalam 1 dan 2 digunakan sebagai sifat-sifat pada gambar dan sebagai argumen pembuktian dari gambar tersebut.

### 5. Penggunaan Soal 3

Salah satu gambar harus dibalik dan ditumpuk, maka sulit untuk memahami hubungan korespondensi hanya dengan di pikiran atau awangan. Jika fokus pada "Pentagon ABCDE ≅ Pentagon FGHIJ" maka dapat memahami hubungan korespondensi antara simpul A dan F, simpul B dan simpul G, dan seterusnya, sehingga peserta didik dapat menemukan sisi bersesuaian dan sudut bersesuaian.

### 6. Cara Memasangkan Simbol Titik Sudut Poligon

Peserta didik diberi tahu bahwa simbol untuk titik sudut poligon biasanya ditempatkan dalam urutan alfabet berlawanan arah jarum jam. Namun, pada segi lima di sebelah kanan, simbol titik sudut ditambahkan searah jarum jam untuk mempermudah memahami korespondensi dengan segi lima di sebelah kiri.

### 7. Penggunaan Balon Ucapan

Di sini, peserta didik belajar tentang sifat-sifat bilangan kongruen. Berdasarkan pembelajaran ini, peserta didik diharapkan fokus pada jika ada 2 buah bangun, bagaimana cara menilai apakah bangun tersebut kongruen. Guru memotivasi mereka untuk mempelajari syarat kongruen segitiga di halaman berikutnya.

## 2 Syarat-Syarat Kekongruenan Segitiga

2 jam

### • Tujuan •

1. Dapat mencari syarat agar kedua segitiga tersebut kongruen.
2. Dapat menentukan syarat kekongruenan segitiga dan mencari apakah dua segitiga kongruen atau tidak dengan menggunakan syarat-syarat tersebut.

### Kunci Jawaban

dipersingkat

**Soal 1**

Referensi Gambar di Buku Siswa hlm. 118

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

 **Penggunaan** 

Peserta didik belajar cara menggambar bentuk kongruen di kelas lima SD, dan mengamati apa syaratnya agar dapat menggambar segitiga.

Banyak peserta didik menganggap bisa menggambar dengan menggunakan "panjang tiga sisi", tetapi peserta didik diarahkan agar menggambar dengan berbagai cara. Peserta didik diajak mengingat syarat-syarat "panjang dua sisi dan sudut di antara mereka", "panjang satu sisi dan sudut di kedua ujungnya". Kemudian, peserta didik saling mempresentasikan berbagai cara menggambar dan mengonfirmasi bahwa untuk menggambar segitiga kongruen harus menggunakan tiga elemen (sisi dan sudut).

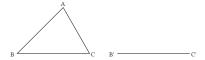
**2. Penggunaan Soal 1**

Di Q, peserta didik mengonfirmasi bahwa segitiga kongruen bisa digambar dari tiga elemen, tetapi di sini, peserta didik mengamati syarat tertentu apakah dengan cara menggambar tersebut akan menjadi segitiga tertentu (apakah tidak menjadi beberapa segitiga berbeda).

Peserta didik diharapkan untuk memperhatikan bahwa peserta didik tidak cuma menggambar segitiga lalu selesai, tetapi dapat

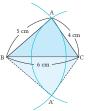
**2 Syarat-Syarat Kekongruenan Segitiga**

•Tujuan• Peserta didik dapat menentukan apakah dua segitiga kongruen atau tidak melalui penyelidikan sisi dan sudut.

Gambarlah ΔA'B'C' yang kongruen dengan ΔABC. Jika pertama-tama kita menggambar B'C', panjang sisi dan sudut segitiga mana yang perlu diketahui untuk menentukan titik sudut A? Berapa banyak panjang sisi, kecuali BC, dan sudut yang perlu kita ketahui?

Sebuah segitiga memiliki tiga sisi dan tiga sudut, yang merupakan enam bagian segitiga. Dari Q, kita berharap dapat menggambar segitiga-segitiga yang saling kongruen dengan menggunakan tiga dari enam bagian segitiga.

**Soal 1** Gambarlah ΔABC dengan syarat-syarat yang diketahui berikut. Syarat manakah yang menentukan suatu segitiga?

(1) AB = 5 cm, BC = 6 cm, CA = 4 cm
(2) AB = 6 cm, ∠B = 30°, AC = 4 cm
(3) AB = 6 cm, ∠A = 100°, AC = 4 cm
(4) BC = 6 cm, ∠B = 40°, ∠C = 60°

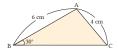
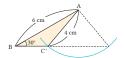
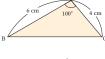
Seperti diberikan di Soal 1, jika kita menggambar ΔABC dengan syarat 3 sisi diketahui, dua segitiga dapat digambar seperti ditunjukkan pada gambar sebelah kanan. Jika kita mentransformasi ΔABC menggunakan BC sebagai sumbu transformasi, ΔABC tepat bersesuaian sama dengan ΔA'BC, sehingga hanya satu segitiga yang dapat ditentukan.

118 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

terlibat dan bekerja dengan tujuan "mengetahui apakah bisa cuma menjadi satu bentuk tertentu saja". Diharapkan peserta didik menyediakan waktu untuk mendiskusikan hal tersebut dalam kelompok kecil.

Selain itu, (2) dan (3) mempunyai syarat "dua sisi dan satu sudut", tetapi peserta didik diarahkan untuk menyadari bahwa hubungan posisi antara sisi dan sudutnya berbeda.

**3. Mengenai Soal 1 (1)**

Seperti yang ditunjukkan pada gambar di sebelah kanan Buku Siswa, peserta didik bisa menggambar dua buah segitiga, tetapi ΔABC dan ΔA'BC adalah segitiga kongruen yang merupakan segitiga yang bertumpang-tindih persis dengan gerakan simetris, maksudnya jika "tiga sisi" ditentukan, maka dapat dikatakan akan menjadi satu segitiga.

Gambarlah $\triangle A'B'C'$ yang kongruen dengan $\triangle ABC$. Jika pertama-tama kita menggambar B'C', panjang sisi dan sudut segitiga mana yang perlu diketahui untuk menentukan titik sudut A? Berapa banyak panjang sisi, kecuali BC, dan sudut yang perlu kita ketahui?

Seperti diketahui di Soal 1 (3) pada halaman sebelumnya, jika kita perluas syarat 'dua sisi dan satu sudut diketahui' menjadi 'dua sisi dan satu sudut yang terbentuk oleh kedua sisi', maka hanya ada satu segitiga yang dapat ditentukan.

Seperti diketahui di Soal 1 (4) pada halaman sebelumnya, jika kita gambar $\triangle ABC$ dengan syarat 'satu sisi dan dua sudut diketahui pada kedua titik sudut sisi', maka hanya satu segitiga yang dapat ditentukan.

Dari yang telah kita pelajari hingga saat ini, jika salah satu syarat berikut diketahui, maka hanya ada satu segitiga yang dapat ditentukan.

① Tiga sisi.
② Sisi dan satu sudut di antara kedua sisi tersebut.
③ Sudut dan satu sisi yang terletak antara kedua sudut tersebut.

Oleh karena itu, untuk menentukan apakah dua segitiga saling kongruen, maka kita perlu mengecek persyaratan ①, ②, dan ③ di atas.



Bab 4 Menyelidiki Sifat-Sifat Bangun Geometri 119

### 4. Mengenai Soal 1 (2)

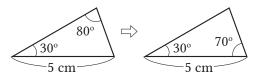
Dapat menggambar 2 jenis segitiga yang berbeda jenis dengan syarat "dua sisi dan satu sudut" seperti (2). Sehingga, dengan syarat ini, tidak ada segitiga tunggal.

### 5. Mengenai Soal 1 (3)

Jika Anda membuat kondisi untuk "dua sisi dan satu sudut" seperti pada (3) dan menetapkannya sebagai "dua sisi dan sudut antara keduanya", maka segitiganya akan tunggal.

### 6. Mengenai Soal 1 (4)

Jika "satu sisi dan sudut di kedua ujungnya" diketahui, akan jadi satu segitiga.

Meskipun ini bukan "sudut di kedua ujung", jika hubungan posisi dengan sisi ditentukan seperti yang ditunjukkan pada gambar kiri bawah, "satu sisi dan dua sudut" akan menentukan satu segitiga.

Jika besar kedua sudut diketahui, ukuran satu sudut yang tersisa pasti diketahui, maka diharapkan peserta didik memahami dengan kondisi yang riil, bahwa dalam hal ini juga, kembali pada syarat "satu sisi dan sudut di kedua ujungnya".

### 7. Syarat Penentuan Segitiga

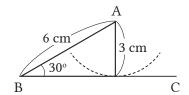
Dari penelusuran Soal 1 di halaman sebelumnya, terlihat bahwa ①, ②, dan ③ yang ditunjukkan di Buku Siswa merupakan syarat-syarat untuk menentukan segitiga.

Dari syarat penentuan segitiga, syarat kedua segitiga menjadi kongruen, yaitu dapat mengarah pada syarat kongruen dari segitiga.

**Referensi** 2 Sisi dan 1 Sudut

Secara umum, "dua sisi dan satu sudut" tidak memiliki segitiga tunggal, tetapi untuk nilai tertentu, adakalanya memiliki satu segitiga.

(Contoh) AB = 6 cm, ∠B = 30°, AC = 3 cm

Saat ini, segitiga ditetapkan menjadi satu (menjadi segitiga siku-siku) seperti yang ditunjukkan pada gambar di bawah ini.

## Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

### 8. Syarat Kongruen dari Segitiga

Sambil memastikan arti dari setiap syarat kongruen, peserta didik diajarkan cara menulis dan mengekspresikan menggunakan simbol. Peserta didik diharapkan tahu bahwa akan lebih mudah untuk memahami jika sisi dan sudut yang sama ditandai dengan tanda yang sama pada gambar.

Dalam Buku Siswa, dalam penulisan syarat kongruen, ditulis sebagai "3 kelompok sisi" bukan "3 sisi". Hal ini untuk menghindari kebingungan dengan ungkapan seperti "segitiga dengan tiga sisi yang sama disebut segitiga sama sisi", serta untuk memperjelas bahwa ini menyebutkan dua segitiga bersesuaian.

Syarat kekongruenan segitiga merupakan sesuatu yang menjadi sifat dasar bangun geometri berdasarkan hubungan antara garis sejajar dan sudut sehadap dan sudut dalam berseberangan. Peserta didik diharapkan memastikan berulang kali agar dapat dinilai ketercapaiannya.

Dari yang sudah kita selidiki, syarat-syarat untuk terjadinya kekongruenan segitiga dapat dirangkum sebagai berikut.

PENTING

**Aturan Kekongruenan Segitiga**

Dua segitiga dinyatakan kongruen jika salah satu syarat berikut dipenuhi.

① *Tiga pasang sisi bersesuaian sama panjang (Sisi-Sisi-Sisi).*

AB = A'B'
BC = B'C'
CA = C'A'

② *Dua pasang sisi bersesuaian sama dan sudut di antara kedua sisi tersebut besarnya sama (Sisi-Sudut-Sisi).*

AB = A'B'
BC = B'C'
$\angle B = \angle B'$

③ *Dua sudut bersesuaian sama dan sisi di antara kedua sudut tersebut besarnya sama (Sudut-Sisi-Sudut).*

BC = B'C'
$\angle B = \angle B'$
$\angle C = \angle C'$

Contoh 1

Pada $\triangle ABC$ dan $\triangle DEF$,

BC = EF
$\angle B = \angle E$
$\angle C = \angle F$

Sesuai aturan Sudut-Sisi-Sudut, maka $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.



120 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

### 9. Penggunaan Contoh 1

Peserta didik menerapkan pada kondisi riil, syarat kekongruenan segitiga yang dirangkum di atas.

Peserta didik diharapkan dapat memahami bahwa dengan memeriksa sisi dan sudut, terlepas dari arah dan penempatan segitiganya, jika salah satu kondisi kongruen ① sampai ③ terpenuhi, maka dua segitiga adalah kongruen.

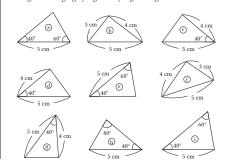
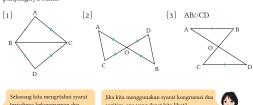
### 10. Penggunaan Soal 2

Ini adalah soal untuk menilai apakah setiap segitiga kongruen atau tidak dengan menerapkan syarat kekongruenan segitiga. Peserta didik memastikan bahwa segitiga tersebut kongruen apabila ketiga elemen yang ditunjukkan oleh syarat kongruennya sama, meskipun arahnya berbeda atau bahkan terbalik.

ⓗ diketahui bahwa satu sudut yang tersisa adalah 60°, maka peserta didik menyadari bahwa akhirnya ⓔ atau ⓗ, serta "sepasang sisi dan sudut di kedua ujungnya" adalah sama.

Selain itu, ⓘ memiliki satu sisi dengan panjang yang sama dengan ⓔ atau ⓗ, namun karena hubungan posisi dari sisi dan sudut berbeda, maka keduanya tidak menjadi kongruen. Pada saat itu, ⓘ harus menunjukkan bahwa sudut di kedua ujung sisi 5 cm adalah 40° dan 80°, dan ⓔ atau ⓗ menunjukkan bahwa "sekumpulan sisi dan sudut di kedua ujungnya" tidak sama karena pada kedua ujung sisi 5 cm dan sudutnya adalah 40° dan 60°.

Seperti ditunjukkan pada Contoh 1 di halaman sebelumnya, dengan menggunakan syarat kongruensi dua segitiga, maka kita dapat menentukan apakah dua segitiga itu kongruen atau tidak tanpa perlu mencocokkan semua komponennya.

Soal 2 Pada gambar berikut, tentukan pasangan segitiga yang kongruen. Tentukan aturan kekongruenan segitiga yang mana yang kamu gunakan.

Soal 3 Pada gambar-gambar berikut, tentukan pasangan segitiga yang kongruen. Nyatakan kongruensi tersebut dengan simbol ≅, dan tentukan syarat kongruensi yang mana yang digunakan. Perhatikan bahwa sisi dengan tanda sama berarti panjangnya sama.

Sekarang kita mengetahui syarat terjadinya kekongruenan dua segitiga.

Jika kita menggunakan syarat kongruensi dua segitiga, apa yang dapat kita lihat? Hlm.122

Bab 4 Menyelidiki Sifat-Sifat Bangun Geometri 121

BAB 4 | Menyelidiki Sifat-Sifat Bangun Geometri

## Kunci Jawaban

**Soal 2**

ⓐ, ⓔ, dan ⓗ memenuhi.
Sepasang sisi dan sudut di kedua ujungnya sama.
ⓑ dan ⓕ memenuhi.
Masing-masing dari tiga kelompok dengan sisi sama.
ⓒ, ⓓ, dan ⓖ memenuhi.
Kedua pasang sisi dan sudut di antara keduanya sama.

**Soal 3**

(1) $\Delta ABC \cong \Delta DBC$
Dari AB = DB, AC = DC, BC = BC, ketiga sisi adalah sama.

(2) $\Delta OAC \cong \Delta OBD$
OA = OB, OC = OD,
Dari ∠AOC = ∠BOD, kedua sisi dan sudut di antara keduanya sama.

(3) $\Delta OAB \cong \Delta ODC$
AB = DC, ∠A = ∠D,
Dari ∠B = ∠C, sepasang sisi dan sudut di kedua ujungnya sama.

### 11. Penggunaan Soal 3

Peserta didik pada tahap ini belum terbiasa melihat dari gambar, apa yang menjadi argumen dari kekongruenan. Maka, peserta didik diajar dengan teliti apa yang jelas dari gambar (sisi yang sama, sudut bertolak belakang, dan sudut dalam berseberangan dari garis sejajar adalah sama).

Selain itu, perhatikan bahwa segitiga kongruen ditulis menggunakan simbol ≅ dalam urutan bersesuaian, dan melakukan aktivitas penulisan simbol dari sesuatu yang menjadi argumen, seperti AB = DB, ∠AOC = ∠BOD, dan lain-lain.

### 12. Penggunaan Balon Ucapan

Di sini, peserta didik mempelajari syarat kekongruenan segitiga, serta mengetahui bagian mana yang harus sama agar kedua segitiga tersebut menjadi kongruen. Pada pembelajaran ini, diharapkan peserta didik memperhatikan kondisi penggunaan syarat kekongruenan segitiga dan memotivasi mereka untuk mempelajari pembuktiannya di halaman berikutnya.

## 3 Cara Membuktikan Sifat Bangun Geometri

3,5 jam

### • Tujuan •

1. Dapat menjelaskan arti dan pentingnya pembuktian.
2. Dapat menjelaskan arti asumsi dan kesimpulan.
3. Dapat menjelaskan urutan pembuktian dari sifat-sifat suatu bangun geometri, dan melakukan pembuktian sifat-sifat gambar sederhana.
4. Dapat memahami sifat dasar dan teorema bangun geometri yang menjadi argumen pembuktian.

**3 | Cara Membuktikan Sifat Bangun Geometri**

•Tujuan• Peserta didik dapat membuktikan sifat bangun geometri dengan menggunakan sifat-sifat garis sejajar, sifat-sifat segi banyak, dan syarat kongruensi dua segitiga.

**Pembuktian**

Contoh 1 Jelaskan bahwa jika ruas garis AB dan CD berpotongan di titik tengah O, maka AC= BD.

Cara Dengan menggunakan aturan kongruensi dua segitiga, tunjukkan bahwa $\triangle ACO$ dan $\triangle BDO$ kongruen, serta jelaskan mengapa AC = BD.

Bukti

Karena pada $\triangle ACO$ dan $\triangle BDO$ ruas garis AB dan CD berpotongan di titik tengah O, maka

AO = BO ①

CO = DO ②

Karena sudut bertolak belakang besarnya sama, maka $\angle AOC = \angle BOD$ ③

Dari ①, ②, dan ③, menurut aturan kongruensi Sisi-Sudut-Sisi, maka $\triangle ACO \cong \triangle BDO$.

Akibatnya, sisi-sisi yang bersesuaian pada dua segitiga kongruen adalah sama, sehingga AC = BD.

Seperti sudah dijelaskan sebelumnya, panjang dari ruas garis AB dan CD, serta sudut yang terbentuk dari perpotongan AB dan CD tidak digunakan. Oleh karena itu, untuk sembarang panjang ruas garis AB dan CD, dan untuk sembarang sudut yang terbentuk dari perpotongan AB dan CD, maka AC = BD. Seperti ditunjukkan pada contoh di atas, menjelaskan apakah sebuah pernyataan benar berdasarkan pernyataan-pernyataan yang sudah kita ketahui benar secara logis dinamakan *pembuktian*.

122 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

#### 1. Penggunaan

Di sini, tujuan utamanya adalah memahami arti dari pembuktian tersebut, jadi peserta didik diarahkan fokus membaca pembuktian tersebut.

Peserta didik diharapkan memperhatikan apa yang perlu diketahui untuk membuktikan bahwa AC = BD. Selain itu, peserta didik diharapkan memperhatikan bahwa di sini menggunakan syarat-syarat kekongruenan segitiga.

#### 2. Generalisasi Pembuktian

Peserta didik diharapkan memastikan bahwa selain perpotongan ruas garis AB dan ruas garis CD di titik tengah, misalnya, berapa pun panjang ruas garis AB, CD, atau sudut yang dibuat ruas garis AB, CD, maka akan terjadi AC = BD, serta peserta didik memahami generalisasi pembuktian.

#### 3. Arti Pembuktian

Peserta didik diharapkan memahami perlunya dan arti pembuktian berdasarkan Contoh 1. Perjelas apa yang peserta didik ketahui dan apa yang dibuktikan.

Selain itu, peserta didik diharapkan memastikan bahwa yang disebut “hal-hal yang telah diakui benar”, pada Contoh 1 adalah sifat-sifat sudut bertolak belakang, kondisi kongruen segitiga, dan sifat bentuk kongruen.

## Pengandaian dan Kesimpulan

Untuk membuktikan sebuah pernyataan, kita perlu untuk dapat membedakan ‘bagian yang diketahui’ dan ‘bagian yang harus dibuktikan”.
Pada Contoh 1 di halaman sebelumnya,
(I) bagian yang diketahui adalah AO = BO, CO = DO dan
(II) bagian yang harus dibuktikan adalah AC = BD.

Oleh karena itu, kita dapat menulis pernyataan yang akan dibuktikan seperti berikut.
Pada △ACO dan △BDO,
jika AO = BO dan CO = DO, maka AC = BD.

Dengan cara ini, bagian yang diberi satu garis bawah ditandai ____ dinamakan *pengandaian*, dan bagian yang ditandai dua garis bawah dinamakan *kesimpulan* ____.
Dalam matematika, kita sering menyatakan pernyataan yang akan dibuktikan dengan kalimat “Jika” dan “maka”.

Tentukan bagian pengandaian dan kesimpulan untuk tiap pernyataan berikut.
(1) Jika △ABC ≅ △DEF, maka AB = DE.
(2) Pada △ABC, jika ∠A = ∠90°, maka ∠B + ∠C = 90°.
(3) Jika dua bilangan bulat *a* dan *b* adalah ganjil, maka *a* + *b* adalah bilangan genap.

Nyatakan pernyataan berikut dengan gambar, dan tentukan bagian pengandaian dan kesimpulannya.

Diketahui ruas garis AB dan CD berpotongan di titik M, jika AC//DB dan AM = BM, maka CM = DM.

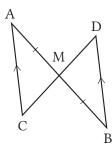
BAB 4 | Menyelidiki Sifat-Sifat Bangun Geometri



## Kunci Jawaban

**Soal 1**

(1) 〈Pengandaian〉 △ABC ≅ △ DEF
〈Kesimpulan〉 AB = DE
(2) 〈Pengandaian〉 △ABC, ∠A = 90°
〈Kesimpulan〉 ∠B + ∠C + 90°
(3) 〈Pengandaian〉 Dua bilangan bulat *a* dan *b* adalah bilangan ganjil
〈Kesimpulan〉 *a* + *b* adalah bilangan genap

**Soal 2** (Contoh)

〈Pengandaian〉 AC//DB, AM = BM
〈Kesimpulan〉 CM = DM

### 4. Pengandaian dan Kesimpulan

Peserta didik diharapkan memahami bahwa dalam pernyataan bersyarat “jika *p*, maka *q*”, *p* adalah pengandaian dan *q* adalah kesimpulan.

Pernyataan bersyarat yang tidak diekspresikan dalam bentuk “jika *p*, maka *q*”, seperti “dua sudut alas segitiga sama kaki, adalah sama”, maka dengan mengubah kalimatnya menjadi “jika segitiga sama kaki, maka kedua sudut alasnya sama”, pengandaian dan kesimpulan menjadi jelas.

### 5. Penggunaan **Soal 2**

Menyatakan kalimat berdasarkan gambar yang berkaitan dengan pemaknaannya. Peserta didik diharapkan memahami bahwa daripada mencoba membuat gambar yang benar dari awal, sebaiknya memahami bahwa harus menambah atau memodifikasi gambar setiap kali syaratnya bertambah, dan akhirnya dapat membuat gambar yang benar. Saat membuat gambar dari pernyataan bersyarat seperti ini, ajarkan peserta didik untuk memperhatikan poin-poin berikut.
(1) Saat menggambar segitiga, segi empat, dan lain-lain, gambarlah gambar umum, bukan gambar khusus seperti segitiga sama kaki dan persegi.
(2) Saat setiap peserta didik menunjukkan masalah dalam gambar, belum tentu gambarnya sama.

## Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

### 6. Penggunaan Contoh 2

Setelah membuat gambar dengan benar pada Soal 2 halaman sebelumnya, klarifikasi pengandaian dan kesimpulannya, dan peserta didik memikirkan cara pembuktiannya.

Cara pemikiran dasar pembuktian adalah melanjutkan inferensi sambil menggabungkan hal berikut.

- Apa yang bisa diketahui dari pengandaian?
- Untuk menarik kesimpulan, apa yang sebaiknya bisa diketahui?

Di sini,

① Mengetahui CM = DM
   Berbicara tentang $\Delta AMC \cong \Delta BMD$

② Berarti $\Delta AMC \cong \Delta BMD$
   Apa yang bisa diketahui selain AC//DB dan AM = BM?
   …
   dan seterusnya.

Selain itu, meskipun Buku Siswa menunjukkan cara menulis pembuktian, pada tahap ini peserta didik difokuskan pada menjelaskan dengan kata-kata sambil menunjukkan argumennya. Peserta didik juga diarahkan untuk secara bertahap mengukur pencapaian mengenai cara menulis pembuktian.

Dalam Buku Siswa, pengandaian berwarna biru, kesimpulan berwarna merah, dan sisi serta sudut diberi tanda, sesuai dengan keperluan.

### 7. Mekanisme Pembuktian

Setelah mempelajari Contoh (2), lihat kembali pembuktiannya dan rangkumlah mekanisme dan prosedur pembuktian.

Peserta didik mengonfirmasikan sifat dari berbagai gambar yang dipelajari sejauh ini digunakan sebagai dasar pembuktian, dan berkaitan dengan muatan halaman berikutnya.

**Cara Menulis Pembuktian**

Membedakan antara pengandaian dan kesimpulan, serta menyusun proses pembuktian dari sifat-sifat bangun geometri.

**Contoh 2** Seperti ditunjukkan pada gambar kanan bawah, dengan diketahui ruas garis AB dan CD berpotongan di titik M, buktikan bahwa jika AC // DB dan AM = BM, maka CM = DM.

**Cara** Pengandaiannya adalah AC // DB dan AM = BM. Kesimpulannya adalah CM = DM. Agar dari pengandaian sampai pada kesimpulan, maka kita perlu menunjukkan kekongruenan antara $\Delta AMC$ dan $\Delta BMD$.



**Bukti**

Pada $\Delta AMC$ dan $\Delta BMD$, dari pengandaian diketahui AM = BM …(1).
Karena sudut dalam berseberangan besarnya sama dan AC//DB, maka $\angle CAM = \angle DBM$ …(2)
Karena sudut bertolak belakang besarnya sama, maka
$\angle AMC = \angle BMD$ …(3)
Dari (1), (2), dan (3), dan sesuai aturan kongruensi Sudut-Sisi-Sudut, maka
$\Delta AMC \cong \Delta BMD$.
Sisi-sisi yang bersesuaian pada bangun-bangun yang kongruen adalah sama, sehingga CM = DM.



Ketika kita membuktikan sifat-sifat bangun geometri, kita gunakan proses berikut.

1. Gambar bangun geometri dengan benar, termasuk tanda dan huruf.
2. Bedakan antara pengandaian dan kesimpulan.
3. Dari pengandaian, kita berusaha sampai ke kesimpulan dengan menggunakan dasar penalaran.

124 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

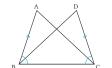
### 8. Penggunaan Soal 3

Ini adalah soal untuk “menemukan sifat-sifat baru dengan membaca pembuktian dari sifat suatu gambar”, yang juga ditunjukkan dalam Muatan Panduan Pembelajaran.

Karena kesamaan sisi yang sesuai dengan gambar yang kongruen, maka dapat dikatakan AC = BD. Peserta didik dibantu untuk mencari tahu sendiri.

Soal 3 Pada pembuktian di Contoh 1 di halaman 124, kita telah menunjukkan bahwa $\Delta AMC \cong \Delta BMD$. Dari hasil ini, apa yang dapat kamu amati selain CM = DM?

Soal 4 Pada gambar di kanan, jika AB = DC dan $\angle ABC = \angle DCB$, maka $\angle BAC = \angle CDB$. Jawab pertanyaan berikut.

(1) Tentukan bagian pengandaian dan kesimpulan.
(2) Buktikan!

Soal 5 Kita konstruksi garis bagi OC dari $\angle XOY$ seperti pada gambar di kanan. Isilah ☐ dan buktikan bahwa sinar garis OC adalah garis bagi sudut $\angle XOY$.

[Pengandaian] OA = ☐ (1) AC = ☐ (2)
[Kesimpulan] $\angle AOC = \angle$ ☐ (3)
[Bukti].
Hubungkan titik-titik A dan C, serta B dan C.
Pada $\Delta AOC$ dan $\Delta BOC$, diketahui dari pengandaian
OA = ☐ (1) (4)
AC = ☐ (2) (5)
Karena sisi bersama, maka
OC = ☐ (3) (6)
Dari (1), (2), dan (3), karena ☐ (7) sesuai syarat kongruensi, maka $\Delta AOC \cong \Delta BOC$.
Sudut-sudut yang bersesuaian pada bangun-bangun yang kongruen besarnya sama, sehingga
$\angle AOC =$ ☐ (8)

**Ulasan**

Pengkonstruksian Garis Bagi

① Buat lingkaran dengan pusat O dan jari-jari sembarang. Misalkan A dan B titik-titik potong lingkaran dengan sisi OX dan OY.
② Buat dua lingkaran dengan pusat A dan B dan berjari-jari sama. Misalkan titik potong kedua lingkaran C.
③ Buat sinar OC.

SMP Kelas VII

BAB 4 | Menyelidiki Sifat-Sifat Bangun Geometri

**Bab 4** Menyelidiki Sifat-Sifat Bangun Geometri 125

## Kunci Jawaban

**Soal 3**

AC = BD

**Soal 4**

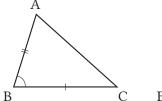
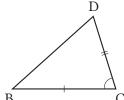
(1) ⟨Pengandaian⟩ AB = DC,
$\angle ABC = \angle DCB$
⟨Kesimpulan⟩ $\angle BAC = \angle CDB$

(2) Di $\Delta ABC$ dan $\Delta DCB$
Dari pengandaian tersebut, AB = DC ①
$\angle ABC = \angle DCB$ ②
karena merupakan sisi yang sama, maka BC = CB ③
Dari ①, ②, ③, karena 2 pasang sisi dan sudut di antara keduanya sama, maka
$\Delta ABC \cong \Delta DCB$
Karena sudut bersesuaian dari bentuk kongruen adalah sama, maka
$\angle BAC = \angle CDB$

**Soal 5**

(1) OB, (2) OC
(3) $\angle BOC$
(4) OB
(5) BC
(6) OC
(7) sisi 3 pasang adalah
(8) $\angle BOC$

### 9. Penggunaan Soal 4

Berdasarkan pembelajaran pada Contoh 2 di halaman sebelumnya, peserta didik mencoba melakukan pembuktian sendiri. Jika gambarnya tumpang-tindih dan sisi serta sudut bersesuaian sulit dipahami, maka peserta didik diberi tahu bahwa jika menggambar seperti berikut, maka hubungan korespondensi akan lebih mudah dipahami.

Di ⑴, peserta didik memahami arti masalah dengan benar, dan memiliki perspektif tentang pembuktian, sementara di ⑵, peserta didik melengkapi pembuktian sambil mengklarifikasi argumennya. Arahkan peserta didik untuk menandai sisi dan sudut yang sama pada gambar sesuai kebutuhan.

### 10. Penggunaan Soal 5

Peserta didik mungkin mempertanyakan perlunya pembuktian padahal sudah "menggambar garis bagi sudut, mengapa harus membuktikan bahwa itu adalah garis bagi?". Peserta didik perlu memahami bahwa gambar ini belum dijamin merupakan garis bagi sudut, bukan menarik garis bagi dengan mengukur sudut yang sama.

## Kunci Jawaban

**Soal 6**

(1) diringkas

(2) ① 〈Pengandaian〉 OP = AC,
OQ = AD,
PQ = CD
〈Kesimpulan〉 ∠XOY = ∠DAB

② ΔQOP dan ΔDAC

③ Dalam ΔQOP dan ΔDAC
Dari asumsi tersebut, OP = AC ①
OQ = AD ②
PQ = CD ③
Dari ①, ②, ③, karena 3 pasang sisi sama satu sama lain, maka
ΔQOP ≅ ΔDAC
Karena sudut bersesuaian dari bangun kongruen adalah sama, maka
∠QOP = ∠DAC
sehingga
∠XOY = ∠DAB

① Ambil titik A yang sesuai di atas garis lurus ℓ dan gambar lingkaran dengan radius AP berpusat pada A.
Misalkan B menjadi perpotongan dengan ℓ.

② Gambar lingkaran dengan radius AP yang berpusat pada titik P.

③ Catat panjang BP.

④ Gambarlah lingkaran dengan radius BP berpusat pada titik A, dan Q adalah perpotongan dengan lingkaran yang digambar di ②.

⑤ Gambarlah PQ ①. Ambil titik A yang sesuai pada garis lurus ℓ dan gambar lingkaran dengan radius AP berpusat pada A.

Misalkan B menjadi perpotongan dengan ℓ.

② Gambar lingkaran dengan radius AP yang berpusat pada titik P.

③ Catat panjang BP.

④ Gambarlah lingkaran dengan radius BP berpusat pada titik A, dan misalkan Q adalah perpotongan dengan lingkaran yang digambar di ②.

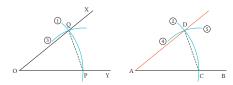
⑤ Gambarlah garis lurus PQ.

〈Pembuktian〉

Hubungkan titik P dan titik A, titik P dan titik B, serta titik Q dan titik A.

Dari asumsi di ΔPBA dan ΔAQP,
PB = AQ ①
BA = QP ②
PA = AP ③ karena sisi yang sama

---

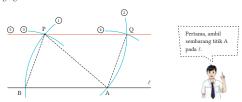
**Soal 6** Gambar berikut menunjukkan metode pengkonstruksian ∠DAB yang kongruen dengan ∠XOY. Hal tersebut dapat dikonstruksi dengan pertama-tama membuat sinar garis AB, kemudian mengikuti proses (1) sampai (5). Jawablah pertanyaan berikut.

(1) Buat ∠XOY sembarang, dan konstruksi ∠DAB kongruen dengannya mengikuti proses di atas.

(2) Kita akan buktikan bahwa konstruksi ini benar. Jawablah pertanyaan berikut.

① Tentukan bagian pengandaian dan kesimpulan.

② Untuk memperoleh pengandaian dari kesimpulan, segitiga-segitiga manakah yang perlu ditunjukkan kekongruenannya?

③ Buktikan!

Gambar berikut menunjukkan metode pengkonstruksian 'garis yang sejajar garis ℓ dan melalui titik P di luar ℓ'. Cobalah jelaskan menggunakan proses ① hingga ⑤. Buktikan bahwa metode pengkonstruksian ini benar menggunakan kekongruenan segitiga.

126 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

---

Dari (1), (2), dan (3), karena ketiga pasangan sisinya masing-masing sama, maka
ΔPBA ≅ ΔAQP

Karena sudut bersesuaian dari bangun kongruen adalah sama, maka ∠BAP = ∠QPA.

Karena sudut dalam berseberangan besarnya sama, maka BA//PQ.

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**Penggunaan Soal 6**

Dalam pelajaran kelas VII halaman 173, dibahas mengenai menggambar sudut yang sama, akan tetapi di sini peserta didik membuktikan bahwa gambar yang dibuat itu benar, dengan didasarkan pada syarat kongruen dalam segitiga. Pertama, penting untuk memahami dengan benar cara menggambar di (1).

**Penggunaan** 


Di sini dibahas gambar garis sejajar. Dalam gambar ini, peserta didik menggambar segi empat dengan 2 sisi berlawanan yang sama, yaitu jajargenjang, tetapi "syarat untuk menjadi jajargenjang" akan dibahas di bab berikutnya, maka membuktikan berdasarkan segitiga kongruen.

**Rangkuman Sifat-Sifat Bangun Geometri**

Berdasarkan materi yang sudah kita pelajari hingga saat ini, mari kita rangkum sifat-sifat bangun geometri yang digunakan sebagai landasan dalam proses pembuktian.

PENTING
**Sifat Sudut Bertolak Belakang**
Sudut yang bertolak belakang sama besar.

PENTING
**Sifat Garis-Garis Sejajar**
Ketika dua garis dipotong garis lain,
1. jika dua garis sejajar, maka sudut-sudut sehadap besarnya sama;
2. jika dua garis sejajar, maka sudut-sudut dalam berseberangan besarnya sama.

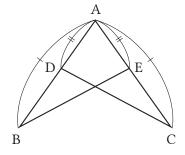
PENTING
**Syarat Kesejajaran Garis**
Ketika dua garis dipotong garis lain,
1. jika sudut-sudut sehadap besarnya sama, maka kedua garis sejajar;
2. jika sudut-sudut dalam berseberangan besarnya sama, maka kedua garis sejajar.

PENTING
**Sifat-Sifat Sudut Segitiga**
1. Jumlah sudut-sudut dalam segitiga adalah 180°.
2. Besar sudut luar sama dengan jumlah dua sudut dalam yang tidak berdampingan.

BAB 4 | Menyelidiki Sifat-Sifat Bangun Geometri

**Bab 4** Menyelidiki Sifat-Sifat Bangun Geometri 127

## Soal Sejenis

Pada gambar di bawah,
jika AB = AC dan AD = AE, maka ∠ABE = ∠ACD.
Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.
(1) Sebutkan pengandaian dan kesimpulannya.
(2) Buktikanlah.

(1) ⟨Pengandaian⟩ AB = AC, AD = AE
⟨Kesimpulan⟩ ∠ABE = ∠ACD
(2) Dalam ΔABE dan ΔACD, dari pengandaian,
AB = AC ①
AE = AD ②
Karena ini adalah sudut biasa,
∠BAE = ∠CAD ③
Dari ①, ②, dan ③, kedua sisi dan sudut di antara keduanya sama.
ΔABE ≅ ΔACD
Karena sudut yang sesuai dari bangun kongruen sama, maka
∠ABE = ∠ACD

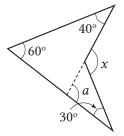
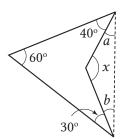
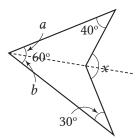
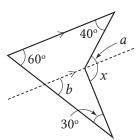
## 13. Rangkuman Sifat-Sifat Bangun Geometri

"Rangkuman sifat-sifat bangun geometri" sesuai dengan aksioma pembelajaran bangun geometri di SMP. Dengan kata lain, sifat-sifat gambar yang tercantum di sini dikenali sesuai keadaannya, dikonfirmasi tanpa bukti deduktif, bahwa secara induktif diperoleh melalui observasi, operasi, eksperimen, dan sebagainya.

Mengenai sifat-sifat ini, diajarkan berulang kali dalam situasi pembuktian yang sebenarnya, dan perlu mengukur pencapaiannya.

Di kelas IX, "sifat gambar serupa" dan "syarat kekongruenan segitiga" akan ditambahkan sebagai salah satu sifat gambar, dan akan digunakan sebagai dasar pembuktian.

## Kunci Jawaban

(Contoh)

$\angle a = 60° + 40° = 100°$
$\angle x = \angle a + 30°$
$= 100° + 30° = 130°$

$\angle a + \angle b = 180° - (60° + 40° + 30°)$
$= 50°$
$\angle x = 180° - (\angle a + \angle b)$
$= 180° - 50°$
$= 130°$

$\angle x = (\angle a + 40°) + (\angle b + 30°)$
$= (\angle a + \angle b) + 70°$
$= 60° + 70° = 130°$

$\angle a = 40°, \quad \angle b = 60°$
$\angle x = \angle a + (\angle b + 30°)$
$= 40° + 60° + 30° = 130°$

PENTING

**Sifat Bangun-Bangun yang Kongruen**

1. Pada bangun-bangun yang kongruen, sisi yang bersesuaian panjangnya sama.
2. Pada bangun-bangun yang kongruen, sudut-sudut yang bersesuaian besarnya sama.

PENTING

**Syarat Kekongruenan Segitiga**

Dua segitiga dinyatakan kongruen bila salah satu syarat berikut dipenuhi.

1. Ketiga pasang sisi sama panjang (Sisi-Sisi-Sisi).
2. Dua pasang sudut bersesuaian sama dan sudut antara kedua sisi sama besar (Sisi-Sudut-Sisi).
3. Dua pasang sudut bersesuaian dan sisi di antara kedua sudut besarnya sama (Sudut-Sisi-Sudut).

Mari Mencoba

Pada bangun geometri berbentuk *boomerang* berikut, carilah besar $\angle x$ dengan berbagai cara.

Kita dapat memikirkannya dengan berbagai sifat dari bangun geometri.

128 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**14. Penggunaan** 

Ini adalah kegiatan untuk memikirkan sifat-sifat sudut segi empat cekung dengan berbagai cara.

Ada beberapa cara seperti menggunakan sifat garis sejajar dan sifat sudut segitiga. Peserta didik diharapkan memiliki perspektif dan berpikir, misalnya sebaiknya menggunakan sifat yang seperti apa, sebaiknya menggunakan garis bantu seperti apa.

Dimungkinkan juga untuk memasukkan kegiatan saling menjelaskan dan mengomunikasikan cara peserta didik sendiri.

# Mari Kita Periksa

**1** Syarat-Syarat Kekongruenan Segitiga [Hlm.124] Cth. 1

Untuk keterangan berikut, syarat tambahan apa yang diperlukan agar $\Delta ABC$ dan $\Delta DEF$ kongruen?

(1) BC = EF, CA = FD.
(2) BC = EF, $\angle B = \angle E$.
(3) $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$.

**2** Cara Menulis Pembuktian [Hlm.124] Cth. 2

Ruas garis AB dan CD sejajar dan memiliki panjang yang sama. Jika kita misalkan O adalah titik potong antara ruas garis yang menghubungkan A dan D serta C dan B, maka AO = DO.

Jawablah pertanyaan berikut.

(1) Lengkapi gambar di kanan.
(2) Tentukan bagian pengandaian dan bagian kesimpulan.
(3) Ketika kita menulis pembuktian dengan mengikuti proses berikut, nyatakan dasar penalaran untuk (1) sampai (5).

Pada $\Delta AOB$ dan $\Delta DOC$,
AB = DC ................ ①
$\angle BAO = \angle CDO$ ................ ②
$\angle ABO = \angle DCO$ ................ ③
Oleh karena itu, $\Delta AOB \cong \Delta DOC$ ................ ④
Jadi, AO = DO ................ ⑤





# Mari Kita Periksa

1 jam

## Kunci Jawaban

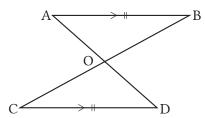
**1**

(1) AB = DE (3 set sisi) $\angle C = \angle F$ (2 set sisi dan sudut di antaranya)

(2) AB = DE (dua set sisi dan sudut antara keduanya)
$\angle C = \angle F$ (satu set sisi dan sudut di kedua ujungnya)
*Bahkan dalam kondisi $\angle A = \angle D$, jumlah sudut dalam segitiga adalah 180°, maka $\angle C = \angle F$, sehingga $\angle A = \angle D$ juga benar.

(3) AB = DE (satu set sisi dan sudut di kedua ujungnya)
*Karena $\angle C = \angle F$ dapat diperoleh dari BC = EF dan CA = FD juga merupakan jawaban yang benar.

**2**

(1)

(2) 〈Pengandaian〉 AB//CD, AB = CD
〈Kesimpulan〉 AO = DO

(3) ① Pengandaian
② Sudut dalam berseberangan dari garis sejajar sama.
③ Sudut dalam berseberangan garis sejajar sama.
④ Satu set sisi dan sudut di kedua ujungnya masing-masing sama.
⑤ Sisi-sisi yang bersesuaian dari bangun kongruen adalah sama.

## Soal Sejenis

Apakah dua $\Delta ABC$ dan $\Delta DEF$ yang memenuhi syarat kekongruenan berikut selalu dapat dikatakan kongruen?

(1) $\angle B = \angle E = 60°$, $\angle C = \angle F = 40°$, BC = EF = 4 cm
(2) AB = DE = 6 cm, AC = DF = 4 cm, $\angle B = \angle E = 30°$

[ (1) Dapat dikatakan kongruen. (2) Tidak dapat dikatakan kongruen. ]

# BAB 4 Soal Ringkasan

2 jam

## Kunci Jawaban

**Gagasan Utama**

**1**

(1) $\angle x = 50^\circ$, $\angle y = 130^\circ$

(2) $\angle x = 55^\circ$, $\angle y = 100^\circ$

(3) $\angle x = 70^\circ$

**2**

(1) $\angle x = 55^\circ$

(2) $\angle x = 45^\circ$

(3) $\angle x = 55^\circ$

**3**

(1) $180^\circ \times (6 - 2) : 6 = 120^\circ$

(2) $360^\circ : 10 = 36^\circ$

(3) $180^\circ \times (n - 2) = 900^\circ$

$n - 2 = 5$

$n = 7$

Jawaban: bentuk segi tujuh

**4**

(1) 〈Pengandaian〉 AB = AD

$\angle ABC = \angle ADE$

〈Kesimpulan〉 BC = DE

(2) $\Delta ABC$ dan $\Delta ADE$

(3) Dari pengandaian $\Delta ABC$ dan $\Delta ADE$, maka

AB = AD ①

$\angle ABC = \angle ADE$ ②

Karena ini adalah sudut yang sama, maka

$\angle A = \angle A$ ③

Dari (1), (2), dan (3), satu set sisi dan sudut di kedua ujungnya sama, maka

$\Delta ABC \cong \Delta ADE$

Karena sisi-sisi bersesuaian dari bangun yang kongruen adalah sama, maka

BC = DE

**Kunci Jawaban**

**1**

(1) Pada gambar kanan

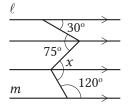
$\angle x = 45^\circ + 60^\circ$

$= 105^\circ$

---

BAB 4 **Soal Ringkasan**

Jawaban di halaman 232, 233

Gagasan Utama

1 Untuk gambar-gambar berikut, jika ℓ // m, carilah $\angle x$ dan $\angle y$.

(1)

(2)

(3)

2 Untuk gambar-gambar berikut, carilah $\angle x$.

(1)

(2)

(3)

3 Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Carilah besar sudut dalam dari segi-6 beraturan.

(2) Carilah besar sudut luar dari segi-10 beraturan.

(3) Segi banyak apa yang memiliki jumlah sudut-sudut dalam 90°?

4 Pada gambar sebelah kanan, jika AB = AD, $\angle ABC = \angle ADE$, maka BC = DE. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Tentukan bagian pengandaian dan bagian kesimpulan.

(2) Agar dari pengandaian sampai pada kesimpulan, segitiga-segitiga mana yang harus ditunjukkan saling kongruen?

(3) Buktikan!

---

(2) Pada gambar kanan

$\angle PBC + \angle PCB = 56^\circ$

$\angle ABC + \angle ACB = 112^\circ$

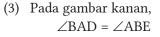
sehingga $\angle x = 68^\circ$

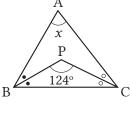
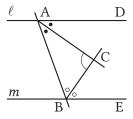
(3) Pada gambar kanan,

$\angle BAD = \angle ABE$

$= 180^\circ$

maka,

$\angle BAC = \angle ABC$

$= 90^\circ$

sehingga $\angle x = 90^\circ$

Penerapan

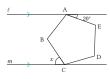
1 Pada gambar berikut, carilah $\angle x$. Pada $\ell // m$, sudut-sudut yang memiliki tanda yang sama besarnya sama.

(1)

(2)

(3)

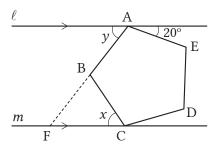
2 Pada gambar berikut, titik A dan C pada segi-5 beraturan ABCDE terletak pada garis $\ell$ dan $m$ yang sejajar. Carilah $\angle x$.

3 Buktikan pernyataan berikut dengan menggunakan proses [1], [2], dan [3] pada halaman 124.

Buatlah garis sumbu $\ell$ pada segmen AB, dan misalkan M adalah titik potong antara AB dan $\ell$. Jika titik P diambil pada $\ell$, maka PA = PB.

4 Pada trapesium ABCD dengan AD//BC, misalkan E adalah titik tengah CD, dan hubungkan titik A dan E. Buktikan bahwa, jika F adalah titik potong perpanjangan garis AE dan BC, maka AE = FE.

## Kunci Jawaban

**2** (Contoh)

Seperti yang ditunjukkan pada gambar berikut, misalkan F menjadi perpotongan dari perpanjangan ruas garis AB dan $m$.

Karena satu sudut dalam segi lima beraturan adalah 108°, maka ∠BAE = 108°, sehingga

$\angle y = 180° - (20° + 108°) = 52°$

Dari $\ell // m$, $\angle BFC = \angle y = 52°$

Di ΔBFC

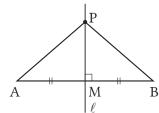
$\angle x = \angle ABC - \angle BFC$

$= 108° - 52°$

$= 56°$

*Selain itu, dapat dipertimbangkan berbagai metode seperti menggambar garis lurus sejajar pada $\ell$ dan $m$ melalui titik B.

**3**

[1]

[2] 〈Pengandaian〉 AM = BM,
PM⊥AB

〈Kesimpulan〉 PA = PB

[3] 〈Pembuktian〉

Dari pengandaian di ΔPAM dan ΔPBM,

maka AM = BM ①

∠PMA = ∠PMB = 90° ②

Karena itu adalah sisi yang sama, maka

PM = PM ③

Karena dari ①, ②, ③, dua set sisi dan sudut di antara keduanya adalah setara, maka

ΔPAM ≅ ΔPBM

Karena sisi bersesuaian dari bangun yang kongruen sama, maka PA = PB.

**4**

Dari pengandaian pada ΔAED dan ΔFEC, maka DE = CE ①

Karena sudut dalam berseberangan garis sejajar sama, maka AD//CF, ∠ADE = ∠FCE ②

Karena sudut bertolak belakang sama, maka ∠AED = ∠FEC ③

Dari (1), (2), dan (3), satu set sisi dan sudut di kedua ujungnya sama, maka

ΔAED ≅ ΔFEC

Karena sisi-sisi bersesuaian dari bangun yang kongruen adalah sama, maka

AE = FE

## Kunci Jawaban

**Penerapan**

**1**

(1) Dari asumsi pada $\Delta ACB$ dan $\Delta DCE$, maka

$AC = DC$ ①

$\angle A = \angle D = 90^\circ$ ②

Karena sudut bertolak belakang sama, maka

$\angle ACB = \angle DCE$ ③

Dari (1), (2), dan (3), satu set sisi dan sudut di kedua ujungnya sama, maka

$\Delta ACB \cong \Delta DCE$

Karena sisi-sisi bersesuaian dari bangun yang kongruen adalah sama, maka

$AB = DE$

(2) b

Bab 4 Soal Ringkasan

Penggunaan Praktis

Thales, matematikawan Yunani Kuno abad 6 SM, telah menemukan cara menentukan jarak antara suatu daratan dan sebuah kapal laut yang tak dapat diukur secara langsung.

**Metode Thales**

① Lihatlah kapal B dari A.

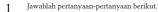
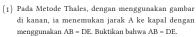
② Pada titik A, berputarlah 90°, kemudian tentukan sembarang jarak dan berjalanlah ke arah tersebut lalu tempatkan tongkat di C. Lanjutkan berjalan ke depan dengan arah dan jarak yang sama hingga D.

③ Pada D, lihat ke arah C, dan berputar 90° ke arah berlawanan B. Berjalanlah ke depan pada arah tersebut, dan namai titik untuk melihat tongkat C dan kapal B yang segaris dengan titik E.

④ Ukurlah jarak D dan E.

**1** Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Pada Metode Thales, dengan menggunakan gambar di kanan, ia menemukan jarak A ke kapal dengan menggunakan AB = DE. Buktikan bahwa AB = DE.

(2) Pada Metode Thales, ia memisalkan $\angle BAC$ dan $\angle EDC$ sebesar 90°. Bagian ⓐ, ⓑ, ⓒ, dan ⓓ berikut merupakan pernyataan-pernyataan terkait $\angle BAC$ dan $\angle EDC$. Pilih pernyataan-pernyataan yang benar.

ⓐ Hanya bila kedua sudut $\angle BAC$ dan $\angle EDC$ sebesar 90°, maka jarak ke kapal dapat ditentukan dengan menggunakan $\Delta ABC \cong \Delta DEC$.

ⓑ Jika $\angle BAC = \angle CDE$, maka jarak ke kapal dapat ditentukan dengan $\Delta ABC \cong \Delta DEC$ meskipun besar sudutnya tidak 90°.

ⓒ Jika $\angle BAC = 90^\circ$, maka jarak ke kapal dapat ditentukan dengan menggunakan $\Delta ABC \cong \Delta DEC$ berapa pun besar $\angle EDC$.

ⓓ Meskipun $\angle BAC$ dan $\angle EDC$ tidak sama, jarak ke kapal dapat ditentukan dengan menggunakan $\Delta ABC \cong \Delta DEC$.

132 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**1. Penggunaan 1**

Thales dikatakan telah menggunakan kekongruenan segitiga untuk menemukan jarak dari darat ke kapal yang tidak dapat diukur secara langsung. Soal ini dapat melihat sifat-sifat bilangan yang digunakan di sana dengan membaca metode Thales ini.

(1) adalah soal yang membaca ide metode Thales, memahami bahwa jarak ke kapal dihitung dengan menggunakan kekongruenan segitiga, dan membuktikannya.

(2) adalah soal yang mempertimbangkan bagaimana mengatur kondisi sudut BAC dan sudut EDC untuk menemukan jarak ke kapal dengan memahami pengembangan metode Thales. Di sini, perlu untuk melihat kembali metode pemecahan masalah dan berpikir secara progresif. Pilih salah satu yang dinyatakan dengan benar berdasarkan kondisi kekongruenan segitiga.

Pendalaman Materi

### Mencari Jumlah Lima Sudut dari Bintang Segi Lima (Pentagram)

Bangun geometri di kanan biasa disebut bintang segi-5 atau pentagram. Mari kita cari jumlah kelima sudut pada bintang pentagon tersebut (pentagram).

1 Dewi berpikir seperti berikut. Jelaskan cara yang dilakukan Dewi.

Cara Dewi

$\angle c + \angle e = \angle f$, $\angle b + \angle d = \angle g$

Jadi,

$\angle a + (\angle c + \angle e) + (\angle b + \angle d)$

$= 180°$

2 Carilah jumlah kelima sudut bintang pentagon dengan cara berbeda-beda.

Sudut-sudut luar dari pusat pentagon digunakan.

3 Jika kita memindahkan titik A ke posisi pada gambar-gambar berikut, dapatkah kita simpulkan $\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e = 180°$? Periksalah.

Bab 4 Menyelidiki Sifat-Sifat Bangun Geometri 133

BAB 4 | Menyelidiki Sifat-Sifat Bangun Geometri

## Mencari Jumlah Lima Sudut dari Bintang Segi Lima (Pentagon)

### Tujuan

Peserta didik dapat menggunakan sifat-sifat segitiga untuk mencari dan menjelaskan jumlah lima sudut pada bintang segi lima dengan berbagai cara.

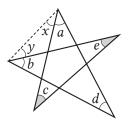
### Kunci Jawaban

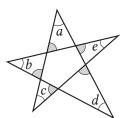
**1**

Karena sudut luar segitiga sama dengan jumlah dua sudut dalam yang tidak berdampingan dengannya, maka $\angle c + \angle e = \angle f$, $\angle b + \angle d = \angle g$

Karena jumlah sudut dalam segitiga adalah 180°, maka

$$\angle a + (\angle c + \angle e) + (\angle b + \angle d)$$
$$= \angle a + \angle f + \angle g$$
$$= 180°$$

**2**

Di mana $\angle c + \angle e = \angle x + \angle y$, maka

$\angle a + \angle b + \angle d + (\angle c + \angle e) = 180°$

$\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e$

$= 180° \times 5 - 360° \times 2$

$= 180°$

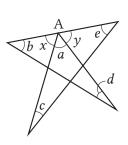
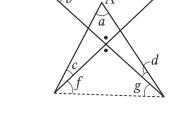
**3**

$\angle e + \angle c = \angle x$

$\angle b + \angle d = \angle y$

$\angle a + \angle x + \angle y = 180°$

$\angle a + (\angle e + \angle c)$

$+ (\angle b + \angle d) = 180°$

$\angle a + \angle c + \angle f + \angle g + \angle d = 180°$

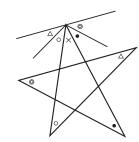
Di mana $\angle b + \angle e = \angle f + \angle g$, maka

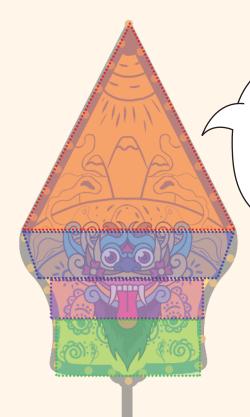
$\angle a + \angle c + (\angle b + \angle e) + \angle d$

$= 180°$

(Solusi lain)

Penggunaan sifat garis sejajar

Penggunaan jumlah sudut luar segitiga

**Hal penting dalam matematika bukanlah membuat yang sederhana menjadi sulit, melainkan membuat yang sulit menjadi lebih sederhana.**

(Stan Gudder)

Pada kesenian wayang kulit, terdapat *gunungan* (dalam bahasa Jawa) yang menyerupai bentuk gunung. Luas *gunungan* dapat dicari dengan menggunakan pendekatan bangun datar geometri sederhana, misalnya segitiga, persegi panjang, atau jajargenjang.

KEMENTERIAN PENDIDIKAN, KEBUDAYAAN, RISET, DAN TEKNOLOGI
REPUBLIK INDONESIA, 2021

Buku Panduan Guru Matematika
untuk SMP Kelas VIII

Penulis: Tim Gakko Tosho
Penyadur: Mochammad Hafiizh dan Fitriana Yuli Saptaningtyas

**ISBN:** 978-602-244-797-9 (jil.2)

# Segitiga dan Segi Empat

(Pembukaan Bab 1 jam)

## Tujuan

1. Peserta didik dapat mencari berbagai bentuk geometri yang ada dari sekitar peserta didik dan dapat menyebutkan kembali sifat berbagai bentuk geometri yang sudah dipelajari.
2. Peserta didik dapat melipat kertas berbentuk segitiga dan segi empat, serta menjelaskan sifat dan kesimetrian setiap bangun geometri.

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**1. Penggunaan** 

Kegiatan 1 sebagai pengantar pembelajaran sifat segitiga sama kaki, segitiga sama sisi, dan jajargenjang seperti pada Buku Siswa mulai hlm.138.

Sifat segitiga sama kaki dan jajargenjang telah dipelajari di SD. Dengan mengingat kembali sifat berbagai bangun geometri yang telah dipelajari, peserta didik diharapkan dapat menghubungkan konsep tersebut ke materi pada bab ini.

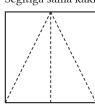
**2. Melipat Segitiga dan Segi Empat**

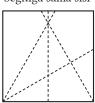
Kegiatan praktik melipat kertas berbentuk segitiga sama kaki, segitiga sama sisi, jajargenjang, dan lainnya difokuskan agar peserta didik dapat menganalisis secara sederhana mengenai hubungan panjang sisi, besar sudut, dan panjang garis diagonal pada setiap bangun.

Ada berbagai cara untuk melipatnya. Peserta didik diharapkan melipat kertasnya dan memikirkan berbagai cara dengan melakukan berbagai percobaan. Bagi peserta didik yang tidak tahu kertasnya harus diapakan, disarankan untuk mengacu pada garis lipatan kertas seperti pada foto di Buku Siswa. Pada foto tersebut, bidang geometri dilipat menggunakan garis lipatan seperti berikut.

Dapatkah kita membuat segitiga sama sisi dan jajargenjang dengan proses melipat?

Mari kita cari berbagai bentuk geometri dari objek di sekitar kita.

Berbagai bentuk geometri di sekitar kita
Sumber: Dokumen Puskurbuk



Segitiga sama kaki

Segitiga sama sisi

Jajargenjang

Trapesium

Belah Ketupat

Kita dapat membuat berbagai bentuk segitiga dan segi empat menggunakan origami.

Mari perhatikan bagaimana cara melipat kemudian buatlah gambar-gambar berikut.

Segitiga sama kaki

Ingat bagaimana cara membuat bangun geometri.

Segitiga sama sisi

?

Jajargenjang

2 Mengapa segitiga sama kaki, segitiga sama sisi, dan jajargenjang dapat dibuat dengan proses melipat seperti di atas? Jelaskan!

Apa saja sifat dari segitiga dan segi empat itu? Hlm. 138, 149

Origami merupakan seni melipat kertas dari Jepang.

BAB 5 | Segitiga dan Segi Empat

**Bab 5** Segitiga dan Segi Empat 137

## Kunci Jawaban

Pada segitiga sama kaki

- Karena kedua sisinya sama.
- Karena kedua sudutnya sama.

Pada segitiga sama sisi

- Karena ketiga sisinya sama.

Pada jajargenjang

- Karena dua pasang sisi yang saling berhadapan adalah paralel.

### 3. Fokus pada Simetri

Perhatikan kertas berbentuk segitiga sama kaki dan segitiga sama sisi. Pertama, lipatlah kedua kertasnya kemudian buka lagi lipatan tersebut. Akan terlihat garis lipatan yang menyatakan bahwa kedua gambar ini memiliki garis simetris. Dalam segitiga sama kaki, titik puncak adalah titik di atas sumbu simetri (garis lipat). Sisi yang bersesuaian dan sudut yang bersesuaian akan tepat berimpit/bertemu ketika kertas dilipat.

Selain itu, dalam pembuktian bahwa dua sudut alas segitiga sama kaki adalah sama (Buku Siswa hlm.139), maka peserta didik dapat menggambar garis bantu (garis-bagi sudut) pada garis simetri segitiga sama kaki, kemudian membuktikannya.

### 4. Pelaksanaan di SD

Segitiga sama kaki dan segitiga sama sisi telah dipelajari di kelas III SD dan peserta didik sudah mempraktikkan penggunaan penggaris/kompas untuk menggambar segitiga sama kaki dan segitiga sama sisi dengan panjang ketiga sisi yang diberikan.

Di SD, peserta didik telah belajar tentang alas segitiga secara umum (setiap sisi dapat dianggap sebagai alas saat menghitung luas). Di halaman ini, alas dijelaskan cukup secara singkat karena alas segitiga sama kaki akan dijelaskan lebih banyak di halaman berikutnya.

### 5. Penggunaan 2

Peserta didik bernalar dan saling menjelaskan alasan mengapa dapat melipat setiap bangun geometri berdasarkan yang telah dipelajarinya di SD. Peserta didik diharapkan dapat menjelaskan dengan jelas sehingga orang lain juga dapat memahaminya. Hal ini sangatlah penting terutama untuk mengklarifikasi sifat bangun bentuk geometri.

Jika diperkirakan penjelasan secara keseluruhan tidak berjalan dengan baik, maka dimungkinkan untuk membuat presentasi dalam kelompok kecil.

### 6. Penggunaan Ilustrasi Percakapan

Di sini, kami akan mengonfirmasi sifat-sifat segitiga sama kaki, segitiga sama sisi, dan jajargenjang yang dipelajari di SD. Dengan menunjukkan ide-ide, seperti “Adakah sifat-sifat pada bangun geometri lainnya?” dan “sifat-sifat apa yang dimiliki segitiga dan segi empat lainnya?”, diharapkan peserta didik termotivasi untuk mempelajarinya pada halaman berikut.

# 1 Segitiga

6 jam

## 1 Segitiga Sama Kaki

4 jam

# 1 Segitiga

## 1 Segitiga Sama Kaki

•Tujuan• Peserta didik dapat menentukan sifat segitiga sama kaki dan segitiga sama sisi.

### Sifat-Sifat Segitiga Sama Kaki

Jenis segitiga apakah segitiga sama kaki itu?

Kita telah mempelajari hal-hal berikut di Sekolah Dasar.

(1) Segitiga yang memiliki dua sisi yang sama panjang disebut segitiga sama kaki.

(2) Segitiga sama kaki memiliki dua sudut yang sama besar.

Suatu pernyataan yang menjelaskan makna dari suatu kata disebut *definisi.* Kita dapat menggunakan definisi sebagai landasan bernalar dalam proses pembuktian.

Segitiga sama kaki didefinisikan sebagai berikut.

Segitiga yang memiliki dua sisi yang sama panjang disebut *segitiga sama kaki.*



Pada segitiga sama kaki, sudut yang dibentuk oleh dua sisi yang sama panjang disebut *sudut puncak*. Sisi di hadapan sudut puncak dinamakan *alas*, dan sudut-sudut pada ujung-ujung alas dinamakan *sudut alas.* Kita dapat melihat bahwa dua sudut alas besarnya sama dengan cara melipat kertas berbentuk segitiga sama kaki, atau dengan mengukur kedua sudut alas tersebut. Namun, cara ini tidak dapat dijadikan bukti bahwa dua sudut alas pada semua segitiga sama kaki adalah sama besar.

**Berpikir Matematis**
Kita dapat menemukan bahwa dua sudut alas besarnya sama dengan melipat segitiga sama kaki dan mengimpitkannya.

138 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

## • Tujuan •

1. Peserta didik dapat menyebutkan pentingnya istilah dan arti suatu definisi.
2. Peserta didik dapat membuktikan sifat-sifat segitiga sama kaki dan segitiga sama sisi dengan menggunakan syarat kekongruenan segitiga.
3. Peserta didik dapat menyebutkan dan menggunakan kebalikan dari suatu proposisi.

## Kunci Jawaban

Segitiga yang kedua sisinya adalah sama panjang
Segitiga yang kedua sudutnya adalah sama besar

## Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

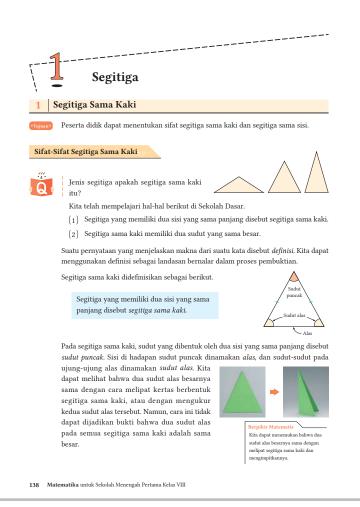
### 1. Penggunaan  

Di kelas tiga SD, peserta didik belajar bahwa "segitiga dengan dua sisi yang sama panjang disebut segitiga sama kaki" dan "segitiga sama kaki memiliki dua sudut yang sama besar". Dimungkinkan peserta didik belum mampu memahami secara jelas mengenai perbedaan antara definisi dan sifat segitiga sama kaki.

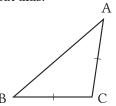
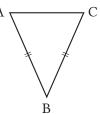
Di sini, kemungkinan ada pendapat "segitiga sama kaki adalah segitiga yang memiliki dua sisi sama panjang dan dua sudut sama besar". Penjelasan dua kemungkinan ini benar. Sangat mungkin peserta didik akan bingung ketika dijelaskan dengan berbagai cara. Jadi, dengan hal tersebut, peserta didik diharapkan dapat memahami pentingnya suatu definisi.

### 2. Definisi

Definisi adalah kata atau kalimat yang mengungkapkan arti atau makna dari suatu kata, frase, atau istilah. Peserta didik diharapkan memahami bahwa dalam matematika, setiap orang kapan saja perlu dapat mengungkapkan arti atau makna dengan menggunakan istilah yang didefinisikan.

Seperti terlihat dari namanya, segitiga sama kaki didefinisikan sebagai "segitiga dengan dua sisi yang sama panjang". Hal tersebut diperjelas dengan sifat "memiliki dua sudut yang sama besar".

### 3. Sudut Atas, Alas, Sudut Alas

Istilah-istilah ini akan sering digunakan dalam pembelajaran di masa mendatang, maka perlu diperkenalkan dengan benar.

Dalam segitiga sama kaki, pastikan bahwa sudut yang dibentuk dari 2 sisi yang sama adalah sudut puncak, sisi yang berhadapan dengan sudut puncak adalah alasnya, dan sudut di kedua ujung alas adalah sudut alasnya. Pada gambar segitiga sama kaki, sudut puncaknya atau sudut yang diapit oleh kaki yang sama tidak selalu di bagian atas, maka disarankan untuk menunjukkan gambar dengan posisi yang berubah-ubah untuk memastikan di mana letak sudut puncak, alas, dan sudut alas.

Mari kita buktikan bahwa dua sudut alas pada segitiga sama kaki besarnya sama.

**Contoh 1** Pada $\triangle ABC$, jika $AB = AC$, maka buktikan bahwa $\angle B = \angle C$.

**Cara** Buat garis bagi $\angle A$ dan membagi segitiga ke dalam dua segitiga. Gunakan syarat kekongruenan pada segitiga untuk menunjukkan bahwa segitiga-segitiga tersebut kongruen, dan simpulkan bahwa $\angle B = \angle C$.

**Berpikir Matematis**
Berdasarkan sifat segitiga sama kaki, kita dapat buktikan bahwa dua sudut alas besarnya sama.

**Bukti**
Buat garis bagi $\angle A$ dan misalkan D adalah titik potong garis bagi $\angle A$ dengan sisi BC.
Pada $\triangle ABD$ dan $\triangle ACD$, dari yang diketahui $AB = AC$ ①
Karena AD adalah garis bagi $\angle A$,
maka $\angle BAD = \angle CAD$ ②
Karena sisi yang sama, maka $AD = AD$ ③

Dari ①, ②, dan ③, dan menurut aturan kekongruenan Sisi-Sudut-Sisi
maka $\triangle ABD \cong \triangle ACD$
Jadi, $\angle B = \angle C$.

**Catatan** Hasil ③ dapat pula ditulis sebagai 'AD sisi persekutuan'.

Dengan pembuktian pada Contoh 1, telah dibuktikan bahwa pada segitiga sama kaki, dua sudut alasnya sama besar.
Sifat yang telah dibuktikan dan khususnya sering digunakan sebagai landasan bernalar dalam pembuktian dinamakan *teorema*.
Pernyataan yang telah dibuktikan pada Contoh 1 dapat dirangkum sebagai sebuah teorema berikut.

**PENTING** **Teorema: Sifat Segitiga Sama Kaki**
Dua sudut alas segitiga sama kaki besarnya sama.

Sifat sudut-sudut bertolak belakang pada halaman 102 dan sifat-sifat sudut segitiga pada halaman 108 dapat pula dinyatakan sebagai teorema-teorema.

Bab 5 Segitiga dan Segi Empat 139

BAB 5 | Segitiga dan Segi Empat

## 4. Penggunaan Contoh 1

Peserta didik diarahkan untuk berpikir dengan langkah-langkah berikut.

(1) Gambarlah segitiga sama kaki dengan penggaris dan kompas. Tentukan sudut puncak dan dua sudut alasnya. Lipatlah sehingga kedua sudut alas bertemu dengan akurat dan lipatannya melewati sudut puncak (lihat foto di halaman sebelumnya).
(2) Memperjelas asumsi atau yang diketahui dan kesimpulan.
(3) Peserta didik diharapkan menganalisis garis apa yang harus ditarik sebagai pengganti lipatan. Hal ini dimaksudkan untuk menggunakan kekongruenan segitiga dalam pembuktian.
(4) Melakukan pembuktian menggunakan syarat kekongruenan segitiga.

## 5. Penghilangan Asumsi dan Kesimpulan

Dalam bernalar mengenai pembuktian secara umum, asumsi/yang diketahui dan kesimpulan sering dihilangkan. Pada saat membuktikan, intinya peserta didik hanya perlu memahami perbedaan antara asumsi dan kesimpulan.

Di buku peserta didik, peserta didik dibiasakan menulis asumsi dan kesimpulan sesuai kebutuhan. Terdapat situasi di mana asumsi dan kesimpulan akan sangat sulit dibedakan, seperti sifat jajargenjang dan kondisi untuk menjadi jajargenjang. Sebelum pembuktian, peserta didik diharapkan mengatur penulisannya secara terpisah.

Hal ini sangat bergantung pada setiap peserta didik. Mungkin beberapa peserta didik perlu diajarkan cara menulis dan membedakan antara asumsi dan kesimpulan.

## 6. Teorema

"Teorema" mengacu pada sifat dasar atau penting yang telah dikonfirmasi kebenarannya dengan pembuktian. Setelah teorema terbukti, teorema tersebut dapat digunakan sebagai dasar pembuktian berikutnya.

Di sini, peserta didik yang memahami makna teorema merangkumnya, seperti sifat-sifat bangun yang telah terbukti sejauh ini, "sifat sudut bertolak belakang" dan "sifat sudut segitiga".

## 7. Sifat Umum Pembuktian

Dalam Contoh 1, peserta didik membuktikan bahwa "dua sudut alas segitiga sama kaki adalah sama besar". Akan tetapi, beberapa peserta didik mungkin tidak menyadari sifat umum dari pembuktian tersebut.

Agar dapat dikenali sebagai teorema atau sifat, tidak hanya dibuktikan secara induktif, tetapi juga perlu secara deduktif. Pembuktian secara induktif, misalnya melipat segitiga sama kaki seperti pada halaman sebelumnya, sedangkan pembuktian secara deduktif ditunjukkan pada Contoh 1. Perlu dikonfirmasikan bahwa pembuktian ini menegaskan bahwa segitiga sama kaki memiliki dua sudut alas yang besarnya sama. Dengan menunjukkan segitiga sama kaki dengan berbagai bentuk dan ukuran, diharapkan peserta didik memahami bahwa segitiga sama kaki dapat dibuktikan dengan cara yang persis sama.

Selanjutnya, peserta didik merangkum bukti sebagai teorema dan mengonfirmasikan bahwa bukti tersebut dapat digunakan sebagai dasar untuk pembuktian di masa mendatang.

## Kunci Jawaban

**Soal 1**

(1) $\angle x = 75^\circ$, $\angle y = 30^\circ$

(2) $\angle x = 69^\circ$, $\angle y = 42^\circ$

**Soal 2**

$\angle$ADC, 90º

**Soal 3**

(1) Dari asumsi di ΔABC dan ΔADC

AB = AD ①

BC = DC ②

Juga, AC sisi persekutuan ③

Dari (1), (2), dan (3), dan aturan kekongruenan sisi-sisi-sisi, maka

ΔABC ≅ ΔADC

Oleh karena itu, $\angle$BAC = $\angle$DAC

(2) Dari AB = AD, maka ΔABD adalah segitiga sama kaki.

Dari $\angle$BAC = $\angle$DAC, maka AC adalah garis bagi dari sudut puncak ΔABD. Akibatnya, alas BD dibagi secara tegak lurus menjadi dua segmen yang sama.

Jadi, AC adalah garis bagi tegak lurus dengan ruas garis BD.

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**8. Penggunaan** **Soal 2**

Pernyataan berikut dapat digunakan untuk membuktikan bahwa AD adalah garis bagi dari sisi BC.

Logika berikut digunakan untuk membuktikan bahwa AD adalah garis bagi dari sisi BC.

"Karena $\angle x + \angle y = 180^\circ$ dan $\angle x = \angle y$, maka $\angle x = \angle y = 90^\circ$."

Pada Soal 2, $\angle x = \angle$ADB dan $\angle y = \angle$ADC.

Pernyataan tersebut juga digunakan sebagai bukti bahwa diagonal belah ketupat berpotongan secara tegak lurus (Buku Siswa hlm.158).

Di sini pembuktiannya dirangkum sebagai teorema. Dapat dilihat bahwa dalam segitiga sama kaki, (a) sampai (d) berikut semuanya bersesuaian.

(a) Garis *m* adalah garis bagi sudut puncak, yaitu $\angle$A.

(b) Garis *m* adalah garis bagi tegak lurus alas BC.

(c) Garis *m* adalah garis tegak lurus ditarik dari titik puncak A ke alas BC.

Soal 1 Carilah $\angle x$ dan $\angle y$ pada gambar-gambar berikut.

(1) BA = BC (2) CB = CA, BA = BD

Soal 2 Jika kita gunakan ΔABD ≡ ΔACD seperti ditunjukkan pada pembuktian Contoh 1 di halaman sebelumnya, kita dapat pula membuktikan BD = CD dan AD ⊥ BC. Isilah □ dan lengkapi pembuktian berikut.

[Bukti]

Karena ΔABD ≡ ΔACD, maka

BD = CD ①

$\angle$ADB = □ ②

Juga, $\angle$ADB + $\angle$ADC = 180° ③

Dari ② dan ③, diperoleh $\angle$ADB = □

Jadi, AD ⊥ BC ④

Dari ① dan ④, diperoleh BD = CD, AD ⊥ BC



Pernyataan yang dibuktikan di Soal 2 dapat dirangkum sebagai sebuah teorema berikut.

PENTING

**Teorema: Garis Bagi Sudut Puncak Segitiga Sama Kaki**

Garis bagi sudut puncak segitiga sama kaki adalah garis bagi tegak lurus alasnya.

Soal 3 Pada segi empat ABCD diketahui AB = AD dan BC = DC. Misalkan O titik potong diagonal AC dan BD. Buktikan (1), kemudian (2) berikut.

(1) $\angle$BAC = $\angle$DAC

(2) AC garis bagi tegak lurus dengan ruas garis BD





(d) Garis *m* adalah garis dari titik puncak A ke titik tengah alas BC.

Arti (a) sampai (d) bersesuaian adalah keempat pernyataan di atas saling berimplikasi, misalnya jika (a) maka (b). Contoh lainnya adalah jika (d) maka (c).

**9. Penggunaan** **Soal 3**

Pada kelas VII, peserta didik secara intuitif memahami sifat dari bentuk layangan dan menggunakannya sebagai dasar untuk menggambar garis tegak lurus dan garis bagi sudut. Di sini, peserta didik secara logis membuktikan sifat layangan tersebut.

Diharapkan peserta didik menyadari bahwa (2) dapat dibuktikan dengan mudah jika menggunakan teorema "garis bagi dari sudut puncak segitiga sama kaki" yang telah dirangkum di atas.

Soal 4

Buktikan bahwa dua sudut alas dari segitiga sama kaki adalah sama besar. Gunakan cara dengan membuat ruas garis AM yang dibentuk dengan menghubungkan titik puncak A dan titik M yang merupakan titik tengah sisi alas BC, seperti pada segitiga sama kaki ABC di gambar sebelah kanan.

**Segitiga dengan Dua Sudut Sama Besar**

Selidikilah apakah suatu segitiga adalah segitiga sama kaki.

Ketika kita melipat pita kertas seperti ditunjukkan pada gambar, bagian segitiga mana yang saling tumpang tindih? Diskusikan!

Contoh 2 Pada $\Delta ABC$, buktikan bahwa jika $\angle B = \angle C$, maka $AB = AC$.

Cara Kita dapat menunjukkan bahwa dua segitiga yang dibentuk dengan cara membagi $\angle A$ dengan garis bagi adalah kongruen dan menyimpulkan bahwa $AB = AC$.

Bukti

Buatlah garis bagi $\angle A$ dan misalkan D adalah titik potong garis bagi $\angle A$ dengan sisi BC.

Berdasarkan yang diketahui di soal,

$\angle B = \angle C$ ①

Karena AD adalah garis bagi $\angle A$,

maka $\angle BAD = \angle CAD$ ②

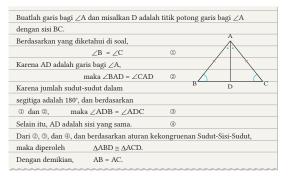
Karena jumlah sudut-sudut dalam segitiga adalah 180°, dan berdasarkan

① dan ②, maka $\angle ADB = \angle ADC$ ③

Selain itu, AD adalah sisi yang sama. ④

Dari ②, ③, dan ④, dan berdasarkan aturan kekongruenan Sudut-Sisi-Sudut,

maka diperoleh $\Delta ABD \cong \Delta ACD$.

Dengan demikian, $AB = AC$.







## Kunci Jawaban

**Soal 4**

〈Asumsi〉 $AB = AC, BM = CM$

〈Kesimpulan〉 $\angle B = \angle C$

〈Pembuktian〉

Dari asumsi $\Delta ABM$ dan $\Delta ACM$, $AB = AC$ ①

$BM = CM$ ②

Juga, AM adalah sisi persekutuan ③

Dari (1), (2), dan (3), dan aturan kekongruenan sisi-sisi-sisi, maka

$\Delta ABM \cong \Delta ACM$.

Oleh karena itu, $\angle B = \angle C$.

$\Delta ABC$ yang terbentuk pada bagian pita yang tumpang-tindih adalah segitiga sama kaki dengan $AB = AC$.

### 10. Penggunaan Soal 4

Soal ini sebagai tugas agar peserta didik memahami bahwa dua sudut alas segitiga sama kaki adalah sama besar meskipun garis bantu digambar secara berbeda.

Peserta didik diharapkan memperhatikan bahwa penggunaan syarat kekongruenan segitiga dalam pembuktian bisa jadi sangat berbeda seperti pada Contoh 1 (penggunaan garis bagi sudut puncak) di Buku Siswa hlm. 130.

### 11. Penggunaan 

Tugas ini bertujuan agar peserta didik dapat menemukan bahwa segitiga dengan dua sudut yang sama besar, akan menjadi segitiga sama kaki berdasarkan percobaan yang dilakukannya. Peserta didik juga diharapkan memberikan pendapatnya. Dengan melipat pita kertas beberapa kali, peserta didik mungkin akan menyadari secara induktif bahwa akan terbentuk segitiga sama sisi. Selain itu, melalui melipat pita kertas beberapa kali dan membukanya kembali, peserta didik akan fokus pada sudut yang sama besar.

Dengan cara itu, peserta didik diminta untuk saling menjelaskan dengan detail tentang alasan yang telah ditemukannya sendiri.

### 12. Penggunaan 

Peserta didik perlu memahami dengan benar perbedaan Contoh 1 di Buku Siswa hlm. 139 dengan Contoh 2, yaitu asumsi dan kesimpulan dipertukarkan. Tidaklah mudah bagi peserta didik untuk membedakan kedua contoh tersebut. Akan tetapi, setelah peserta didik menggambar, peserta didik diharapkan dapat memperhatikan perbedaan antara *mengambil* ukuran yang sama dan *menghasilkan* ukuran yang sama. Jadi, dapat dinyatakan dengan jelas bahwa itu adalah bukti dari pernyataan “syarat untuk menjadi segitiga sama kaki”.

Perlu dicatat bahwa pembuktian ini menggunakan teorema “syarat sudut segitiga” dengan menggunakan sifat kekongruenan segitiga “dua sisi dan sudut di kedua ujungnya”.

## Kunci Jawaban

**Soal 5**

$\triangle ABC$ adalah segitiga sama kaki, jadi

$\angle B = \angle C$ ①

Karena ruas garis BE dan CD masing-masing membagi $\angle B$ dan $\angle C$, maka

$\angle EBC = \frac{1}{2} \angle B$,

$\angle DCB = \frac{1}{2} \angle C$ ②

Dari ①, ②

$\angle EBC = \angle DCB$

Karena kedua sudutnya sama besar, maka $\triangle PBC$ adalah segitiga sama kaki.

(1) ⟨Asumsi⟩ $AB = AC$
⟨Kesimpulan⟩ $\angle B = \angle C$

(2) ⟨Asumsi⟩ $\angle B = \angle C$
⟨Kesimpulan⟩ $AB = AC$

## Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

###  13. Penggunaan Soal 5

Untuk membuktikan bahwa itu adalah segitiga sama kaki, peserta didik diharapkan berpikir tentang apa yang sebaiknya ditunjukkan. Dalam soal ini, kita hanya perlu menunjukkan bahwa kedua sudut itu sama. Peserta didik diharapkan melanjutkan pembuktian dengan cara ini.

###  14. Penggunaan 

Soal ini ditujukan agar peserta didik memahami pertukaran asumsi dan kesimpulan dengan cara membandingkan dua teorema.

Beberapa peserta didik mungkin memiliki keraguan tentang ungkapan "dua sudut" pada (1), sedangkan pada (2) digunakan ungkapan "dua sudut". Pastikan bahwa "sudut" adalah istilah yang digunakan dengan asumsi bahwa segitiga tersebut adalah segitiga sama kaki.

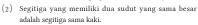
Pernyataan yang dibuktikan pada Contoh 2 di halaman sebelumnya dapat dirangkum menjadi sebuah teorema berikut.

Soal 5 — Pada segitiga sama kaki ABC, buatlah garis bagi BE dan CD secara berturut-turut dari sudut-sudut alas $\angle B$ dan $\angle C$. Misalkan P adalah titik potong kedua garis bagi tersebut. Buktikan bahwa $\triangle APBC$ adalah segitiga sama kaki.

*Konvers*

Teorema-teorema berikut telah kita buktikan sebelumnya. Tentukan secara berturut-turut yang diketahui dan yang disimpulkan.

(1) Dua sudut alas dari segitiga sama kaki besarnya sama.

(2) Segitiga yang memiliki dua sudut yang sama besar adalah segitiga sama kaki.

Ketika kita susun ulang teorema-teorema di atas, pada $\triangle ABC$,

Jika yang diketahui dan yang disimpulkan pada dua pernyataan memiliki letak yang berkebalikan, kita sebut pernyataan-pernyataan tersebut saling *konvers*. Sebagai contoh (2) adalah *konvers* dari (1), dan (1) adalah *konvers* dari (2).

142 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

### 15. Kebalikan atau *Konvers*

Membuat kebalikan/*konvers* dari proposisi adalah pemikiran paling mendasar untuk menemukan sifat-sifat baru. Salah satunya adalah "syarat untuk menjadi jajargenjang" yang merupakan kebalikan dari "sifat-sifat jajargenjang" yang dipelajari di Buku Siswa hlm. 149-156.

Di kelas IX, sebagai kebalikan teorema "Rasio Garis Sejajar dengan Segmen Garis", telah dipelajari teorema "Rasio Ruas Garis dan Garis Sejajar", "Teorema Sudut Lingkar", dan "Kebalikan Teorema Sudut Lingkar", tambahan lagi "Tiga Teorema Kuadrat" dan "Kebalikan Tiga Teorema Kuadrat".

Soal 6 Tentukan *konvers* dari pernyataan-pernyataan berikut. Periksa apakah pernyataan-pernyataan tersebut benar atau tidak.

(1) Jika garis $\ell$ dan $m$ sejajar, maka sudut-sudut yang berkorespondensi (bersesuaian) sama besar.

(2) Jika $a > 0$ dan $b > 0$, maka $ab > 0$.

(3) Pada $\Delta$ABC, jika $\angle A = 90°$, maka $\angle B + \angle C = 90°$.

Seperti telah diselidiki di Soal 6, jika suatu pernyataan benar, maka *konvers*-nya tidak selalu benar. Dengan demikian, untuk memeriksa apakah *konvers* dari suatu teorema itu benar, kita harus membuktikannya.
Selain itu, untuk menunjukkan bahwa suatu pernyataan itu tidak benar, maka kita perlu memberi contoh penyangkal.

**Memberi Contoh Penyangkal**

Untuk membuktikan bahwa pernyataan berikut tidak benar untuk semua kasus, cukup dengan memberi contoh.
"Jika $ab > 0$, maka $a > 0$, $b > 0$."
⟨Contoh untuk menunjukkan bahwa pernyataan salah⟩ $a = -2$, $b = -3$

Pernyataan di atas secara lengkap berbunyi, "Untuk sebarang bilangan $a$ dan $b$, jika $ab > 0$, maka selalu diperoleh $a > 0$ dan $b > 0$."

Jadi, jika kita berikan suatu contoh yang menunjukkan pernyataan tidak benar, maka kita sudah menunjukkan bahwa pernyataan tersebut tidak benar.

Memberi contoh yang mengakibatkan suatu pernyataan tidak benar disebut "memberi contoh penyangkal".

 Tentukan *konvers* dari tiap pernyataan berikut. Tunjukkan bahwa *konvers*-nya tidak benar dengan memberi contoh penyangkal.

(1) Jika $a > 0$, $b > 0$, maka $a + b > 0$.

(2) Jika $\Delta ABC \cong \Delta DEF$, maka luas $\Delta$ABC dan $\Delta$DEF sama besar.

BAB 5 | Segitiga dan Segi Empat

Bab 5 Segitiga dan Segi Empat 143

## Kunci Jawaban

**Soal 6**

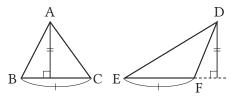
(1) *Konvers*-nya adalah "Jika $\angle x$ dan $\angle y$ sama besar, maka garis $\ell$ dan $m$ adalah sejajar". *Konvers* tersebut bernilai Benar.

(2) *Konvers*-nya adalah "Jika $ab > 0$, maka $a > 0$ dan $b > 0$". *Konvers* tersebut bernilai Salah.

(3) *Konvers*-nya adalah "Pada $\Delta$ABC, jika $\angle B + \angle C = 90°$, maka $\angle A = 90°$". *Konvers* tersebut bernilai Benar.

(1) Jika $a + b > 0$, maka $a > 0$ dan $b > 0$.
(Contoh penyangkal) $a = 3$, $b = -2$

(2) Jika luas $\Delta$ABC dan $\Delta$DEF sama, maka $\Delta ABC \cong \Delta DEF$.

(Contoh penyangkal)

**16. Penggunaan** Soal 6

Ini adalah soal untuk memahami bahwa kebalikan dari proposisi yang terbukti benar, ternyata tidak selalu benar. Dari sini, peserta didik diharapkan memahami bahwa kebalikan dari teorema tersebut perlu dibuktikan kembali.

**17. Memberikan Contoh Penyangkal**

Sebaiknya membahas Soal 6 (2).

Proposisi matematika memiliki prasyarat "segala sesuatu tentang ~". Sebenarnya, kalimat yang ditampilkan di Soal 6 (2) adalah "Untuk semua bilangan real $a$ dan $b$, jika $ab > 0$, maka $a > 0$ dan $b > 0$".

Oleh karena itu, untuk menunjukkan bahwa proposisi ini salah, cukup memberikan satu contoh yang tidak berlaku (Contoh penyangkal). Peserta didik diharapkan memperhatikan bahwa di dalam Buku Siswa menggunakan kata "setiap".

Berikut ini adalah contoh proposisi di mana kebalikannya tidak benar.

- Jika dua bilangan bulat $a$ dan $b$ sama-sama genap, maka $ab$ juga genap.
- Jika $x = 3$, maka $x^2 = 9$.
- Grafik perbandingan senilai berbentuk garis.
- Segitiga sama sisi memiliki satu garis simetris.
- Kedua diagonal belah ketupat berpotongan tegak lurus.

## Kunci Jawaban

Segitiga sama sisi termasuk ke dalam segitiga sama kaki.

**Soal 7**

C, BC, C

**Soal 8**

Jika $\triangle ABC$ dianggap sebagai segitiga sama kaki, dengan $\angle B = \angle C$, maka

$AB = AC$ ①

Jika $\triangle ABC$ dianggap sebagai segitiga sama kaki, dengan $\angle A = \angle C$, maka

$BA = BC$ ②

Dari ①, ②

$AB = BC = CA$

**Sifat-Sifat Segitiga Sama Sisi**

Segitiga sama sisi didefinisikan sebagai berikut.

Segitiga yang memiliki tiga sisi yang sama panjang disebut *segitiga sama sisi.*

Dari definisi segitiga sama kaki di halaman 138 dan definisi segitiga sama sisi di atas, apakah hubungan antara segitiga sama kaki dan segitiga sama sisi?

Seperti tampak pada proses pelipatan origami pada halaman 137 dan pada Q di atas, kita dapat menyatakan bahwa segitiga sama sisi adalah kasus khusus dari segitiga sama kaki. Dengan menggunakan fakta ini, buktikan bahwa ketiga sudut dari segitiga sama sisi adalah sama besar.

Soal 7 Pada $\triangle ABC$, buktikan bahwa jika $AB = BC = CA$, maka $\angle A = \angle B = \angle C$. Isilah ☐ dan lengkapi pembuktian berikut.

[Bukti]
Jika kita pandang $\triangle ABC$ sebagai segitiga sama kaki dengan $AB = AC$,
maka $\angle B = \angle$ ☐ ①
Jika kita pandang $\triangle ABC$ sebagai segitiga sama kaki dengan $BA =$ ☐,
maka $\angle A = \angle$ ☐ ②
Dari ① dan ②, dapat disimpulkan
$\angle A = \angle B = \angle C$.

Soal 8 Pada $\triangle ABC$, buktikan bahwa jika $\angle A = \angle B = \angle C$, maka $AB = BC = CA$.



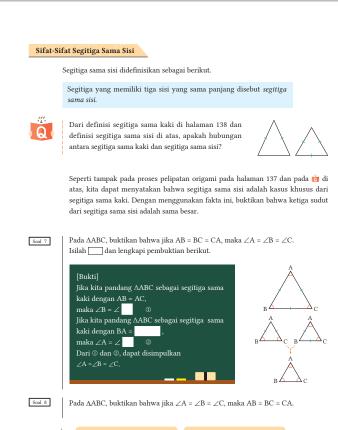
144 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

 **Penggunaan**  **dan Soal 7**

Di SD, peserta didik belajar tentang segitiga sama kaki dan segitiga sama sisi. Akan tetapi, tidak dibahas bahwa segitiga sama sisi adalah kondisi khusus dari segitiga sama kaki.

Di sini, pertama-tama peserta didik mengonfirmasi definisi setiap segitiga dan memahami bahwa "segitiga sama sisi memiliki tiga sisi yang sama panjang. Oleh karena itu, dua sisi secara alami juga sama panjang". Jadi, peserta didik dapat melihat bahwa segitiga sama sisi adalah kasus khusus dari segitiga sama kaki.

Kemudian, peserta didik membuktikan bahwa ketiga sudut segitiga sama sisi adalah sama besar berdasarkan pengetahuan tersebut.

Selain itu, fakta bahwa "tiga segitiga sama sisi adalah kongruen" yang dibuktikan di sini, tidak diperlakukan sebagai teorema karena dapat diintegrasikan ke dalam sifat-sifat segitiga sama kaki. Akan tetapi, pastikan peserta didik dapat menggunakan fakta tersebut untuk pembuktian di masa mendatang.

**19. Penggunaan Ilustrasi Percakapan**

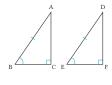
Peserta didik telah menemukan sifat-sifat segitiga sama kaki dan segitiga sama sisi. Peserta didik juga membuktikan bahwa temuan tersebut benar secara deduktif. Diharapkan peserta didik termotivasi mempelajari halaman berikutnya dengan mengungkapkan ide "sifat seperti apa yang dimiliki segitiga siku-siku?".

2 | **Kekongruenan Segitiga Siku-Siku**

• Tujuan • Peserta didik dapat menentukan syarat kekongruenan segitiga siku-siku dengan menggunakan sifat-sifat segitiga sama kaki.

Pada $\triangle ABC$ dan $\triangle DEF$, jika

$$\begin{cases} \angle C = \angle F = 90^\circ \\ AB = DE \\ \angle B = \angle E \end{cases}$$

dapatkah kita menyatakan bahwa $\triangle ABC \cong \triangle DEF$? Jelaskan!

Seperti terlihat pada Q, pada dua segitiga siku-siku, jika panjang hipotenusa yang bersesuaian adalah sama besar dan sudut lancip yang bersesuaian juga sama besar, maka kedua segitiga tersebut kongruen.

Ulasan
Hipotenusa
Sudut lancip
H.109

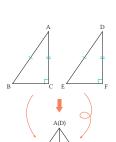
Selanjutnya, pada dua segitiga siku-siku, mari kita perhatikan kasus ketika panjang hipotenusa yang bersesuaian adalah sama besar dan sisi-sisi lain yang bersesuaian juga sama panjang.

Pada $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

$$\begin{cases} \angle C = \angle F = 90^\circ \\ AB = DE \\ AC = DF \end{cases}$$

Dalam kasus ini, ketika kita membalik $\triangle DEF$ dan mengimpitkan sisi AC dan DF menjadi sisi yang sama, maka $\angle C = \angle F = 90^\circ$, sehingga tiga titik B, C(F), E terletak pada satu garis dan $\triangle ABE$ terbentuk.

A(D)
B
C(F)
E

BAB 5 | Segitiga dan Segi Empat

Bab 5 Segitiga dan Segi Empat 145

## 2 | Kekongruenan Segitiga Siku-Siku

1,5 jam

### • Tujuan •

1. Peserta didik dapat menemukan syarat kekongruenan segitiga siku-siku.
2. Peserta didik dapat membuktikan sifat bangun geometri dengan menggunakan syarat kekongruenan segitiga siku-siku.

### Kunci Jawaban

Dapat dikatakan $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

Penjelasan:

Jumlah sudut dalam segitiga adalah 180° dan dari $\angle C = \angle F$ serta $\angle B = \angle E$, maka $\angle A = \angle D$.

Oleh karena itu, dapat dikatakan bahwa "Dua sisi dan sudut pada kedua ujungnya masing-masing sama besar". Jadi, $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

 **Penggunaan** 

Melalui kegiatan diskusi, peserta didik dapat memahami bahwa syarat yang ditunjukkan di sini menghasilkan syarat kekongruenan segitiga siku-siku, yaitu "dua sisi dan sudut di kedua ujungnya".

**2. Syarat Kekongruenan "Sisi Miring dan Sisi Lain"**

Dalam segitiga secara umum, meskipun "dua sisi dan satu sudut"-nya masing-masing sama, tidak dapat dikatakan kedua segitiga adalah kongruen. Namun, ketika salah satu sudut pada kedua segitiga adalah siku-siku, maka syarat kekongruenan "sisi miring dan sisi lain" terpenuhi.

Dari $\triangle ABC$ pada Gambar 1

① Perhatikan ruas garis AC,

② Perpanjang ruas garis CB,

③ Gambarlah titik B′ pada garis CB atau perpanjangannya, sehingga AB = AB′.

Perhatikan Gambar 2. Terdapat dua segitiga $\triangle ABC$ dan $\triangle AB'C$ yang tidak kongruen meskipun $AB = AB'$, $\angle ACB = \angle ACB'$, dan AC sisi persekutuan.

Namun, jika menggambar segitiga seperti pada Gambar 3 yang sudutnya $\angle C = 90^\circ$ dengan prosedur yang sama, maka diperoleh dua buah segitiga kongruen $\triangle ABC$ dan $\triangle AB'C$ seperti pada Gambar 4.

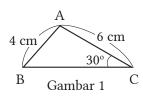
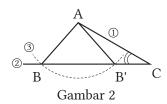
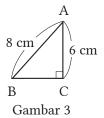
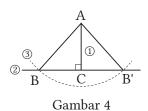
Perhatikan bahwa metode pembuktian di Buku Siswa tidak terjadi secara alami muncul dari gagasan peserta didik. Buatlah agar peserta didik memahami pembuktian dan merasakan pentingnya dapat menggambar segitiga sama kaki.

Gambar 1

Gambar 2

Gambar 3

Gambar 4

## Kunci Jawaban

**Soal 1**

(1) Karena $\Delta ABE$ adalah segitiga sama kaki dengan $AB = AE$, maka sudut $\angle B$ dan $\angle E$ adalah sama.

(2) Dari asumsi dalam $\Delta ABC$ dan $\Delta AEC$

$\angle ACB = \angle ACE = 90^\circ$ ①

$AB = AE$ ②

Dari (1), $\angle B = \angle E$ ③

Dari (1), (2), dan (3), serta aturan kekongruenan sudut-sisi-sudut,
maka $\Delta ABC \cong \Delta AEC$

**Soal 2**

$\Delta ABC \cong \Delta NOM$
Sisi miring dari segitiga siku-siku dan satu sudut lancip masing-masing adalah sama.
$\Delta GHI \cong \Delta LJK$
Sisi miring segitiga siku-siku panjangnya sama dan sisi lainnya juga memiliki panjang sama.

Soal 1 Dengan mengacu pada gambar di bagian akhir halaman sebelumnya, jawablah pertanyaan berikut.

(1) Pada $\Delta ABC$, tuliskan alasan kenapa $\angle C = \angle F$.

(2) Dengan menggunakan (1), buktikan bahwa $\Delta ABC \cong \Delta AEC$.

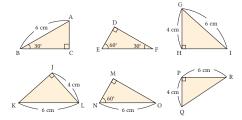
Hal yang sudah kita pelajari sejauh ini dapat dirangkum ke dalam sebuah teorema berikut.

PENTING

**Teorema: Syarat Kekongruenan Segitiga Siku-Siku**

Dua segitiga siku-siku akan kongruen jika salah satu syarat berikut dipenuhi.

1. Hipotenusa yang bersesuaian sama panjang dan sudut lancip yang bersesuaian sama besar.
2. Hipotenusa yang bersesuaian sama panjang dan sisi lain yang bersesuaian juga sama panjang.

Soal 2 Pada gambar-gambar berikut, pasangan-pasangan segitiga manakah yang kongruen? Nyatakan kekongruenan dengan simbol ≅. Tentukan juga syarat kekongruenan yang dipenuhi.

146 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**3. Penggunaan Soal 1**

Pada (2), peserta didik diharapkan mengetahui bahwa jika syarat kekongruenan segitiga siku-siku yang telah dipelajari di  pada halaman sebelumnya dijadikan sebagai alasan, maka pembuktian dapat dilakukan lebih ringkas.

**4. Syarat Kongruen dari Segitiga Siku-Siku**

Peserta didik merangkum apa yang telah diperoleh, yaitu syarat kekongruenan segitiga siku-siku. Peserta didik juga mengonfirmasi bahwa hal itu dapat digunakan sebagai dasar untuk pembuktian sifat-sifat bangun geometri di masa mendatang.

Pada saat pembuktian, peserta didik diharapkan memperhatikan besar kemungkinan terjadi kesalahan, yaitu dilupakannya syarat dasar “segitiga siku-siku” dan hanya menunjukkan 2 unsur lainnya, kemudian menganggapnya kongruen.

**5. Penggunaan Soal 2**

Ini adalah soal untuk menentukan apakah dua segitiga kongruen dengan menggunakan syarat kekongruenan segitiga siku-siku. Sebenarnya sangat mudah untuk diketahui bahwa semua adalah segitiga siku-siku, bagi peserta didik yang masih bingung, arahkan mereka untuk fokus pada sisi miring terlebih dahulu, kemudian fokus pada “satu sudut lancip” atau “sisi lain”.

Dengan menggunakan syarat kekongruenan segitiga siku-siku, marilah kita buktikan sifat bangun geometri.

Contoh 1

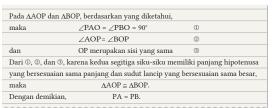
Dari titik P yang terletak pada garis bagi OZ dari ∠XOY, buatlah dua garis tegak lurus ke sisi OX dan OY, dan misalkan secara berturut-turut A dan B adalah titik potongnya. Buktikan bahwa PA = PB.

Cara

Dengan menggunakan PA ⊥ OX, PB ⊥ OY, tunjukkan bahwa dua segitiga yang terbentuk adalah kongruen, kemudian simpulkan bahwa PA = PB.

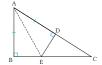
Bukti

| | | |
|---|---|---|
| Pada ΔAOP dan ΔBOP, berdasarkan yang diketahui, | | |
| maka | ∠PAO = ∠PBO = 90° | ① |
| | ∠AOP = ∠BOP | ② |
| dan | OP merupakan sisi yang sama | ③ |
| Dari ①, ②, dan ③, karena kedua segitiga siku-siku memiliki panjang hipotenusa yang bersesuaian sama panjang dan sudut lancip yang bersesuaian sama besar, | | |
| maka | ΔAOP ≅ ΔBOP. | |
| Dengan demikian, | PA = PB. | |

Soal 3 Diskusi

Dari pembuktian di Contoh 1, apa saja sifat garis bagi sudut yang dapat ditemukan? Jelaskan dengan kata, bukan dengan simbol!

Soal 4

Pada hipotenusa AC dari segitiga siku-siku ABC dengan ∠B = 90°, ambil titik D yang memenuhi AB = AD, gambar sebuah garis yang melalui D dan tegak lurus AC serta memotong sisi BC dengan memisalkan titik potongnya adalah E. Buktikan bahwa BE = DE.

BAB 5 | Segitiga dan Segi Empat

Bab 5 Segitiga dan Segi Empat 147

## Kunci Jawaban

**Soal 3**

Semua titik pada garis bagi sudut berjarak sama dari kedua sisi sudut tersebut.

**Soal 4**

Titik A dihubungkan ke titik E.
Dari asumsi di ΔABE dan ΔADE,

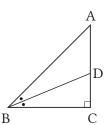
∠ABE = ∠ADE = 90° ①
AB = AD ②
AE sisi persekutuan ③

Dari (1), (2), dan (3), dan aturan kekongruenan dua sudut siku-suku, maka

ΔABE ≅ ΔADE

Jadi, BE = DE.

## Soal Sejenis

Buktikan bahwa BC + CD = AB, di mana D adalah perpotongan dari garis bagi ∠B dari segitiga siku-siku sama kaki dan ∠C = 90°.

(Ringkasan Pembuktian) Jika garis tegak lurus DE ditarik dari titik D ke sisi AB, maka sisi miring segitiga siku-siku EBD dan CBD adalah sama.
Diketahui sudut lancip kedua segitiga tersebut juga sama.
Jadi, ΔEBD ≅ ΔCBD.
Dengan demikian, diperoleh BE = BC dan ED = CD. ΔEDA adalah segitiga siku-siku sama kaki (?), maka ED = EA.
Jadi, BC + CD = BE + EA = AB.

### 6. Penggunaan Contoh 1 dan Soal 3

Sifat garis bagi sudut, yaitu "Titik-titik pada garis bagi sudut berjarak sama dari kedua sisi sudut", secara intuitif dipahami peserta didik melalui pengukuran aktual pada kelas VII (Buku Siswa Kelas VII). Pembuktian pada Contoh 1 menggunakan syarat kekongruenan segitiga siku-siku. Soal 3 untuk membiasakan peserta didik dengan pernyataan matematika. Peserta didik diharapkan memiliki kesempatan untuk bernalar dalam waktu yang singkat dengan saling mempresentasikannya.

### 7. Penggunaan Soal 4

Dalam Contoh 1, syarat kekongruenan "sisi miring dan satu sudut lancip" dari segitiga siku-siku dapat digunakan. Akan tetapi, "sisi miring dan sisi lainnya" digunakan untuk membuktikan sifat-sifat pada gambar dalam Soal 4.

Untuk mempraktikkan aktivitas matematika, ada baiknya juga peserta didik menggambar diagram yang memenuhi kondisi dan memasukkan aktivitas untuk menemukan hubungan yang diharapkan.

## Mari Kita Periksa

0,5 jam

### Kunci Jawaban

**1**

⟨Definisi segitiga sama kaki⟩

Segitiga dengan dua sisi yang sama panjang

⟨Definisi segitiga sama sisi⟩

Segitiga dengan tiga sisi yang sama panjang

**2**

(1) Dalam $\Delta DBC$ dan $\Delta ECB$, dari asumsi,

$BD = CE$ ①

Dari $AB = AC$,

$\angle DBC = \angle ECB$ ②

BC adalah sisi persekutuan ③

Dari (1), (2), dan (3), dan aturan kekongruenan sisi-sudut-sisi, maka $\Delta DBC \cong \Delta ECB$.

(2) $\Delta PBC$ menjadi segitiga sama kaki.

⟨Alasan⟩

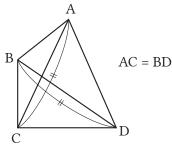
Karena $\Delta DBC \cong \Delta ECB$, dapat dikatakan $\angle DCB = \angle EBC$.

Karena besar kedua sudutnya sama, maka $\Delta PBC$ adalah segitiga sama kaki.

**3**

"Segi empat dengan dua diagonal sama panjang merupakan persegi." Salah.

(Contoh penyangkal)

AC = BD

**4**

Dari asumsi $\Delta ABC$ dan $\Delta ADC$, $AB = AD$ ①

$\angle B = \angle D = 90°$ ②

AC sisi persekutuan ③

Dari (1), (2), dan (3), dan aturan kekongruenan sisi-sudut-sisi, maka $\Delta ABC \cong \Delta ADC$, sehingga $BC = DC$.

## Mari Kita Periksa

**1** Tuliskan definisi dari segitiga sama kaki dan segitiga sama sisi.

Sifat-Sifat Segitiga Sama Kaki [Hlm.138]
Sifat-Sifat Segitiga Sama Sisi [Hlm.144]

**2** Pilih titik D dan E secara berturut-turut di sisi AB dan AC pada segitiga sama kaki dengan $AB = AC$, sehingga diperoleh $BD = CE$. Jawablah pertanyaan berikut.

Sifat-Sifat Segitiga Sama Kaki [Hlm.139] Cth. 1
Segitiga dengan Dua Sudut Sama Besar [Hlm.141] Cth. 2

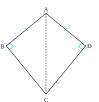
(1) Buktikan bahwa $\Delta DBC \cong \Delta ECB$.

(2) Jika kita misalkan P adalah titik potong BE dan CD, apakah jenis dari segitiga PBC? Jelaskan!

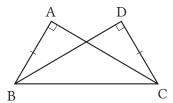
**3** Tentukan *konvers* dari "Diagonal-diagonal sebuah persegi adalah sama panjang." Periksa apakah *konvers* tersebut benar.

*Konvers* [Hlm.143] S 6

**4** Pada segi empat ABCD yang terdapat di gambar sebelah kanan, buktikan bahwa jika $AB = AD$ dan $\angle B = \angle D = 90°$, maka $BC = DC$.

Kekongruenan Segitiga Siku-Siku [Hlm.147] Cth. 1

148 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

### Soal Sejenis

Pada gambar berikut, jika $\angle A = \angle D = 90°$ dan $AB = DC$, buktikan bahwa $\Delta ABC \cong \Delta DCB$.

Dalam $\Delta ABC$ dan $\Delta DCB$, dari asumsi,

$\angle A = \angle D = 90°$ ①

$AB = DC$ ②

BC adalah sisi persekutuan ③

Dari (1), (2), dan (3), dan aturan kekongruenan dua segitiga siku-siku, maka $\Delta ABC \cong \Delta DCB$.

## 2 Segi Empat

**1 Sifat Jajargenjang**

Tujuan: Peserta didik dapat menentukan sifat-sifat jajargenjang.

Putar jajargenjang ABCD terhadap titik O sebagai pusat perputaran. Mari periksa berikut ini dengan memotong dan mencocokkan gambar di akhir buku ④ dengan gambar di sebelah kanan.

(1) Segitiga mula-mula mana yang tepat sama dengan ΔABD?

(2) Pasangan segitiga mana yang tepat sama selain ΔABD?

Pada segi empat, dua sisi yang berlawanan disebut *sisi-sisi berhadapan*, dan dua sudut yang berlawanan satu sama lain dinamakan *sudut-sudut berhadapan*. Jajargenjang didefinisikan sebagai berikut.

Segi empat yang memiliki dua pasang sisi berhadapan yang sejajar dinamakan *jajargenjang*.

Untuk menyatakan jajargenjang ABCD, kita kadang-kadang menggunakan simbol ▱, dan menulisnya ▱ABCD, dan dibaca "jajargenjang ABCD".

Soal 1 Dari Q, pada segi empat, sifat-sifat apakah bila dilihat dari sisi, sudut, dan diagonal yang dapat kita cari?

BAB 5 | Segitiga dan Segi Empat

Bab 5 Segitiga dan Segi Empat 149



# 2 Segi Empat

8 jam

## 1 Sifat Jajargenjang

3 jam

**Tujuan**

1. Peserta didik dapat membuktikan sifat jajargenjang dengan menggunakan sifat garis sejajar dan sifat kesebangunan segitiga.
2. Peserta didik dapat membuktikan sifat bangun geometri dengan menggunakan sifat jajargenjang.

**Kunci Jawaban**

(1) ΔCDB

(2) ΔABC dan ΔCDA
ΔABO dan ΔCDO
ΔAOD dan ΔCOB

**Soal 1**

- Kedua pasang sisi berhadapan adalah sama panjang.
- Kedua pasang diagonalnya sama panjang.
- Kedua diagonal berpotongan di titik tengah diagonal.

**Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan**

### 1. Penggunaan Q

Melalui aktivitas praktik bangun geometri yang diputar, peserta didik menemukan satu kumpulan segitiga yang kongruen dalam jajargenjang. Aktivitas ini mengarah pada penemuan sifat-sifat sisi, sudut, dan diagonal dari jajargenjang (Soal 1) dan yang berhubungan dengan pembuktiannya.

Arti dari gerakan rotasi 180° telah dipelajari di kelas VII, namun hal ini perlu dipastikan ke peserta didik. Untuk percobaan, gunakan lampiran di akhir Buku Siswa (4), kencangkan titik tengah O dengan jarum kompas, atau alat lainnya, kemudian putarlah jajargenjang.

### 2. Sisi Berhadapan, Sudut Diagonal

Perhatikan bahwa istilah sisi berhadapan (atau sisi berlawanan) dan diagonal adalah istilah yang sering digunakan pada segi empat. Dua sisi yang tidak berpotongan pada segi empat disebut sisi berlawanan/berhadapan. Sudut yang menghadap satu sisi dapat juga disebut sudut diagonal, tetapi biasanya tidak digunakan dalam Buku Siswa.

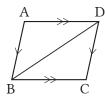
### 3. Definisi dan Sifat Jajargenjang

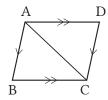
Arti dan sifat jajargenjang dipelajari di kelas IV SD, tetapi definisinya adalah "segi empat dengan dua pasang sisi berlawanan sejajar satu sama lain", dan peserta didik diajarkan untuk menggunakan simbol jajargenjang.

Kemudian, berdasarkan aktivitas Q di Soal 1, kita melihat kembali sifat sisi, sudut, dan diagonal dari jajargenjang.

## Kunci Jawaban

**Soal 2**

$\Delta ABD$ dan $\Delta CDB$

atau

$\Delta ABC$ dan $\Delta CDA$

**Soal 3**

Dari bukti Contoh 1, $\Delta ABD \cong \Delta CDB$

Dari ini, $\angle ABD = \angle CDB$ ①

$\angle ADB = \angle CBD$ ②

Dari ①, ②

$\angle ABD + \angle CBD = \angle CDB + \angle ADB$

Oleh karena itu, $\angle ABC = \angle CDA$

(Bukti terpisah)

Gambarlah AC diagonal.

Di $\Delta ABC$ dan $\Delta CDA$

Karena sudut dalam berseberangan dan

AB // DC, maka

$\angle BAC = \angle DCA$ ①

Dari AD // BC,

$\angle ACB = \angle CAD$ ②

Juga, AC sisi persekutuan ③

Dari ①, ②, ③, dan menurut aturan kekongruenan sudut-sisi-sudut, maka

$\Delta ABC \cong \Delta CDA$

Oleh karena itu, $\angle ABC = \angle CDA$.

Kita dapat menyatakan pernyataan "dalam jajargenjang, dua pasang sisi berhadapan panjangnya sama" seperti berikut, menggunakan gambar di sebelah kanan. Pada segi empat ABCD.

(Diketahui) AB // DC, AD // BC

(Kesimpulan) AB = DC, AD = BC

Soal 2 | Pada ▱ABCD di atas, untuk membuktikan bahwa AB = DC dan AD = BC, pasangan segitiga yang mana yang perlu dibuktikan kongruen? Cobalah pikirkan garis-garis mana yang perlu ditarik untuk membentuk segitiga.

Contoh 1 | Pada ▱ABCD, buktikan bahwa AB = DC dan AD = BC.

Buat diagonal BD. Pada $\Delta ABD$ dan $\Delta CDB$, sudut-sudut dalam berseberangan dari garis-garis sejajar besarnya sama.

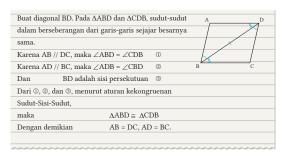
Karena AB // DC, maka $\angle ABD = \angle CDB$ ①

Karena AD // BC, maka $\angle ADB = \angle CBD$ ②

Dan BD adalah sisi persekutuan ③

Dari ①, ②, dan ③, menurut aturan kekongruenan Sudut-Sisi-Sudut,

maka $\Delta ABD \cong \Delta CDB$

Dengan demikian AB = DC, AD = BC.



Dari $\Delta AOP \cong \Delta BOP$ yang ditunjukkan pada pembuktian di Contoh 1, kita dapat simpulkan bahwa $\angle A = \angle C$.

Soal 3 | Pada ▱ABCD di Contoh 1, buktikan bahwa $\angle ABC = \angle CDA$.



### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**4. Pembeda Asumsi dan Kesimpulan**

Peserta didik diharapkan mengonfirmasi bahwa pada pembuktian sifat jajargenjang, AB//DC adalah definisi, AD//BC adalah asumsi, dan sifatnya adalah kesimpulan.

**5. Penggunaan Soal 2**

Peserta didik diharapkan memikirkan berdasarkan kegiatan di halaman sebelumnya.

Perlu dicatat bahwa metode menggambar garis bantu berbeda-beda bergantung pada apakah digunakan $\Delta ABD$ dan $\Delta CDB$, atau $\Delta ABC$ dan $\Delta CDA$.

**6. Penggunaan Contoh 1**

Pada Buku Siswa, pembuktiannya dengan menggambar garis diagonal BD. Namun, ada baiknya pembuktiannya dengan menggambar garis diagonal AC juga. Hal ini akan mengarah pada kemampuan dalam cara menulis bukti.

Selain itu, biarkan peserta didik membaca apa lagi yang bisa dipelajari dari bukti ini. Peserta didik juga dapat memperhatikan fakta bahwa hal tersebut dapat mengarah pada kesimpulan bahwa diagonalnya sama.

**7. Penggunaan Soal 3**

Soal ini dapat terinspirasi dari $\Delta ABD \cong \Delta CDB$ yang ditunjukkan dalam bukti Contoh 1. Garis diagonal AC dapat digambar untuk menunjukkan $\Delta ABC \cong \Delta CDA$, atau sifat garis paralel dapat digunakan untuk membuktikannya.

Diharapkan kita menghargai cara berpikir peserta didik.

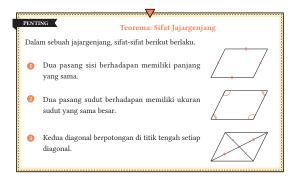
Pada ▱ABCD, jika kita misalkan O adalah titik potong kedua diagonalnya, maka buktikan bahwa AO = CO dan BO = DO.

Hal-hal yang sudah kita selidiki sejauh ini dapat dirangkum menjadi sebuah teorema berikut.

PENTING

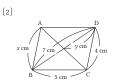
**Teorema: Sifat Jajargenjang**

Dalam sebuah jajargenjang, sifat-sifat berikut berlaku.

1. Dua pasang sisi berhadapan memiliki panjang yang sama.
2. Dua pasang sudut berhadapan memiliki ukuran sudut yang sama besar.
3. Kedua diagonal berpotongan di titik tengah setiap diagonal.



Soal 5 Pada ▱ABCD pada gambar-gambar berikut, carilah nilai dari $x$ dan $y$.

(1)

(2)

## Kunci Jawaban

**Soal 4**

Karena sudut dalam berseberangan di ΔABO dan ΔCDO untuk garis sejajar AB//DC, dan dari AB // DC, maka

$\angle BAO = \angle DCO$ ①

$\angle ABO = \angle CDO$ ②

Karena sisi berlawanan dari jajargenjang, maka

AB = CD ③

Dari (1), (2), dan (3), dan menurut aturan kekongruenan sudut-sisi-sudut, maka

$\Delta ABO \cong \Delta CDO$

Oleh karena itu, AO = CO, BO = DO.

**Soal 5**

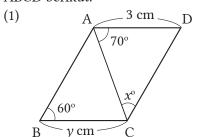
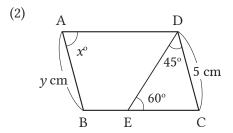
(1) $x = 70$, $y = 110$

(2) $x = 4$, $y = 3{,}5$

## Soal Sejenis

Temukan nilai $x$ dan $y$ pada gambar jajargenjang ABCD berikut.

(1)

(2)

(1) $x = 50$, $y = 3$

(2) $x = 75$, $y = 5$

### 8. Penggunaan Soal 4 dan Sifat Jajargenjang

Peserta didik diharapkan memperhatikan bahwa dalam pembuktian, bisa menggunakan "sisi berlawanan dari jajargenjang adalah sama" yang telah dibuktikan dalam Contoh 1 pada halaman sebelumnya. Peserta didik mengonfirmasi bahwa hal yang terbukti benar, dapat digunakan dalam pembuktian berikutnya.

Kemudian, pembuktian dalam Contoh 1, Soal 3 dan Soal 4 dirangkum sebagai teorema sifat-sifat jajargenjang.

Perhatikan bahwa sifat 3 terkadang dinyatakan sebagai "dua garis diagonal yang saling membagi dua".

### 9. Penggunaan Soal 5

Saat mengonfirmasi jawabannya, peserta didik diharapkan menjelaskan jenis sifat apa dari jajargenjang yang digunakan.

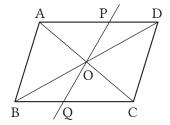
## Kunci Jawaban

**Soal 6** (Contoh)

- $\angle ABE = \angle CDF$
- $\angle AEB = \angle CFD$

Penjelasan:
Sudut bersesuaian dari dua bangun yang kongruen adalah sama.

**Soal 7**

(1) (Contoh)

(2) Garis bagi QO

(3) Karena sudut dalam berseberangan pada garis sejajar pada $\Delta AOP$ dan $\Delta COQ$,
dan AD // BC, maka $\angle PAO = \angle QCO$ ①
Karena garis diagonal jajargenjang berpotongan di titik tengahnya, maka
$AO = CO$ ②
Karena sudut bertolak belakang,
$\angle AOP = \angle COQ$ ③
Dari (1), (2), dan (3), dan menurut aturan kekongruenan sudut-sisi-sudut, maka
$\Delta AOP \cong \Delta COQ$
Oleh karena itu, PO = QO.

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**10. Penggunaan** 


Ini adalah soal yang memanfaatkan sifat jajargenjang dalam pembuktian. Peserta didik diharapkan memperjelas sifat-sifat mana yang digunakan. Soal ini dapat membuktikan kekongruenan $\Delta EBC$ dan $\Delta FDA$, maka dimungkinkan untuk melakukan pembuktian dengan dua metode sehingga dapat membandingkannya.

**11. Penggunaan** **Soal 6**

Ini adalah soal untuk "membaca pembuktian dari sifat-sifat suatu bangun geometri dan menemukan sifat-sifat baru". Peserta didik akan segera menyadari bahwa sudut yang sesuai dari $\Delta ABE$ dan $\Delta CDF$ yang digunakan dalam pembuktian

Dengan menggunakan sifat-sifat jajargenjang, mari kita buktikan sifat-sifat bangun geometri berikut.

**Contoh 2** Jika titik E dan F terletak pada diagonal AC dari ABCD sehingga AE = CF, maka buktikan bahwa BE = DF.



**Bukti**

Pada $\Delta ABE$ dan $\Delta CDF$,
berdasarkan yang diketahui, AE = CF ①
Sudut-sudut dalam berseberangan dari garis sejajar adalah sama besar. Karena AB // DC,
maka $\angle BAE = \angle DCF$ ②
Karena sisi-sisi berhadapan pada jajargenjang adalah sama panjang,
maka AB = CD ③
Dari ①, ②, dan ③, dan berdasar aturan kekongruenan Sisi-Sudut-Sisi,
maka $\Delta ABE \cong \Delta CDF$.
Dengan demikian, BE = DF.

**Soal 6** Diskusi
Dari $\Delta ABE \cong \Delta CDF$ yang dibuktikan di Contoh 2, apa yang dapat kita amati selain BE = DF? Jelaskan!

**Soal 7**
Buatlah garis yang melalui titik O yang merupakan titik potong kedua diagonal ABCD, dan misalkan P dan Q secara berturut-turut adalah titik-titik potong garis AD dan BC. Jawablah setiap pertanyaan berikut.
(1) Buatlah gambarnya.
(2) Ruas garis mana yang mempunyai panjang yang sama dengan segmen PO?
(3) Buktikan pernyataan yang kamu selidiki di bagian (2).



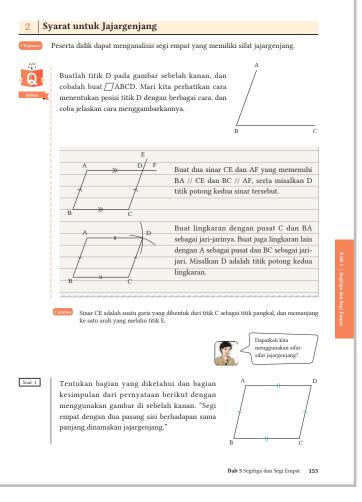
152 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

adalah sama, tetapi diharapkan peserta didik fokus pada berbagai sifat seperti EB // DF melalui diskusi.

**12. Penggunaan** **Soal 7**

Membuat gambar yang sesuai dengan subjek dalam pembuktian bangun geometri merupakan tugas penting yang mengarah pada pemahaman subjek. Dengan membandingkan gambar yang digambar oleh peserta didik, diharapkan peserta didik memastikan bahwa setiap gambar yang memenuhi syarat, dapat dibuktikan dengan cara yang sama.

**13. Penggunaan Ilustrasi Percakapan**

Di sini, kami telah membuktikan sifat jajargenjang secara deduktif. Sebaliknya, peserta didik diharapkan termotivasi untuk mempelajari syarat untuk menjadi jajargenjang dengan cara melihatnya lebih fokus lagi.

## 2 Syarat untuk Jajargenjang

3 jam

**• Tujuan •**

1. Peserta didik dapat menemukan dan membuktikan syarat segi empat menjadi jajargenjang.
2. Peserta didik dapat membuktikan sifat bangun geometri dengan menggunakan syarat untuk menjadi jajargenjang.

### Kunci Jawaban

Selain metode yang ditunjukkan dalam Buku Siswa, metode berikut dapat dipertimbangkan.

(1) Gambarlah AF, suatu garis yang membuat BC // AF, dan ambil titik D dengan BC = AD pada AF.

(2) Hubungkan dua titik A dan C untuk mencari titik tengah O pada ruas garis AC, dan perpanjang ruas garis BO.
Ambil titik D di mana BO = DO.

(3) Gambarlah AF, suatu garis yang membuat BC // AF, dan ambil titik D pada AF dengan BA = CD.
(Perhatikan bahwa dalam kondisi ini, titik D dapat digambar dengan dua cara.)

**Soal 1**

〈Asumsi〉 AB = DC, AD = BC
〈Kesimpulan〉 AB//DC, AD//BC

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**1. Penggunaan** 

Ini adalah soal untuk memprediksi syarat untuk menentukan jajargenjang dengan mempertimbangkan metode menggambar jajargenjang.

Di kelas IV SD, peserta didik sudah berpengalaman menggambar jajargenjang menggunakan penggaris, kompas, dan busur derajat. Di sini, peserta didik diharap melihat kembali itu, sambil memikirkan berbagai cara menulis dengan ide-ide bebas. Selain itu, peserta didik diharapkan menggunakan ini sebagai kesempatan untuk membiasakan diri dengan simbol atau cara menulis secara matematis, yang diperlihatkan dalam contoh buku catatan.

Berdasarkan presentasi peserta didik, klasifikasikan dan susun cara menggambar jajargenjang, dan akan berkaitan dengan pembuktian **Soal 1** dan selanjutnya. Seperti terlihat pada jawaban (3), diprediksi peserta didik memberikan cara menggambar yang tidak menjadi syarat untuk menentukan jajargenjang. Dalam hal ini, dengan memberikan contoh penyangkal, cukup untuk menunjukkan bahwa itu tidak menjadi syarat keputusan (Soal 5 pada Buku Siswa hlm. 155).

**2. Penggunaan** **Soal 1**

Peserta didik mengonfirmasikan bahwa kebalikan dari proposisi "dalam jajargenjang, dua pasang sisi berlawanan sama panjang" telah dibuktikan pada **Contoh 1** di Buku Siswa halaman 150. Kebalikan dari proposisi adalah menukarkan asumsi dengan kesimpulan.

## Kunci Jawaban

**Soal 2**

① Karena jumlah sudut dalam segi empat adalah 360°,

$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360°$

Dari asumsinya,

$\angle A = \angle C, \angle B = \angle D$

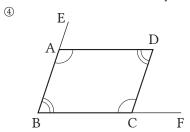
Oleh karena itu, $\angle A + \angle B = 180°$

② $\angle BAD + \angle EAD = 180°$

Dari ①, $\angle BAD + \angle B = 180°$

Oleh karena itu, $\angle EAD = \angle B$

③ Dari ②, karena sudutnya sama, AD // BC

④

Jika BC diperpanjang ke BF, dengan cara yang sama seperti ① dan ②,

$\angle B = \angle DCF$

Jadi, AB // DC.

Contoh 1

Pada segi empat ABCD, buktikan bahwa jika AB = DC dan AD = BC, maka AB // DC dan AD // BC.

Cara

Gunakan fakta bahwa jika sudut-sudut dalam berseberangan besarnya sama, maka kedua garis sejajar. Agar diperoleh sudut-sudut dalam berseberangan sama besar, buat diagonal BD, dan buktikan bahwa ΔABD dan ΔCDB kongruen.

Bukti

Buat diagonal BD.
Pada ΔABD dan ΔCDB, berdasarkan yang diketahui,
maka AB = CD ①
AD = CB ②
Dan BD sisi persekutuan ③
Dari ①, ②, dan ③, dan menurut aturan
kekongruenan Sisi-Sisi-Sisi,
maka ΔABD ≅ ΔCDB
Dengan demikian, ∠ABD ≅ ∠CDB
Karena sudut dalam berseberangan sama, maka AB // DC
Dengan cara serupa, AD // BC

Catatan: Pada pembuktian di Contoh 1, "dengan cara serupa" berarti kita dapat membuktikan sesuatu dengan proses yang sama seperti proses pembuktian sebelumnya.

Soal 2

Pada segi empat ABCD, buktikan bahwa jika ∠A = ∠C dan ∠B = ∠D, maka AB // DC dan AD // BC, sesuai urutan ①, ②, ③, ④.

① ∠A + ∠B = 180°
② Jika BA diperpanjang hingga terbentuk BE, maka ∠EAD = ∠B.
③ AD // BC
④ AB // DC

154 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**3. Penggunaan** Contoh 1

Poin dalam membuktikan syarat untuk menjadi jajargenjang adalah penggunaan "dua garis sejajar jika mereka memiliki sudut dalam berseberangan atau sudut bersesuaian yang sama". Jika peserta didik menyadari hal itu, peserta didik dapat memahami arti menggambar BD diagonal pada Contoh 1.

**4. Penggunaan Catatan**

Saat menulis pembuktian, peserta didik diharapkan memahami bahwa ada kalanya sebagian deskripsi pembuktian disingkat dengan menggunakan ungkapan "dengan cara serupa".

Saat menggunakan untuk kali pertama, peserta didik mungkin dapat menggunakannya dengan benar. Peserta didik dapat menulis semua pembuktian sehingga dapat melihat bagian mana yang telah dihilangkan. Peserta didik kemudian mengklarifikasi bagian yang dapat dihilangkan dengan penjelasan "dengan cara serupa".

**5. Penggunaan** Soal 2

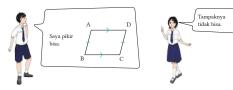
Mengenai hubungan antara garis sejajar dan sudut, terdapat pernyataan "jika jumlah sudut dalam pada sisi yang sama adalah 180°, kedua garis itu sejajar". Pernyataan tersebut tidaklah dijadikan sifat dasar. Akan tetapi, peserta didik melaksanakan pembuktian dengan mengikuti prosedur ini.

Peserta didik diharapkan melanjutkan pelajaran sambil mengulang kembali jumlah sudut dalam segi empat dan hubungan antara sudut dalam dan sudut luar.

Dalam pembuktian ④, bagian awal yang ditunjukkan pada jawaban dapat dihilangkan dan digunakan sebagai "AB // DC" dengan cara serupa.

Soal 3 Jika kita misalkan O adalah titik potong kedua diagonal segi empat ABCD, buktikan bahwa jika AO = CO dan BO = DO, maka AB//DC dan AD//BC.

Soal 4 Pada segi empat ABCD, buktikan bahwa jika AD//BC dan AD = BC, maka segi empat ABCD adalah jajargenjang.

Soal 5 Pada segi empat ABCD, jika AD//BC dan AB = DC, maka dapatkah kita menyatakan bahwa segi empat ABCD adalah jajargenjang?

Hal-hal yang telah kita selidiki sejauh ini dapat dirangkum ke dalam sebuah teorema berikut.

PENTING

Teorema: Syarat untuk Jajargenjang

Jika sembarang sifat ini berlaku, maka segi empatnya merupakan jajargenjang.

1. Dua pasang sisi berhadapan yang sejajar (definisi).
2. Dua pasang sisi berhadapan memiliki panjang yang sama.
3. Dua pasang sudut berhadapan sama besar.
4. Dua diagonalnya berpotongan di titik tengah kedua diagonal.
5. Sepasang sisi-sisi berhadapan adalah sejajar dan sama panjang.

Bab 5 Segitiga dan Segi Empat 155

BAB 5 | Segitiga dan Segi Empat

## Kunci Jawaban

**Soal 3**

Dalam ΔABO dan ΔCDO, dari asumsi,

AO = CO ①

BO = DO ②

Karena besar sudut bertolak belakang adalah sama, maka

∠AOB = ∠COD ③

Dari (1), (2), dan (3), dan menurut aturan kekongruenan sisi-sudut-sisi, maka

ΔABO ≅ ΔCDO

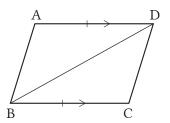
Oleh karena itu, karena sudut bersesuaian pada ΔABO dan ΔCDO adalah sama, yaitu ∠BAO = ∠DCO, maka AB // DC ④

Demikian pula, ΔAOD ≅ ΔCOB

Oleh karena itu, ∠DAO = ∠BCO

maka AD // BC ⑤

Dari ④ dan ⑤, AB // DC, AD // BC.

**Soal 4**

Gambarlah diagonal BD.

Dalam ΔABD dan ΔCDB, dari asumsi,

AD = CB ①

Karena sudut dalam berseberangan pada garis sejajar AD//BC adalah sama, maka ∠ADB = ∠CBD ②

BD sisi persekutuan ③

Dari (1), (2), dan (3), dan menurut aturan kekongruenan sisi-sudut-sisi, maka

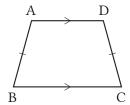
ΔABD ≅ ΔCDB

Oleh karena itu, karena ∠ABD = ∠CDB maka AB // DC ④

Dari asumsinya, AD // BC ⑤

Dari (4) dan (5), segi empat ABCD adalah jajargenjang.

**Soal 5**

Tidak dapat dikatakan jajargenjang.

### 6. Penggunaan Soal 3 dan Soal 4

Peserta didik diharapkan mengonfirmasi bahwa sangat mungkin untuk membuktikan menggunakan syarat menjadi jajargenjang seperti pada Contoh 1 di halaman sebelumnya. Biarkan peserta didik memikirkan berbagai metode pembuktian.

Di Soal 4, peserta didik diharapkan menyadari bahwa hanya AB // DC yang perlu ditampilkan.

### 7. Penggunaan Soal 5

Biarkan peserta didik melakukan aktivitas untuk saling menjelaskan dan mengomunikasikan bahwa proposisi itu salah. Peserta didik diharapkan memberikan contoh penyangkal.

### 8. Syarat untuk Menjadi Jajargenjang

Peserta didik diharapkan memperhatikan bahwa syarat 2, 3, dan 4 adalah kebalikan dari sifat 1, 2, dan 3 dari jajargenjang (Buku Siswa hlm. 151).

## Kunci Jawaban

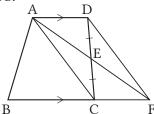
**Soal 6**

Dari asumsi $\Delta ABE$ dan $\Delta CDF$, AE = CF ①
Karena sudut dalam berseberangan dari garis sejajar AB // DC, maka $\angle BAE = \angle DCF$ ②
Karena sisi berlawanan dari jajargenjang sama, AB = CD ③
Dari (1), (2), dan (3), menurut aturan kekongruenan sisi-sudut-sisi, maka $\Delta ABE \cong \Delta CDF$
Oleh karena itu, BE = DF ④
Demikian pula, $\Delta AED \cong \Delta CFB$
Oleh karena itu, ED = FB ⑤
Dari (4) dan (5), EBFD segi empat adalah jajargenjang karena dua pasang sisi berlawanan adalah sama.

**Soal 7**

Karena sisi-sisi yang berlawanan dari jajargenjang adalah sama, maka
AB = DC ①
Dari asumsi, didapat
$MB = \frac{1}{2}AB,\ DN = \frac{1}{2}DC$ ②
Dari ①, ②, dengan asumsi MB = DN, maka ③
MB // DN ④
Dari ③, ④, segi empat MBND adalah jajargenjang karena sepasang sisi yang berhadapan sejajar dan sama besar.

## Soal Sejenis

Buktikan bahwa segi empat ACFD adalah jajargenjang, di mana E adalah titik tengah dari sisi CD dan F adalah perpotongan dari perpanjangan AE dan perpanjangan BC pada ABCD trapesium dari AD // BC.

(Dipersingkat) Dengan cara serupa seperti **Soal 4** pada hlm. 131, $\Delta AED \cong \Delta FEC$
Oleh karena itu, AE = FE
Dari asumsi tersebut, DE = CE
ACFD segi empat adalah jajargenjang karena kedua diagonal berpotongan di titik tengahnya.

Dengan menggunakan sifat-sifat jajargenjang, mari kita selesaikan beragam permasalahan.

**Contoh 2** Pada gambar ▱ABCD di sebelah kanan, jika titik E dan F terletak pada diagonal AC demikian sehingga AE = CF, maka buktikan bahwa segi empat EBFD adalah jajargenjang.

**Bukti**
Misalkan O adalah titik potong kedua diagonal jajargenjang. Karena perpotongan diagonal-diagonal jajargenjang berada tepat di tengah,
maka BO = DO ①
AO = CO ②
Dari soal diketahui bahwa AE = CF ③
Dari ② dan ③, AO − AE = CO − CF
Karena EO = AO − AE , FO = CO − CF, maka
EO = FO ④
Dari ① dan ④, karena dua diagonal jajargenjang berpotongan tepat di titik tengahnya, maka segi empat EBFD adalah jajargenjang.

**Soal 6** Buktikan pernyataan yang sama di **Contoh 2** dengan menggunakan teorema syarat untuk jajargenjang di 2.

**Soal 7** Bila kita misalkan titik M dan N masing-masing merupakan titik tengah AB dan DC dari ▱ABCD, buktikan bahwa segi empat MBND adalah jajargenjang.



156 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

## Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

### 9. Penggunaan Contoh 6 dan Soal 6

Ini adalah soal yang menggunakan “syarat untuk menjadi jajargenjang” yang dirangkum sebagai teorema. Perlu diketahui bahwa berbagai metode pembuktian dapat dipertimbangkan bergantung pada kondisi mana yang digunakan. Buku Siswa mencakup pembuktian menggunakan ketentuan 4, 2, tetapi ketentuan lain 1, 3, dan 5 juga dapat digunakan. Jadi, biarkan peserta didik berminat mengerjakan yang mana.

### 10. Penggunaan Ilustrasi Percakapan

Dengan mengajak “Mari kita selidiki jajargenjang secara detail”, peserta didik diharapkan memprediksi bahwa pembelajaran jajargenjang akan berkembang lebih jauh, sehingga dapat memotivasinya untuk mempelajari hubungan inklusif dengan persegi panjang, belah ketupat, dan persegi.

## 3 Jajargenjang Khusus

•Tujuan• Peserta didik dapat menganalisis segi empat yang memenuhi syarat menjadi jajargenjang.

Pada segi empat dalam tabel berikut, tulis ○ bila memenuhi sifat yang ditunjukkan di sebelah kiri, dan tulis × bila tidak memenuhi.

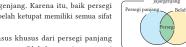
| | Jajargenjang | Persegi panjang | Belah ketupat | Persegi |
|---|---|---|---|---|
| Dua pasang sisi berhadapan yang sejajar | ○ | | | |
| Panjang semua sisinya sama | × | | | |
| Besar semua sudutnya sama | × | | | |

Persegi panjang, belah ketupat, dan persegi didefinisikan sebagai berikut.

> Segi empat yang semua sudutnya sama besar disebut *persegi panjang*.
> Segi empat yang semua sisinya sama panjang disebut *belah ketupat*.
> Segi empat yang semua sudutnya sama besar dan semua sisinya sama panjang disebut *persegi*.

Definisi persegi panjang, yaitu "segi empat yang semua sudutnya sama besar" memenuhi syarat sebagai jajargenjang, yakni "dua pasang sisi berhadapan masing-masing sama besar". Dengan demikian, kita dapat menyatakan bahwa persegi panjang adalah jajargenjang.

Dapatkah kita menyatakan bahwa belah ketupat merupakan jajargenjang? Jelaskan!

Persegi panjang dan belah ketupat merupakan kasus khusus dari jajargenjang. Karena itu, baik persegi panjang maupun belah ketupat memiliki semua sifat jajargenjang.
Persegi adalah kasus khusus dari persegi panjang ataupun belah ketupat. Oleh karena itu, persegi memiliki semua sifat yang dimiliki persegi panjang ataupun belah ketupat.

BAB 5 | Segitiga dan Segi Empat

Bab 5 Segitiga dan Segi Empat 157


## 3 Jajargenjang Khusus

1,5 jam

### • Tujuan •

1. Peserta didik dapat menentukan hubungan jajargenjang, persegi panjang, belah ketupat, persegi.
2. Peserta didik dapat membuktikan sifat garis diagonal persegi panjang dan belah ketupat.
3. Peserta didik dapat menentukan persyaratan agar jajargenjang menjadi persegi panjang, belah ketupat, dan persegi.

### Kunci Jawaban

| Jajargenjang | Peregi Panjang | Belah Ketupat | Persegi |
|---|---|---|---|
| ○ | ○ | ○ | ○ |
| × | × | ○ | ○ |
| × | ○ | × | ○ |

**Soal 1**

Dapat dikatakan sebagai Jajargenjang.
⟨Alasan⟩
Definisi belah ketupat adalah "segi empat yang memiliki 4 sisi dengan panjang yang sama", maka memenuhi persyaratan untuk menjadi jajargenjang, yaitu "dua pasang sisi berhadapan panjangnya masing-masing sama".

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**1. Jajargenjang yang Spesial**

Peserta didik belajar tentang jajargenjang, persegi panjang, belah ketupat, dan kotak di SD, tetapi sejauh ini peserta didik menganggapnya sebagai gambar yang berbeda. Di sini, peserta didik akan memperhatikan hubungannya sehingga persegi panjang, belah ketupat, dan persegi dapat dilihat sebagai jajargenjang khusus.

Sebagai contoh serupa, Buku Siswa hlm. 144 melihat segitiga sama sisi sebagai segitiga sama kaki khusus.

**2. Penggunaan Q**

Ini adalah soal untuk mengonfirmasi sifat segi empat yang dipelajari di SD, dan untuk memahami secara intuitif hubungannya.

**3. Penggunaan Soal 1**

Pertama, pastikan bahwa definisi persegi panjang memenuhi persyaratan untuk menjadi jajargenjang "dua pasang diagonalnya sama panjang". Kemudian, untuk belah ketupat, peserta didik sendiri menunjukkan dan menjelaskan definisi tersebut berlaku untuk syarat yang mana.

Demikian pula, ada baiknya peserta didik membahas mengapa persegi bisa disebut persegi panjang dan mengapa persegi bisa disebut belah ketupat.

**4. Memahami Hubungan Berdasarkan Diagram Venn**

Setelah menyelidiki hubungan antara setiap bangun geometri, biarkan peserta didik memahami hubungan menggunakan diagram Venn seperti yang ditunjukkan di Buku Siswa.

## Kunci Jawaban

Persegi panjang: Kedua diagonal memiliki panjang yang sama dan berpotongan di titik tengah kedua diagonal.
Belah ketupat: Dua diagonal berpotongan secara tegak lurus di titik tengah kedua diagonal.
Persegi: Panjang kedua diagonal sama dan berpotongan tegak lurus di titik tengah kedua diagonalnya.

**Soal 2**

Dalam $\Delta ABO$ dan $\Delta ADO$, dari asumsi, sisi belah ketupat yang berdekatan adalah sama, maka
$AB = AD$ ①
Karena dua garis diagonal belah ketupat berpotongan di titik tengahnya, $BO = DO$ ②
Juga, $AO$ sisi persekutuan ③
Dari ①, ②, dan ③, menurut aturan kekongruenan sisi-sisi-sisi, maka $\Delta ABO \cong \Delta ADO$
Oleh karena itu, $\angle AOB = \angle AOD$ ④
Di sisi lain, $\angle AOB + \angle AOD = 180°$ ⑤
Dari ④ dan ⑤, $\angle AOB = 90°$
Oleh karena itu, $AC \perp BD$.

Diskusi: Mari kita diskusikan sifat-sifat dari diagonal persegi panjang, belah ketupat, dan persegi.

Contoh 1: Pada persegi panjang ABCD, buktikan bahwa panjang kedua diagonalnya, yaitu AC dan DB, sama panjang.

Bukti

Pada $\Delta ABC$ dan $\Delta DCB$,
diketahui bahwa
$\angle ABC = \angle DCB$ ①
Sisi berhadapan persegi panjang adalah sama panjang,
maka $AB = DC$ ②
BC adalah sisi persekutuan ③
Dari ①, ②, dan ③, berdasarkan aturan kekongruenan Sisi-Sudut-Sisi,
maka $\Delta ABC \cong \Delta DCB$
Dengan demikian, $AC = DB$.



Dari sifat diagonal persegi panjang, bila kita misalkan M adalah titik tengah hipotenusa BC dari segitiga siku-siku ABC seperti pada gambar berikut, maka kita dapat lihat bahwa $AM = BM = CM$.



Soal 2: Pada belah ketupat ABCD, buktikan bahwa kedua diagonalnya, yaitu AC dan BD saling berpotongan tegak lurus. Misalkan O adalah titik potong antara AC dan BD.



158 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

## Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

### 5. Penggunaan 

Sifat dari diagonal segi empat telah dipelajari di kelas IV SD. Di sini peserta didik akan mengulang kembali dan menghubungkannya dengan bukti  Contoh 1 dan Soal 2.

Juga harus dipastikan bahwa setiap segi empat memiliki properti jajargenjang, yaitu "dua garis diagonal berpotongan di titik tengahnya".

### 6. Penggunaan  

Terdapat $\Delta ABC$ dan $\Delta CDA$ sebagai segitiga siku-siku dengan diagonal AC sebagai sisi miringnya, dan $\Delta DCB$ dan $\Delta BAD$ sebagai segitiga siku-siku dengan BD diagonal sebagai sisi miringnya, kemudian pada pembuktiannya, perhatikan bahwa ada empat kombinasi segitiga.

### 7. Sifat Segitiga Siku-Siku

Sifat segitiga siku-siku ini berarti bahwa pusat segitiga siku-siku adalah titik M di tengah bidang diagonal.

### 8. Penggunaan Soal 2

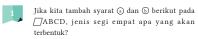
Cara membuktikan perpotongan tegak lurus setelah disimpulkan $\Delta ABO \cong \Delta ADO$, ada baiknya untuk melihat kembali Soal 2 pada Buku Siswa hlm. 140.

[ Aktivitas Matematis ]

Mari kita diskusikan syarat tambahan yang diperlukan agar jajargenjang menjadi persegi panjang, belah ketupat, dan persegi.

**1** Jika kita tambah syarat ⓐ dan ⓑ berikut pada ▱ABCD, jenis segi empat apa yang akan terbentuk?

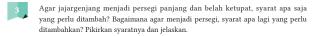
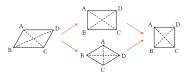
ⓐ AB = BC

ⓑ ∠A = 90°

**2** Jika AB = BC pada ▱ABCD, maka Dewi menyatakan bahwa segi empat yang terbentuk adalah belah ketupat seperti berikut.

Sisi-sisi yang berhadapan pada jajargenjang sama panjang, sehingga AB = DC dan AD = BC. Jika saya tambahkan syarat AB = BC, maka sisi-sisi yang berdekatan akan sama panjang. Akibatnya, semua sisi sama panjang. Dengan demikian, ABCD adalah belah ketupat.

Jika ∠A = 90° pada ▱ABCD, maka jelaskan bahwa segi empat yang terbentuk adalah persegi panjang.

**3** Agar jajargenjang menjadi persegi panjang dan belah ketupat, syarat apa saja yang perlu ditambah? Bagaimana agar menjadi persegi, syarat apa lagi yang perlu ditambahkan? Pikirkan syaratnya dan jelaskan.

BAB 5 | Segitiga dan Segi Empat

Bab 5 Segitiga dan Segi Empat 159

## Kunci Jawaban

Ditambah ⓐ saja, belah ketupat
Ditambah ⓑ saja, persegi panjang
Ditambah ⓐ dan ⓑ sekaligus, persegi

**2** (Contoh)

Dari teorema sifat jajargenjang, maka
∠A = ∠C, ∠B = ∠D.
Jika syarat ∠A = 90° ditambahkan, maka
∠A = ∠C = 90°.
Pada saat ini, karena jumlah sudut dalam dari segi empat adalah 360°, maka ∠B + ∠D + 180° dan ∠B = ∠D = 90°. Jadi, keempat sudutnya sama. Oleh karena itu, ABCD menjadi persegi panjang.

 (Contoh)

① Persegi panjang ... AC = BD
〈Alasan〉 Ketika kondisi AC = BD ditambahkan ke jajargenjang, itu menjadi ΔABC. ΔDCB memiliki tiga set sisi yang sama-sama kongruen. Dari sini, dapat dikatakan bahwa ∠ABC = ∠DCB. Jika sudut yang berdekatan dari jajargenjang sama, maka keempat sudutnya sama.
Oleh karena itu, ABCD berbentuk persegi panjang.

② Belah ketupat ... AC ⊥ BD
〈Alasan〉 Misalkan O adalah perpotongan dari garis diagonal. Ketika kondisi AC ⊥ BD ditambahkan ke jajargenjang, ΔABO dan ΔADO memiliki dua sisi dan sudut di antara keduanya sama dan kongruen. Dari sini dapat dikatakan bahwa AB = AD. Jika sisi-sisi yang berdekatan dari jajargenjang sama, maka keempat sisinya sama. Karena itu, ABCD adalah belah ketupat.

③ Persegi ... AC = BD, AC ⊥ BD
〈Alasan〉 Dengan cara serupa seperti ① dan ②, jika kondisi AC = BD dan AC ⊥ BD ditambahkan ke jajargenjang, maka keempat sudut dan empat sisinya akan sama. Oleh karena itu, ABCD adalah persegi.

### 9. Kegiatan Matematika Saat Ini

Pada kesempatan kali ini, sebagai kesempatan untuk mengerjakan kegiatan matematika dalam Lingkup Pembelajaran, terdapat "kegiatan menjelaskan dan mengomunikasikan syarat jajargenjang menjadi persegi panjang, belah ketupat, atau persegi".

### 10. Penggunaan 1, 2, 5

Diharapkan peserta didik memperhatikan hal-hal berikut, serta menekankan pada kemampuan penjelasan lisan.

(1) Apakah peserta didik menjelaskan menggunakan istilah matematika, seperti "sudut berlawanan" dan "diagonal", dan pernyataan logis, seperti "karena~", "maka", dan "annya"?

(2) Apakah peserta didik mengklarifikasi argumen dan menunjukkan bahwa persyaratan untuk menjadi setiap bangun geometri sudah terpenuhi?

Diharapkan juga peserta didik memberi jawaban pada Soal 3 yang tidak terkait Soal 2. Guru dapat memotivasi peserta didik agar muncul jawaban yang variatif.

## Mari Kita Periksa

0,5 jam

### Kunci Jawaban

**1**

Segi empat dengan 2 pasangan sisi yang sejajar

**2**

Dari asumsi ΔABE dan ΔCDF, AE = CF ①

Karena sisi berlawanan dan sudut berhadapan pada jajargenjang masing-masing panjangnya sama, maka AB = CD dan ②

∠A = ∠C ③

Dari (1), (2), dan (3), serta menurut aturan kekongruenan sisi-sudut-sisi, maka

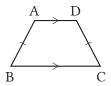
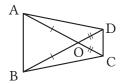
ΔABE ≅ ΔCDF

Oleh karena itu, BE = DF.

**3**

ⓑ, ⓒ

(Contoh penyangkal ⓐ) (Contoh penyangkal ⓓ)

**4**

(1) Dari asumsi,

AE = CE ①

DE = FE ②

Dari (1) dan (2), segi empat ADCF adalah jajargenjang karena kedua diagonal berpotongan di titik tengahnya.

(2) Dari (1), segi empat ADCF adalah jajargenjang, jadi

AD // FC ①

AD = FC ②

Dari asumsi, AD = DB ③

## Mari Kita Periksa

2 Segi Empat

**1** Sifat Jajargenjang [Hlm.149]

Tuliskan definisi dari jajargenjang.

**2** Sifat Jajargenjang [Hlm.152] Cth. 2

Jika E dan F masing-masing terletak pada sisi AD dan BC dari ▱ABCD, sehingga AE = CF, maka buktikan bahwa BE = DF.

**3** Syarat untuk Jajargenjang [Hlm.154, 155]

Dari kasus-kasus ⓐ, ⓑ, ⓒ, dan ⓓ berikut, kasus manakah yang mengakibatkan segi empat ABCD menjadi jajargenjang?

ⓐ AD // BC, AB = DC

ⓑ AB // DC, AB = DC

ⓒ AO = CO, BO = DO

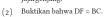
ⓓ AO = BO, CO = DO

**4** Syarat untuk Jajargenjang [Hlm.156] Cth. 2

Misalkan D dan E berturut-turut merupakan titik tengah dari sisi AB dan AC pada ΔABC. Ambil titik F pada perpanjangan DE sehingga DE = EF. Jawablah pertanyaan berikut.

(1) Buktikan bahwa segi empat ADCF jajargenjang.

(2) Buktikan bahwa DF = BC.

**5** Jajargenjang Khusus [Hlm.158] Cth. 1 S 2

Sifat-sifat apa yang dimiliki oleh diagonal-diagonal persegi? Tunjukkan jawabanmu dengan menggunakan gambar di kanan.

160 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

Dari (1), (2), dan (3), segi empat DBCF adalah jajargenjang karena DB // FC dan DB = FC.

Sehingga, DF = BC.

**5**

AO = CO, BO = DO, AC = BD, AC⊥BD

(AO = CO = BO = DO, AC⊥BD)

## 3 Garis Sejajar dan Luas

Seperti ditunjukkan pada gambar di sebelah kanan, buatlah dua diagonal dari persegi dan perhatikan segitiga dengan luas yang sama.

Dari definisi persegi dan sifat diagonalnya, maka ΔABC, ΔDCB, ΔCDA, dan ΔBAD adalah segitiga kongruen. Akibatnya, luas setiap segitiga tersebut adalah sama.
Luas ΔABC = luas ΔDCB = luas ΔCDA = luas ΔBAD

Sebagaimana pada persegi, hal yang sama juga berlaku pada persegi panjang. Perhatikan kasus pada segi empat lainnya.

1 Pada jajargenjang dan belah ketupat yang masing-masing memiliki dua diagonal, carilah segitiga-segitiga yang memiliki luas yang sama.

(1) Jajargenjang (2) Belah ketupat

2 Pada trapesium dengan dua diagonal, carilah segitiga yang memiliki luas yang sama.



Bab 5 Segitiga dan Segi Empat 161

## 3 Garis Sejajar dan Luas

1 jam

### Tujuan

Peserta didik dapat menggambar garis diagonal pada persegi panjang dan menemukan segitiga dengan luas yang sama.

### Kunci Jawaban

1

(1) Luas ΔABC = luas ΔDCB = luas ΔCDA = luas ΔBAD
Luas ΔABO = luas ΔBCO = luas ΔCDO = luas ΔDAO

(2) Luas ΔABC = luas ΔDCB = luas ΔCDA = luas ΔBAD
Luas ΔABO = luas ΔBCO = luas ΔCDO = luas ΔDAO

2

Luas ΔABC = luas ΔDBC
Luas ΔABD = luas ΔACD
Luas ΔABO = luas ΔDCO

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**1. Penggunaan Halaman Ini**

Apabila bangun-bangunnya kongruen, maka mungkin mudah dipahami. Namun, peserta didik diharapkan memikirkan bahwa meski bangun-bangunnya tersebut tidak kongruen (misalnya pada ΔABO dan ΔBCO dengan O sebagai titik perpotongan garis diagonal dalam persegi panjang ABCD), luasnya mungkin akan sama.

**2. Penggunaan 1, 2**

Jika segi empat memiliki sifat dari jajargenjang, maka dimungkinkan untuk menemukan dan menjelaskan segitiga dengan luas yang sama dengan kekongruenan sebagai dasarnya.

Namun, untuk trapesium, tidak ada segitiga yang kongruen, maka tidak mungkin untuk menjelaskan bahwa luasnya sama dengan kekongruenan sebagai dasarnya. Oleh karena itu, perlu dilakukan perubahan cara berpikir, namun diperkirakan akan agak menyulitkan peserta didik dalam berpikir. Dengan benar-benar menggambar beberapa trapesium, peserta didik diharapkan fokus pada fakta bahwa alasnya sama dan tingginya sesuai.

Selain itu, sebagai tugas pengembangan, sangat mungkin ditemukan segitiga dengan luas yang sama pada bangun berbentuk layang-layang.

**3. Penggunaan Ilustrasi Percakapan**

Dalam kasus trapesium pada 2, biarkan peserta didik mengemukakan berbagai pemikirannya, dengan cara bagaimana bisa menemukan segitiga yang sama luasnya, sehingga dapat dikaitkan dengan pembelajaran berikutnya.

## 1 | Garis Sejajar dan Luas

0,5 jam

### Tujuan

1. Peserta didik dapat menentukan bahwa luas segitiga yang memiliki alas yang sama dan sudut puncak yang tersisa berada pada garis yang sejajar dengan alasnya, adalah sama.
2. Peserta didik dapat menentukan teorema garis sejajar dan luasnya, dan menggunakannya untuk mengubah poligon menjadi bentuk dengan volume yang sama.

### Kunci Jawaban

Tinggi dan luas dengan ruas garis BC sebagai alasnya.

**Soal 1**

(1) Untuk BC dan AD // BC, maka
luas ΔABC = luas ΔDBC
Untuk AD dan AD // BC, maka
luas ΔABD = luas ΔACD

(2) Luas ΔABO = luas ΔABC – luas ΔOBC ①
Luas ΔDCO = luas ΔDBC – luas ΔOBC ②
Dari (1), luas ΔABC = luas ΔDBC ③
Dari ①, ②, ③, maka luas ΔABO = luas ΔDCO

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**1. Penggunaan** Q

Ini adalah soal untuk memahami secara intuitif bahwa luas ΔABC tidak berubah meski titik A bergerak di mana pun pada garis ℓ. Peserta didik dapat memperdalam pemahaman dengan mengamati pergerakan sebenarnya dari titik A menggunakan MATEMATIKA digital atau *software* menggambar.

Kemudian, konfirmasikan mengapa luas segitiga tidak berubah dan tingginya konstan (jarak antara garis sejajar sama dengan tinggi), kemudian rangkum sebagai teorema "garis sejajar dan luas area".

**2. Penggunaan** Soal 1

(2) ΔABO = ΔABD – ΔAOD
Peserta didik diharapkan menyadari bahwa itu dapat dibuktikan meski peserta didik menganggap luas ΔDCO = luas ΔACD – luas ΔAOD.

1 | Garis Sejajar dan Luas

• Tujuan • Peserta didik dapat menentukan kapan segitiga-segitiga memiliki luas yang sama.

Jika ℓ // m pada gambar di kanan, dan dengan memindahkan titik A dari ΔABC searah tanda panah pada garis ℓ, maka apa yang tidak berubah meskipun bentuk segitiganya berubah?

Untuk ΔABC, ΔA'BC, dan ΔA"BC pada gambar di atas, alas BC merupakan alas persekutuan dan tingginya sama dengan jarak antara garis sejajar ℓ dan m. Dengan demikian, luas dari ketiga segitiga ini sama besar.

PENTING

Teorema: Garis Sejajar dan Luas

Pada ΔABC dan ΔA'BC yang memiliki alas persekutuan BC,
jika AA' // BC,
maka luas ΔABC = luas ΔA'BC

Soal 1 Jika kita misalkan O adalah titik potong antara kedua diagonal dari trapesium ABCD, dengan AD//BC, maka jawablah pertanyaan berikut.

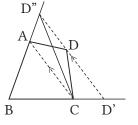
(1) Tentukan segitiga-segitiga mana saja yang berturut-turut memiliki luas yang sama dengan ΔABC dan ΔABD.

(2) Buktikan bahwa luas ΔABO = luas ΔDCO.

162 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

**3. Penggunaan** Contoh 1

Sekalipun peserta didik memahami teorema "garis sejajar dan luas", perubahan bentuk tanpa mengubah luas dapat membuat peserta didik tidak percaya. Misalnya ketika titik D digeser sepanjang garis D′D" yang sejajar AC. Penting untuk mengenali dengan jelas sisi tetap (bawah) dan garis yang sejajar dengannya.

Dalam soal ini, carilah titik D" pada perpanjangan BA seperti yang ditunjukkan pada gambar di sebelah kanan, yang dapat mengubah bentuk ΔABC tanpa mengubah luas segitiga.

Lalu, ada juga metode transformasi ΔBCA.

Contoh 1 | Buatlah sebuah segitiga yang memiliki luas yang sama dengan segi empat ABCD pada gambar di sebelah kanan.

Cara | Pandang AC sebagai alas ΔDAC, dan pindahkan titik D tanpa mengubah luas. Bila tiga titik B, C, dan D terletak pada satu garis, maka segi empat ABCD menjadi sebuah segitiga.

Proses
① Buat diagonal AC.
② Buat garis yang melalui D dan sejajar AC. Misalkan D' titik potong dengan perpanjangan BC.
③ Hubungkan titik A dan D'.

Soal 2 | Pada Contoh 1, buktikan bahwa luas segi empat ABCD = luas segi empat ΔABD'.

Soal 3 | Pada Contoh 1, buat diagonal BD, dan buat suatu segitiga yang memiliki luas yang sama dengan segi empat ABCD.

Soal 4 | Seperti ditunjukkan pada gambar di sebelah kanan, suatu tanah dibagi ke dalam dua bagian ⓐ dan ⓑ dengan garis PQR sebagai batasnya. Tanpa mengubah luas tanah, buat garis yang melalui P untuk membuat batas lainnya.

**Mari Kita Periksa** 3 Garis Sejajar dan Luas

1 Garis Sejajar dan Luas [ Hlm.162 ] | Pada gambar di kanan, jika AD//BC dan BM = CM, tentukan segitiga-segitiga yang memiliki luas yang sama dengan ΔABM.

BAB 5 | Segitiga dan Segi Empat

Bab 5 Segitiga dan Segi Empat 163

## Kunci Jawaban

**Soal 2**

Luas persegi panjang ABCD

= luas ΔABC + luas ΔDAC

Luas ΔABD' = luas ΔABC + luas ΔD' AC

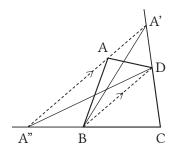
Karena ΔDAC dan ΔD'AC memiliki sisi AC yang sama dan merupakan AC // DD', maka

luas ΔDAC = luas ΔD'AC

Oleh karena itu, luas segi empat ABCD = luas segi empat ABCD'.

**Soal 3**

**Soal 4**

① Hubungkan titik P dan titik R.
(2) Gambarkan garis yang melewati titik Q dan sejajar dengan PR, dan anggap Q' adalah perpotongan dengan sisi bawah.
③ Batas lainnya adalah garis yang diperoleh dengan 'menghubungkan P dan Q'.

## Mari Kita Periksa

0,5 jam

## Kunci Jawaban

**1**

Luas ΔABM = luas ΔDBM

(BM-nya sama, maka AD // BM)

Luas ΔABM = luas ΔDMC = luas ΔAMC

(Alasnya sama, yaitu BM = CM, tingginya sama, dan AD // BC) maka jawabannya adalah

luas ΔDBM, luas ΔDMC, luas ΔAMC

# BAB 5 Soal Ringkasan

2 jam

## Kunci Jawaban

**Gagasan Utama**

**1**

(1) Sudut puncak
(2) Satu sudut lancip, sisi lainnya
(3) Titik tengah kedua diagonal
(4) Segi empat dengan empat sudut yang sama

**2**

(1) $\angle BDC = 72°$
(2) Segitiga sama kaki
⟨Alasan⟩ $\Delta ABC$ adalah segitiga sama kaki dengan sudut puncak $\angle A = 36°$.
$\angle C = 72°$. Juga, dari (1), $\angle BDC = 72°$.
Oleh karena itu, dalam $\Delta BCD$, maka $\angle C = \angle BDC$.
Oleh karena itu, $\Delta BCD$ adalah segitiga sama kaki.

**3**

(1) Dari asumsi, $\angle AEB = \angle CFD = 90°$ dalam $\Delta ABE$ dan $\Delta CDF$ ①
Karena sudut dalam berseberangan dari garis sejajar adalah sama, dan AB // DC, maka $\angle ABE = \angle CDF$ ②
Karena sisi berlawanan dari jajargenjang adalah sama, maka AB = CD ③
Dari (1), (2), dan (3), serta menurut kekongruenan segitiga siku-siku dengan sudut lancip sama, maka $\Delta ABE \cong \Delta CDF$.
(2) CF, sudut dalam berseberangan pasangan sisi sejajar dan sama.

## Soal Sejenis

Gambarkan dua garis singgung dari titik P di luar lingkaran O ke lingkaran O, dan buktikan bahwa PA = PB ketika titik singgungnya masing-masing adalah A dan B.

BAB 5 **Soal Ringkasan**

Jawaban di h.233, 234

Gagasan Utama

**1** Isilah [ ] pada pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Garis bagi dari [ ] pada segitiga sama kaki membagi alasnya menjadi dua bagian yang sama dan berpotongan tegak lurus dengan alas tersebut.
(2) Pada dua segitiga siku-siku, jika panjang hipotenusa-hipotenusa yang bersesuaian dan [ ] adalah sama, atau panjang hipotenusa-hipotenusa bersesuaian dan [ ] adalah sama, maka kedua segitiga tersebut kongruen.
(3) Kedua diagonal jajargenjang berpotongan di [ ].
(4) Persegi panjang didefinisikan sebagai [ ].

**2** Pada segitiga sama kaki ABC, dengan sudut puncak $\angle A = 36°$, buatlah garis bagi $\angle B$ dan misalkan D titik potong dengan sisi AC. Jawablah pertanyaan berikut.

(1) Hitung $\angle BDC$.
(2) Jenis segitiga apakah $\Delta BCD$ itu? Jelaskan!

A 36° D B C

**3** Dari titik-titik sudut A dan C pada ▱ ABCD, buatlah berturut-turut garis AE dan CF yang tegak lurus dengan diagonal BD. Jawablah pertanyaan berikut.

A D F E B C

(1) Buktikan bahwa $\Delta ABE \cong \Delta CDF$.
(2) Dapat dibuktikan bahwa segi empat AECF adalah jajargenjang seperti berikut. Isilah [ ], dan lengkapi pembuktiannya.

[ Bukti ] $\Delta ABE \cong \Delta CDF$, sehingga AE = [ ] ①
Berdasarkan yang diketahui, maka $\angle AEF = \angle CFE$
[ ] adalah sama, sehingga AE // [ ] ②
Dari ① dan ②,
dan karena [ ],
maka segi empat AECF adalah jajargenjang.

164 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

⟨Pembuktian⟩
Dalam $\Delta APO$ dan $\Delta BPO$, garis singgung lingkaran tegak lurus dengan jari-jari yang melewati titik singgung, jadi
$\angle PAO = \angle PBO = 90°$ ①
Karena merupakan jari-jari, maka OA = OB ②
Juga, PO adalah sisi persekutuan ③
Dari (1), (2), dan (3), serta aturan kekongruenan segitiga siku-siku dan sisi lainnya yang sama, maka $\Delta APO \cong \Delta BPO$
Oleh karena itu, PA = PB.

**4** Seperti ditunjukkan pada gambar di sebelah kanan, ambil titik C pada segmen AB dan buat segitiga sama sisi ACP dan CBQ dengan berturut-turut menggunakan AC dan BC. Jawablah pertanyaan berikut.

(1) Buktikan bahwa AQ = PB.

(2) Jika O adalah titik potong AQ dan PB, carilah ∠AOP.

Penerapan

**1** Segi empat EFGH pada gambar di kanan dibentuk dari 4 garis bagi ∠A, ∠B, ∠C, dan ∠D. Segi empat EFGH termasuk jenis segi empat apa? Jika ▱ABCD adalah persegi panjang, segi empat EFGH termasuk jenis segi empat apa?

**2** Pada ▱ABCD di sebelah kanan, ambil titik P pada sisi DC, dan misalkan Q adalah titik potong antara AC dan BP. Jawablah pertanyaan berikut.

(1) Tentukan perbandingan antara luas ΔABP dan luas ▱ABCD.

(2) Segitiga mana yang memiliki luas yang sama dengan ΔAQP?

**3** Dari titik P pada alas BC dari segitiga sama kaki ABC, buat garis sejajar terhadap sisi AB dan AC, misalkan Q dan R berturut-turut merupakan titik potong dengan sisi AC dan AB. Buktikan bahwa PQ + PR = AB.

## Kunci Jawaban

**Soal 4**

(1) Pada ΔACQ dan ΔPCB, dari asumsi,

AC = PC ①

CQ = CB ②

Karena satu sudut dalam dari segitiga sama sisi adalah 60°,

∠ACQ = ∠ACP + ∠PCQ
= 60° + ∠PCQ

Dan ∠PCB = ∠PCQ + ∠QCB
= ∠PCQ + 60°

Oleh karena itu, ∠ACQ = ∠PCB ③

Dari (1), (2), dan (3), serta menurut aturan kekongruenan sudut-sisi-sudut, maka

ΔACQ ≅ ΔPCB

Karena sisi-sisi yang bersesuaian dari bangun-bangun yang kongruen adalah sama, maka AQ = PB.

(2) 60 °

Dari (1), maka ∠QAC = ∠BPC
∠PAO + ∠OPA = 120°
sehingga pada ΔAOP,
∠AOP = 180° − (∠PAO + ∠OPA)
= 60°

**Penerapan**

**1**

Segi empat EFGH adalah persegi panjang.
ΔAEB, ΔBHC, ΔCGD, ΔDFA adalah segitiga siku-siku.
Jika ABCD berbentuk persegi panjang,
EFGH adalah persegi.
ΔAEB, ΔBHC, ΔCGD, ΔDFA adalah segitiga siku-siku sama kaki.

**2**

(1) 1 : 2

ΔABP = ΔABC = $\frac{1}{2}$ ▱ABCD

(2) ΔBQC

Luas ΔAQP = luas ΔABP − luas ΔABQ
= luas ΔABC − luas ΔABQ
= luas ΔBQC

**3**

Dari asumsi, AR // QP, AQ // RP, sehingga segi empat ARPQ adalah jajargenjang.
Karena sisi berlawanan dari jajargenjang adalah sama, maka

PQ = RA ①

Karena sudut sehadap pada garis sejajar PR // CA, maka ∠BPR = ∠C ②

Juga, karena ΔABC adalah segitiga sama kaki,

∠B = ∠C ③

Dari ② dan ③, ∠B = ∠BPR
Pada ΔRBP, kedua sudutnya sama, jadi

BR = PR ④

Dari ① dan ④, PQ + PR = RA + BR = AB

## Kunci Jawaban

**Penggunaan Praktis**

**1**

(1) ⓐ

(2) Dalam $\triangle FDC$, dari asumsi,

$\angle DCB = \angle DCF$ ①

Karena sudut dalam berseberangan pada DF // BC, maka $\angle DCB = \angle FDC$ ②

Dari ① dan ②, $\angle DCF = \angle FDC$

Karena kedua sudutnya sama, $\triangle FDC$ adalah segitiga sama kaki.

Oleh karena itu, FC = FD.

(3) ⓓ

(Keliling $\triangle AEF$)

= AE + EF + AF

= AE + ED + FD + AF

Dari EB = ED, FC = FD, maka

AE + ED + FD + AF

= AE + EB + FC + AF

= AB + AC

Bab 5 Soal Ringkasan

Penggunaan Praktis

**1** Soal berikut dapat dibuktikan sebagai berikut.

Gambar 1

**Soal** Pada $\triangle ABC$ di gambar 1, buat garis bagi $\angle ABC$ dan $\angle ACB$, dan misalkan D adalah titik potong kedua garis bagi tersebut. Buat garis $\ell$ yang melalui D dan sejajar sisi BC, misalkan titik E dan F berturut-turut merupakan titik-titik potong terhadap sisi AB dan AC. Buktikan bahwa EB = ED.

**Bukti** Pada $\triangle EBD$, berdasarkan yang diketahui, maka
$\angle DBC = \angle EBD$ ①
Karena sudut-sudut dalam berseberangan yang dibentuk oleh garis paralel, memiliki ukuran sudut yang sama, dan karena ED // BC, maka $\angle DBC = \angle EDB$. ②
Dari ① dan ②, maka $\angle EBD = \angle EDB$.
Karena kedua sudut sama besar, maka $\triangle EBD$ merupakan segitiga sama kaki. Dengan demikian, EB = ED.

Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Pilih satu dari pernyataan berikut sebagai bagian yang diketahui dari pembuktian di atas.
ⓐ BD adalah garis bagi $\angle ABC$
ⓑ CD adalah garis bagi $\angle ACB$
ⓒ Garis $\ell$ melalui D dan sejajar sisi BC
ⓓ EB = ED

(2) Pada Gambar 1, buktikan bahwa FC = FD.

(3) Karena $\triangle EBD$ dan $\triangle FCD$ adalah segitiga sama kaki, kita dapat melihat bagian manakah pada Gambar 1 yang memiliki keliling sama dengan keliling $\triangle AEF$. Pilih dari pernyataan berikut.
ⓐ AE + AF ⓑ AE + AC ⓒ AB + AF
ⓓ AB + AC ⓔ DB + DC

166 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**1. Penggunaan 1**

Ini adalah soal untuk memikirkan pembuktian bahwa panjang dua ruas garis dari suatu bangun yang diberikan adalah sama. Dalam soal ini, perlu untuk melihat kembali pembuktiannya, membuktikan sifat-sifat bangun dalam situasi serupa, dan menemukan sifat-sifat baru.

**2. Penggunaan 1 (1)**

Ini adalah soal untuk menunjukkan bahwa dalam pembuktian, asumsi digunakan sebagai dasar. Penting untuk memahami dengan jelas dasar yang digunakan dalam pembuktian.

**3. Penggunaan 1 (2)**

Ini adalah soal yang membuktikan sifat-sifat bangun geometri dalam situasi yang mirip dengan soal aslinya, menggunakan pembuktian yang diberikan sebagai petunjuk. Penting untuk melihat kembali pembuktiannya, memahami mekanismenya, dan menggunakannya dalam situasi yang serupa.

**4. Penggunaan 1 (3)**

Merupakan soal untuk menemukan pengetahuan baru tentang bangun geometri yang ditampilkan dalam soal berdasarkan sifat dari bangun yang dibuktikan. Penting untuk melihat kembali pembuktiannya dan menemukan sifat-sifat baru.

Pendalaman Materi

Mari Pikirkan dengan Mengubah Syaratnya

Pada Soal 4 halaman 165, hal berikut ini telah dibuktikan.

Jika kita ambil titik C pada ruas garis AB dan membuat segitiga sama sisi ACP dan CBQ secara berturut-turut dengan menggunakan sisi AC dan BC sebagai sisi, maka AQ = PB.

1 Bila kita rotasi ΔCBQ dengan titik C sebagai pusat rotasinya, mari kita selidiki apakah AQ = PB.



Bab 5 Segitiga dan Segi Empat 167

## Mari Pikirkan dengan Mengubah Syaratnya

### • Tujuan •

Peserta didik dapat menyelesaikan soal secara terintegrasi dengan mengubah sebagian syarat, seperti merotasikan.

### Kunci Jawaban

**1**

Bahkan jika ΔCBQ diputar di sekitar titik C sebagai pusat rotasi, AQ = PB berlaku.

**2**

〈Pembuktian ⓐ〉

Pada ΔQAC dan ΔBPC, AC = PC, QC = BC

$\angle ACQ = 60^\circ + \angle QCP = \angle PCB$

Menurut aturan kekongruenan sisi-sudut-sisi, maka ΔQAC ≅ ΔBPC

Oleh karena itu, AQ = PB.

Pembuktian ⓑ

Seperti bukti ⓐ, kondisi sudut adalah

$\angle ACQ = 60^\circ + \angle QCP = \angle PCB$

Pembuktian ⓓ

AQ = AC + QC, PB = PC + BC

AC = PC, QC = BC

Oleh karena itu, AQ = PB.

Pembuktian ⓔ

Seperti bukti a, kondisi sudutnya adalah

$\angle ACQ = 60^\circ - \angle ACB = \angle PCB$

Pembuktian ⓕ

Seperti bukti ⓐ, kondisi sudut adalah

$\angle ACQ = 60^\circ - \angle ACB = \angle PCB$

Pembuktian ⓖ

AQ = AC + QC, PB = PC + BC

AC = PC, QC = BC

Oleh karena itu, AQ = PB.

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**1. Penggunaan Halaman Ini**

Halaman ini berfokus pada kegiatan matematika ⓐ (kegiatan menemukan dan mengembangkan sifat-sifat bangun datar/segitiga) dan kegiatan matematika ⓒ (kegiatan menjelaskan dan berkomunikasi secara logis dengan menggunakan simbol atau pernyataan matematika) yang ditunjukkan oleh Materi Panduan Pembelajaran.

Dalam 1, begitu diamati kondisi perubahan bangun geometri dengan menggunakan alat bantu, peserta didik dapat memahami hubungan antarbangun, apa yang berubah dan yang tidak berubah ketika gambar itu bergerak, dan ini sangat efektif.

## Kunci Jawaban

**3**

(1) AR = QB, berlaku

⟨Bukti⟩

Dari asumsi pada $\Delta ACR$ dan $\Delta QCB$,

$AC = QC$ ①

$CR = CB$ ②

$\angle ACR = \angle QCB$ ③

Dari (1), (2), dan (3), serta menurut aturan kekongruenan sisi-sudut-sisi, maka

$\Delta ACR \cong \Delta QCB$

Oleh karena itu, AR = QB.

(2) PB = AQ, berlaku

⟨Bukti⟩

Dari asumsi pada $\Delta CPB$ dan $\Delta CAQ$,

$CP = CA$ ①

$CB = CQ$ ②

Juga, $\angle PCB = \angle PCA + \angle ACB$

$= 60^\circ + \angle ACB$

$\angle ACQ = \angle BCQ + \angle ACB$

$= 60^\circ + \angle ACB$

Oleh karena itu, $\angle PCB = \angle ACQ$ ③

Dari (1), (2), dan (3), serta menurut aturan kekongruenan sisi-sudut-sisi, maka

$\Delta CPB \cong \Delta CAQ$

Oleh karena itu, PB = AQ.

2 Mari buktikan apa yang telah kita selidiki di bagian 1 di halaman sebelumnya. Sebagai contoh, pada kasus ⓒ, kita dapat membuktikan bahwa AQ = PB seperti berikut.

[ Bukti ]

Pada $\Delta QAC$ dan $\Delta BPC$, berdasarkan yang diketahui, maka

$AC = PC$ ①

$QC = BC$ ②

Selain itu, $\angle ACQ = \angle ACP - \angle QCP$

$= 60^\circ - \angle QCP$

Dan, $\angle PCB = \angle QCB - \angle QCP$

$= 60^\circ - \angle QCP$

Jadi, $\angle ACQ = \angle PCB$ ③

Dari ①, ②, dan ③, dan berdasarkan aturan kekongruenan Sisi-Sudut-Sisi,

maka $\Delta QAC \cong \Delta BPC$

Jadi, AQ = PB.

Mari kita buktikan bahwa AQ = PB pada kasus lain.



3 Seperti ditunjukkan pada gambar berikut, mari kita selidiki apa yang berlaku benar bila kita mengubah bagian kondisi pada nomor 4 di halaman 165. Buktikan!

(1) Ubah segitiga sama sisi menjadi persegi.

(2) Ambil titik C yang bukan pada ruas garis AB.



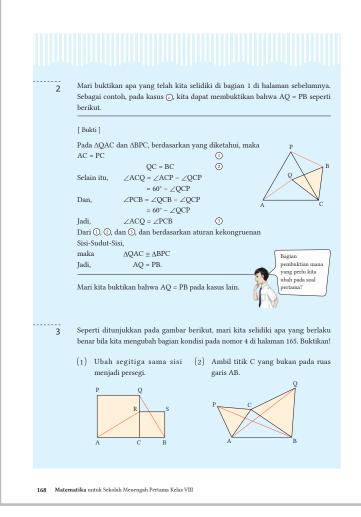
168 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**2. Penggunaan 3**

Dalam (1), ketika salah satu syarat yang dimaksud, "segitiga sama sisi", diubah menjadi "persegi", diharapkan AR = QB berlaku, dan peserta didik menemukan dan membuktikan bahwa segitiga yang memuat AR dan QB sebagai satu sisi.

Tambahan lagi, dimungkinkan juga untuk menyelidiki apakah AR = QB akan tetap berlaku, bahkan ketika PACQ persegi diputar di sekitar titik C sebagai pusat rotasi. Ini dapat disebut sebagai praktik kegiatan matematika.

Dalam (2), diprediksi dan dilakukan pembuktian bahwa AQ = PB berlaku, bahkan ketika salah satu syarat yang dimaksud, "ambil titik C pada ruas garis AB" diubah menjadi "ambil titik C di luar ruas garis AB".

Selain itu, pada (1) segitiga diubah menjadi persegi. Akan tetapi, sebagai pemikiran alami, mungkin ada peserta didik mencari sifat berlakunya saat bentuk persegi diubah menjadi segi lima atau segi enam.

Ulasan

Empat kartu diberi angka 1, 3, 5 dan 7. Gunakan tiga kartu ini untuk membentuk sebuah bilangan tiga angka. Berapa banyak bilangan berbeda yang dapat kita buat ya?

Kita juga dapat menemukan jawaban dengan menggunakan diagram.

Kita dapat menggunakan sebuah tabel untuk mencari jawabannya.

Bab 6 Peluang

Apa yang sudah kita pelajari sejauh ini?

【Cara Menyusun】

Ketika memutuskan urutan dari 3 orang A, B, dan C dapat berlari, kita dapat menggunakan tabel atau diagram berikut untuk mencapai susunan berbeda yang dapat dibuat.

Tabel

| No. 1 | No. 2 | No. 3 |
|---|---|---|
| A | B | C |
| A | C | B |
| B | A | C |
| B | C | A |
| C | A | B |
| C | B | A |

Diagram No. 1 No. 2 No. 3

A < B — C, C — B

B < A — C, C — A

C < A — B, B — A

【Cara Mengombinasi】

Jika kelas 1 - 4 bermain sepak bola, kita dapat menggunakan tabel atau diagram berikut untuk mencari kombinasi yang dapat dibuat.

Tabel

|  | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| 1 |  | ○ | ○ | ○ |
| 2 |  |  | ○ | ○ |
| 3 |  |  |  | ○ |
| 4 |  |  |  |  |

Diagram

1 < 2, 3, 4   2 < 1, 3, 4   3 < 1, 2, 4   4 < 1, 2, 3

BAB 5 | Segitiga dan Segi Empat

Bab 5 Segitiga dan Segi Empat 169

# Ulasan

## • Tujuan •

Peserta didik dapat mengulas kembali bilangan yang kemungkinan dipelajari dalam matematika SD, serta memahami cara menyusun dan menggabungkannya.

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

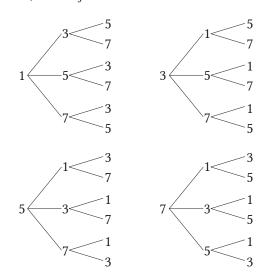
### 1. Penggunaan Ulasan

Bidang "pemanfaatan materi D" di SMP terutama lanjutan dari "hubungan kuantitas D" di SD.

Di sini, peserta didik diharapkan memiliki perspektif untuk pembelajaran di masa depan dengan mengulas kembali pembelajaran tentang bagaimana mengurutkan dan menggabungkan, yang telah dipelajari di matematika sekolah dasar.

### 2. Ulasan Bilangan yang Mungkin Akan Terjadi

Di sini, peserta didik memilih 3 kartu dari 4 kartu dan melakukan aktivitas untuk membuat bilangan bulat 3 digit. Untuk membuat bilangan 3 digit, peserta didik diharapkan menemukan dengan menggunakan ide permutasian (mengubah urutan).

Seperti yang dapat dilihat dari gambar berikut, ada 24 jawaban.

### 3. Yang Telah Dipelajari

Di SD, peserta didik telah belajar bagaimana menyusun dan menggabungkan. Ide ini akan digunakan dalam pembelajaran probabilitas (peluang) di masa mendatang, maka perlu ditegaskan kembali di sini. Materi ini telah dipelajari di kelas VI SD, dan di kelas VII SMP materi ini jarang disentuh, maka kemungkinan peserta didik lupa. Oleh karena itu, dengan mengulas kembali di sini, diharapkan peserta didik akan dapat dengan lancar memasuki pembelajaran berikutnya.

Selain itu, frekuensi relatif yang dipelajari dalam "Pemanfaatan Materi" di kelas satu SMP sangat terkait dengan probabilitas, sehingga dapat dibahas sesuai dengan situasinya.

**Peluang sukses = 1 – Peluang tidak sukses**

**Apapun jalan yang kau pilih, tingkatkan peluang suksesmu dengan tetap giat belajar.**

(Pembukaan Bab 1 jam)

Manakah yang mungkin akan muncul?

Sebuah dadu dibuat dengan melipat jaring-jaring kubus berikut.

Gunakan dua buah dadu yang dilipat seperti di atas untuk dapat memenangkan suatu permainan. Jika kita mendapatkan hasil lemparan dengan mata dadu yang paling tidak sering muncul, maka kita menjadi pemenang. Jika hasil lemparan merupakan mata dadu yang sering muncul, maka kita kalah. Ketika kita melempar kedua dadu bersamaan, pikirkan hasil lemparan mana yang akan menjadi "pemenang" dan yang "kalah"!

172 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

## Tujuan

Mampu memprediksi bagaimana dadu akan muncul dan melakukan beberapa kali percobaan untuk memastikannya.

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**1. Penanganan Halaman Ini**

Saya ingin mengamati dadu bermata khusus dan menanamkan aktivitas yang secara intuitif memprediksi kemunculan mata dadu, seperti "mata dadu yang sering muncul dan mata dadu yang jarang muncul".

Melalui kegiatan ini, didasarkan pada hubungan antara hasil percobaan "2" pada halaman berikutnya dan perkiraan awal, saya ingin menggunakannya sebagai motivasi belajar di masa depan.

Di sini, ketika dua dadu dilempar undi pada saat bersamaan, kemunculan mata dadu dapat diprediksi, dan banyak eksperimen dilakukan untuk mengonfirmasi hal ini. Ini mengarah pada definisi peluang yang akan dipelajari (definisi berdasarkan peluang statistik) pada halaman 174-175 dari Buku Siswa.

Selain itu, setelah mempelajari cara mendapatkan peluang (peluang matematis), materi ini akan dibahas kembali pada halaman 186 buku ajar, dan kegiatan akan dilakukan untuk memahami dan menjelaskan munculnya dadu menggunakan peluang.

**2. Pengerjaan 1**

Saat memprediksi kemunculan dua dadu, saya akan mempersiapkan untuk menjelaskan alasan prediksi tersebut.

**3. Pengerjaan 2**

Pastikan Anda memahami tujuan percobaan, yaitu untuk mengumpulkan data statistik dari hasil banyak percobaan dan memeriksa kemunculan dua dadu. Dalam percobaan seperti itu, hasilnya akan bias bergantung pada metode lemparan (kekuatan) dadu, posisi melempar, tempat, dan lain-lain. Jadi, saya ingin memastikan bahwa percobaan dilakukan dalam kondisi sama pada keseluruhan bidang.

Pada prinsipnya, dadu yang sama digunakan untuk eksperimen, dan membutuhkan banyak waktu untuk bereksperimen. Untuk mempersingkat waktu, dimungkinkan untuk berbagi tugas dalam kelompok, melakukan percobaan, dan mengumpulkan hasil kelompok.

Juga, saat menyusun hasil eksperimen lemparan dalam tabel sebanyak 100 kali, 150 kali, 200 kali, .... Perhatikan bahwa ini mencatat frekuensi kumulatif dari frekuensi bilangan.

1 Jika kita melempar dua dadu bersamaan seperti di halaman sebelumnya, manakah dari ⓐ - ⓕ berikut yang harus menjadi "pemenang" atau manakah yang kalah? Apa tebakanmu?

ⓐ A A ⓑ A B ⓒ A C

ⓓ B B ⓔ B C ⓕ C C



2 Buatlah dadu dengan cara melipat jaring-jaring pada bagian akhir buku ⑤ dan lakukanlah percobaan berikut.

| Banyak Lemparan | 50 | 100 | 150 | 200 | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Banyaknya kemunculan ⓐ | | | | | | | |
| Banyaknya kemunculan ⓑ | | | | | | | |
| Banyaknya kemunculan ⓒ | | | | | | | |
| Banyaknya kemunculan ⓓ | | | | | | | |
| Banyaknya kemunculan ⓔ | | | | | | | |
| Banyaknya kemunculan ⓕ | | | | | | | |

3 Berdasarkan hasil percobaan pada bagian 2, diskusikan manakah di antara ⓐ - ⓕ pada bagian 1 yang seharusnya menjadi "pemenang pertama" atau yang mana yang kalah.



Bab 6 Peluang 173

## Kunci Jawaban

Pemenang pertama ⓕ
Pemenang kedua ⓒ, ⓔ

(Contoh Lembar Catatan Percobaan)

| Jumlah Percobaan | 1 ~ 50 | 51 ~ 100 | |
|---|---|---|---|
| Jumlah munculnya ⓐ | | | |
| Jumlah munculnya ⓑ | | | |

Untuk mencatat semua hasil percobaan, disarankan untuk menyiapkan kertas catatan seperti gambar di atas.

Tidak dicantumkan di sini

### 4. Pengerjaan 3

Diskusikan apa yang dapat dikatakan tentang kemunculan dadu berdasarkan hasil percobaan yang dirangkum dalam tabel. Saya ingin memperhatikan perubahan seperti apa yang bisa terlihat pada saat hasil percobaan meningkat menjadi 50 kali lipat, 100 kali lipat, dan 150 kali lipat. Selain itu, perlu diketahui bahwa untuk mengukur cara muncul mata dadu, rasio kemunculan mata dadu (frekuensi relatif) harus digunakan.

Sebagai tambahan, jika jumlah percobaan sekitar 200 kali, cara kemunculan kedua dadu mungkin kabur, tetapi dengan membahas hasil setiap kelompok, kecenderungan dalam kelas secara keseluruhan akan menjadi jelas.

### 5. Pengerjaan Balon Ucapan

Di sini, untuk memastikan apakah prediksi tersebut benar, hasil dari banyak eksperimen dinyatakan menggunakan rasio (frekuensi relatif), dengan menunjukkan gagasan "apa arti nilai numerik (peluang statistik) itu?". Saya ingin memotivasi peserta didik untuk mempelajari halaman berikutnya.

### Referensi ▶ Percobaan Dadu

Di sini, percobaan dilakukan dengan dadu bermata khusus, tetapi juga mungkin untuk membuat dadu seperti dadu di bawah dengan kertas lipat untuk memprediksi kemunculan dadu, dan melakukan banyak eksperimen untuk memastikannya.

# 1 Peluang

8 jam

## 1 Kemunculan dari Suatu Kejadian

1 jam

1 Peluang

1 Kemunculan dari Suatu Kejadian

•Tujuan• Peserta didik dapat menggunakan suatu bilangan untuk menyatakan kemunculan terjadinya suatu kejadian.

Cobalah lempar sebuah dadu sebanyak 50 kali. Kemudian, hitunglah berapa banyak mata dadu 3 yang muncul.

(1) Dapatkah kamu menduga berapa banyak munculnya mata dadu 3? Dapatkah kamu menyatakan bahwa kamu akan selalu mendapat hasil tersebut?

(2) Cobalah lempar dadu sebanyak 50 kali dan selidiki frekuensi relatif munculnya mata dadu 3. Selidiki pula perubahan frekuensi relatif munculnya mata dadu 3 jika banyaknya pelemparan dadu adalah 100, 150, 200, ....

$$\text{(Frekuensi Relatif Muncul Mata Dadu 3)} = \frac{\text{(Banyaknya muncul mata dadu 3)}}{\text{(Banyaknya percobaan melempar dadu)}}$$

| Banyaknya lemparan dadu | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 | 300 | 350 | 400 | 450 | 500 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Banyaknya muncul mata dadu 3 | | | | | | | | | | |
| Frekuensi relatif mata dadu 3 | | | | | | | | | | |

Grafik berikut menyajikan satu contoh hasil dari percobaan di Q.



174 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

### • Tujuan •

Dapat memahami arti peluang berdasarkan hasil dari banyak eksperimen pada peristiwa yang tidak pasti.

### Kunci Jawaban

(1) 8 kali, tidak dapat dikatakan

(2) Tidak dicantumkan di sini

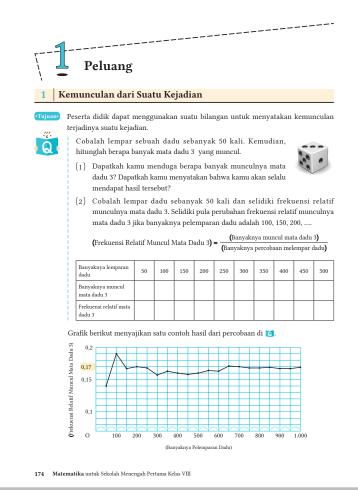
### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

#### 1. Penggunaan Q

Di sini, sejumlah besar percobaan dilakukan menggunakan dadu, dan perubahan rasio munculnya mata dadu 3 (frekuensi relatif) diperiksa menggunakan grafik. Jika sulit untuk melakukan percobaan, maka dapat dilakukan di rumah. Hasilnya dapat dipresentasikan di kelas sambil mendiskusikan apa yang peserta didik perhatikan. Saya ingin menekankan agar peserta didik dapat memahaminya melalui eksperimen dan observasi.

#### 2. Peluang Matematis dan Peluang Statistik

Peluang adalah representasi numerik dari kemungkinan suatu kejadian, mencakup peluang statistik (peluang empiris) dan peluang matematis (peluang teoretis). Buku ajar memperkenalkan arti peluang dari peluang statistik, dan kemudian untuk semua kemungkinan kejadian "yang sama-sama mungkin", saya mencoba memastikan peluang (peluang matematis) yang diperoleh dari jumlah kasus yang cocok dengan peluang statistik.

Peserta didik yang dapat langsung menjawab bahwa "kemungkinan mendapat angka 3 pada dadu adalah $\frac{1}{6}$", keliru mengira bahwa arti $\frac{1}{6}$ adalah "jika kamu melempar 6 kali, kamu akan mendapat mata dadu 3 setidaknya sekali". Melalui sejumlah eksperimen, saya ingin peserta didik dapat memahami dengan benar makna statistik dari peluang $\frac{1}{6}$.

Sebagai tambahan, pada tahap sekolah menengah pertama, tidak perlu secara jelas membedakan antara peluang statistik dan matematis.

#### 3. Pertimbangan Grafik

Sebaiknya mempertimbangkan penggunaan grafik yang dibuat peserta didik, tetapi jika hasil eksperimen sangat bias, lebih baik melanjutkan pelajaran berdasarkan grafik di Buku Siswa.

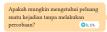
Dalam percobaan ini, sering terlihat fluktuasi besar beberapa derajat hingga sekitar 100 kali lipat. Namun, seiring dengan meningkatnya frekuensi angka, fluktuasi menjadi lebih kecil, dan frekuensi relatif mendekati nilai tertentu (hukum bilangan besar). Selain itu, Saya juga ingin memprediksi perubahan rasio saat jumlah percobaan adalah 2.000, 3.000, dan seterusnya.

Pada grafik di halaman sebelumnya, diketahui frekuensi relatif awalnya berubah. Namun, seiring bertambah banyaknya lemparan dadu, perubahannya semakin sedikit dan mendekati nilai tetap, yaitu 0,17. Kita dapat menyatakan bahwa 0,17 merupakan kemungkinan munculnya mata dadu 3.

Ketika frekuensi relatif suatu hasil kejadian dari sejumlah percobaan mendekati bilangan tetap tertentu, maka kita dapat menggunakan bilangan ini untuk menyatakan kemungkinan terjadinya kejadian tersebut. Bilangan yang menyatakan kemungkinan terjadinya suatu kejadian disebut *peluang* dari kejadian tersebut. Berdasarkan hasil percobaan melempar dadu di halaman sebelumnya, peluang munculnya mata dadu 3 adalah 0,17.

Soal 1 Ketika kita melempar sebuah dadu dan menyelidiki frekuensi relatif munculnya mata dadu genap, diperoleh data nilainya mendekati 0,5. Berapakah peluang kejadian munculnya mata dadu genap?

Soal 2 Ketika kita melempar tutup botol dan menyelidiki frekuensi relatif tutup botol tertelungkup, kita peroleh tabel berikut. Carilah tiap frekuensi relatif dari tertelungkupnya tutup botol dan lengkapilah tabel tersebut. Berapakah peluang terjadinya tutup botol tertelungkup ketika kita melempar tutup botol?

| Banyaknya lemparan | 100 | 200 | 300 | 400 | 500 | 600 | 700 | 800 | 900 | 1.000 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Kejadian tutup botol telungkup | 42 | 81 | 131 | 160 | 202 | 255 | 294 | 337 | 378 | 421 |
| Frekuensi relatif | | | | | | | | | | |

BAB 6 | Peluang

Bab 6 Peluang 175

## Kunci Jawaban

**Soal 1**

0,5

**Soal 2**

Saat dihitung sebagai angka perkiraan hingga dua desimal, frekuensi relatif diurutkan dari kiri menjadi

0,42, 0,41, 0,44, 0,40, 0,40,
0,43, 0,42, 0,42, 0,42, 0,42

Dari hasil ini, peluang kemunculan tabel tersebut dianggap 0,42.

### 4. Definisi Peluang

Berdasarkan pertimbangan grafik tersebut, peserta didik memahami arti peluang sebagai "bilangan yang menyatakan tingkat kemungkinan terjadinya kejadian".

### 5. Pengerjaan Soal 2

Ini adalah soal menemukan peluang dari sebuah kejadian tak beraturan (sebuah kejadian yang peluang matematisnya sulit ditemukan). Berdasarkan pengamatan tabel yang dilengkapi dengan frekuensi relatif, dimungkinkan untuk memperhatikan fakta bahwa frekuensi relatif tabel menjadi konstan sekitar 0,42 ketika jumlah percobaan melebihi 600 kali.

### 6. Pengerjaan Balon Ucapan

Di sini, kita belajar bahwa peluang (peluang statistik) dapat diperoleh dengan melakukan banyak percobaan. Namun, saya ingin memotivasi pembelajaran pada halaman berikutnya dengan membuat peserta didik menyadari bahwa sulit untuk melakukan banyak eksperimen dan menanyakan apakah peluang dapat diperoleh tanpa melakukan eksperimen.

**Referensi** Hukum Bilangan Besar

Ketika peluang kejadian A yang terjadi dalam satu percobaan adalah $p$, hampir pasti bahwa frekuensi relatif $\frac{r}{n}$ di mana peristiwa A, terjadi ketika percobaan ini diulang $n$ kali secara independen, sama halnya dengan $p$ yang memperbesar $n$.

"Referensi" diedit oleh Kentaro Yano (1968); "Kamus Matematika" Kyoritsu Publishing

## 2 Bagaimana Cara Menentukan Peluang

1 jam

**• Tujuan •**

1. Mampu memahami bagaimana menemukan kemungkinan ketika semua kemungkinan sama-sama terjadi, merupakan peluang.
2. Mampu memahami kisaran nilai yang diambil peluang dan peluang statistika bahwa kejadian pelengkap akan terjadi.

**Kunci Jawaban**

Peluang keluarnya mata dadu dianggap sama untuk kedua mata dadu.

**Soal 1**

(2)

**Soal 2** (Contoh)

Lempar koin, lotre, *roulette*, bingo

2 | **Bagaimana Cara Menentukan Peluang**

•Tujuan• Peserta didik dapat menentukan peluang suatu kejadian tanpa melakukan percobaan.

Ketika sebuah dadu dilempar, manakah yang kemungkinan lebih sering muncul, mata dadu 1 atau mata dadu 3?

Jika sebuah dadu bersisi sama dilempar, maka kita dapat berharap bahwa kemungkinan munculnya tiap mata dadu adalah sama. Pada situasi ini, kita dapat menyatakan bahwa kemungkinan munculnya mata dadu 1 sampai dengan 6 adalah sama secara kemungkinan.

Ketika kita melempar sebuah dadu, banyaknya kejadian yang berbeda akan muncul adalah 6. Karena itu, peluang munculnya tiap mata dadu dari mata 1 sampai dengan 6 adalah $\frac{1}{6}$.

Peluang munculnya mata dadu 3 sebesar 0,17 dan hasil dari beberapa kali percobaan di halaman 174, nilainya hampir sama dengan $\frac{1}{6}$.

Contoh 1 Ketika sebuah kartu diambil dari 52 kartu remi, kita dapat menyatakan bahwa kemungkinan terambilnya sebuah kartu adalah sama. Dalam hal ini, peluang terambilnya sebuah kartu adalah $\frac{1}{52}$.

Soal 1 Pilih salah satu yang memiliki kemungkinan sama terjadi dari situasi-situasi berikut.

(1) Melempar dadu bermata 1 sampai dengan 6 bila dadu yang dilempar adalah seperti pada gambar di kanan.
(2) Kejadian munculnya gambar atau angka ketika sebuah uang logam dilempar.
(3) Kejadian tutup botol telungkup atau telentang ketika sebuah tutup botol dilempar.

Soal 2 Beri beberapa contoh kejadian di sekitar kita yang memiliki kemungkinan terjadinya adalah sama.



### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**1. Penggunaan**

Ini adalah soal agar secara intuitif, peserta didik memahami bahwa dalam hal dadu biasa, kemunculan yang bagaimanapun dapat dengan mudah terjadi. Berdasarkan ini, biarkan mereka memahami arti dari "kemungkinan sama".

**2. Peluang Matematis**

Untuk hal-hal yang "kemungkinan sama", peluang dapat dihitung dari jumlah peluang kejadian yang mungkin.

Peluang munculnya mata dadu 3 pada dadu yang diperoleh dari hasil percobaan pada halaman 174 Buku Siswa adalah 0,17, yang mana $\frac{1}{6}$ = 0,166 diperoleh dari jumlah kemungkinan kasus. Pastikan bahwa kedua hal tersebut hampir cocok, dan biarkan mereka mengerti bahwa $\frac{1}{6}$ dapat digunakan dalam peluang.

**3. Pengerjaan Soal 1**

Peserta didik memahami arti "kemungkinan sama" dengan mengambil contoh yang tidak dapat dikatakan "kemungkinan sama". Pada contoh (1), luas setiap permukaan berbeda, dan kestabilan berbeda bergantung pada permukaan mana yang berada di bawah, sehingga tidak dapat dikatakan "kemungkinan sama".

Sebenarnya, bahkan dengan dadu biasa, posisi pusat gravitasi dapat bergeser bergantung pada ukuran lubang yang menunjukkan mata dadu di setiap sisi, dan tidak mungkin untuk mengatakan bahwa itu "kemungkinan sama". Jika beberapa peserta didik peduli tentang itu, ada baiknya membuat mereka memahami bahwa itu biasanya masih dalam kekeliruan.

Marilah kita cari peluang-peluang kejadian yang memiliki kemungkinan yang sama.

Bila sebuah dadu bersisi enam dilempar, kita dapat menentukan peluang munculnya mata dadu genap seperti berikut. Dalam kasus ini, banyaknya kemungkinan kejadian adalah 6 buah. Karena tiga kejadian berupa munculnya mata dadu genap seperti ditunjukkan pada gambar di sebelah kanan, maka (peluang munculnya mata dadu genap) adalah

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Bila kita memperhatikan semua kemungkinan kejadian dan tiap kejadian memiliki kemungkinan sama terjadi, maka peluang kejadian dapat ditentukan seperti berikut.

> Jika total seluruh kejadian adalah $n$, dan ada sebanyak $a$ kejadian, maka peluang terjadinya kejadian tersebut adalah
> $$p = \frac{a}{n}$$

Contoh 2

Tentukan peluang kejadian munculnya kartu hati yang diambil dari 52 kartu remi yang dikocok!

Cara

Kejadian pengambilan tiap kartu dari 52 kartu remi adalah sama. Tentukan peluang terambilnya kartu hati bila ada 13 kartu hati.

Penyelesaian

Kemungkinan terambilnya satu dari 52 kartu remi adalah sama. Dari 52 kartu, 13 di antaranya adalah kartu hati. Jadi, peluang terambilnya kartu hati adalah

$$\frac{13}{52} = \frac{1}{4}$$

Jawaban: $\frac{1}{4}$

BAB 6 | Peluang

Bab 6 Peluang 177

## Soal Sejenis

Tentukan peluang berikutnya saat melempar undi sebuah dadu yang dibuat dengan benar.

(1) Peluang munculnya mata dadu bernomor ganjil.

(2) Peluang munculnya mata dadu kelipatan 3.

(3) Peluang munculnya mata dadu faktor dari 6.

(4) Peluang munculnya mata dadu bilangan prima.

(1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{1}{3}$

(3) $\frac{2}{3}$ (4) $\frac{1}{2}$

### 4. Peluang Mata Dadu

Karena bilangan genap atau bilangan ganjil, beberapa peserta didik mungkin berpikir bahwa peluang untuk mendapatkan bilangan genap adalah $\frac{1}{2}$. Pahami bahwa peluang $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ diperoleh karena ada 3 dari 6 cara.

### 5. Cara Memperoleh Peluang

Berdasarkan contoh dadu, kami meringkas cara menemukan peluang untuk kejadian yang kemungkinan terjadinya sama.

Huruf $p$ yang merepresentasikan peluang merupakan singkatan dari peluang atau probabilitas.

### 6. Pengerjaan Soal 2

Saya ingin memastikan bahwa peluang dihitung dengan prosedur berikut.

(1) Temukan nomor $n$ dalam semua kemungkinan kasus disebut ruang sampel.

(2) Temukan angka $a$ saat itu terjadi.

(3) Temukan peluang menggunakan rumus $p = \frac{a}{n}$.

Berkaitan dengan Contoh 2 dan Soal 3 pada lembar berikutnya, ada baiknya juga melakukan kegiatan untuk membuat soal tentang peluang menggunakan kartu.

## Kunci Jawaban

**Soal 3**

(1) $\frac{13}{52} = \frac{1}{4}$ (2) $\frac{4}{52} = \frac{1}{13}$

(3) $\frac{12}{52} = \frac{3}{13}$ (4) $\frac{26}{52} = \frac{1}{2}$

**Soal 4**

Peluang terambilnya kelereng bernomor genap $\frac{2}{5}$

Peluang terambilnya kelereng bernomor ganjil $\frac{3}{5}$

## Soal Sejenis

1. Sebuah dadu 20 sisi, bertuliskan satu angka dari 1 hingga 20 di setiap sisinya. Temukan peluang mendapatkan kelipatan 3 saat melempar dadu ini.
2. Ketika menarik undian, manakah yang lebih mudah menang? Apakah 5 undian A di antara 30 undian, atau 15 undian B di antara 100 undian?

[
1. $\frac{3}{10}$
2. Undian A
]

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**7. Pengerjaan** **Soal 3**

Jumlah peserta didik yang memiliki sedikit pengalaman bermain kartu bertambah banyak. Dalam (3), perlu dipastikan bahwa ada tiga jenis kartu bergambar: J, Q, dan K.

**8. Peluang Curah Hujan**

Dapat dipahami bahwa peluang curah hujan yang dilihat dan didengar setiap hari dihitung berdasarkan data statistik. Untuk dapat memahami dengan benar arti peluang curah hujan tersebut, saya ingin memperlakukannya sebagai kesempatan untuk mendalami peluang dan meningkatkan minat peserta didik.

Soal 3 | Carilah peluang kejadian berikut pada Contoh 2 (di halaman 177).
(1) Terambilnya sebuah kartu wajik.
(2) Terambilnya sebuah kartu berangka 8.
(3) Terambilnya kartu bergambar.
(4) Terambilnya sebuah kartu hati atau satu kartu wajik.

Pada sebuah kantong terdapat lima kelereng berukuran sama dengan nomor 1 sampai dengan 5. Ketika sebuah kelereng diambil dari kantong, tentukan peluang terambilnya kelereng bernomor genap, dan tentukan pula terambilnya kelereng bernomor ganjil.

**Peluang Terjadinya Hujan**

Apakah arti dari "peluang terjadinya hujan dari siang hingga pukul 6 sore di Yogyakarta adalah 70%"? Peluang terjadinya hujan menunjukkan peluang bahwa akan terjadi hujan paling tidak 1 mm pada waktu tertentu di suatu tempat tertentu. Hal ini tidak ada kaitannya dengan tingkat curah hujan, lamanya hujan, dan banyaknya hujan. Selain itu, lokasi dugaan terjadinya hujan dinyatakan dengan peluang yang sama.

Sumber: https://gudeg.net/cni-content/uploads/modules/posts/20210619063115.jpeg

Oleh karena itu, "peluang terjadinya hujan dari siang hingga pukul 6 sore di Yogyakarta sebesar 70%" berarti "untuk sembarang lokasi di Yogyakarta, peluang bahwa paling sedikit 1 mm hujan akan terjadi dari siang hingga pukul 6 sore adalah 70%". Lebih lanjut, "peluang terjadinya hujan 70%" bermakna "dari 100 kali kejadian, diperkirakan 70% atau 70 kali paling sedikit 1 mm hujan akan terjadi".

Selain itu, peluang terjadinya hujan ditampilkan dalam bentuk interval 10%. "Peluang terjadinya hujan 0%", artinya peluang terjadinya hujan kurang dari 5%, dan "peluang terjadinya hujan 100%" berarti peluang terjadinya hujan paling sedikit 95%.

Pekerjaan terkait
[ **Peramal Cuaca** ]

* Peluang 70% sama artinya dengan "peluang 0,7".

178 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

Peluang curah hujan ditentukan dengan menyelidiki hubungan antara kondisi atmosfer masa lalu (suhu, kelembapan, arah angin, kecepatan angin, dll.), ada atau tidaknya hujan pada saat itu, dan setelah memprediksi kondisi atmosfer masa depan menggunakan metode yang disebut prediksi cuaca numerik, saya mencari peluang turunnya hujan. Peluang curah hujan adalah "kemungkinan hujan sebesar 1 mm atau lebih dalam jangka waktu tertentu di wilayah perkiraan" dan tidak terkait dengan "jumlah curah hujan". Peluang 90% tampaknya hujan lebat daripada peluang 30%, kemungkinan besar akan turun hujan meskipun rintik-rintik.

Mari kita pikirkan tentang rentang nilai peluang suatu kejadian.

Seperti ditunjukkan pada gambar di sebelah kanan, pada kantong A - E terdapat masing-masing 4 kelereng. Bila 1 kelereng diambil dari setiap kantong, tentukan peluang terambilnya kelereng putih dari setiap kantong.

Pada Q, Untuk kantong A, apa pun kelereng yang diambil, tak akan pernah terambil kelereng putih, sehingga peluang terambil kelereng warna putih adalah $\frac{0}{4} = 0$. Untuk kantong E, apa pun kelereng yang kamu ambil, pasti akan terambil kelereng warna putih, sehingga peluang terambilnya kelereng putih adalah $\frac{4}{4} = 1$. Untuk kantong-kantong lain, peluang terambilnya kelereng warna putih dapat dinyatakan dalam rentang nilai antara 0 dan 1, dinyatakan dengan angka antara 0 dan 1.

Jika kita misalkan peluang terjadinya kejadian adalah $p$, maka rentang nilai $p$ adalah
$0 \leq p \leq 1$.
Jika $p = 0$, maka kejadian tidak akan mungkin terjadi.
Jika $p = 1$, maka kejadian akan pasti terjadi.

Soal 5 | Berilah contoh-contoh kejadian yang memiliki peluang 0 atau 1.

**Permulaan Teori Peluang**

Blaise Pascal (1623~1662), seorang matematikawan dari Prancis, pernah ditanya oleh seorang bangsawan. “Dua orang A dan B memainkan sebuah permainan dan bahwa siapa pun yang menang 3 kali, ia akan ditetapkan menjadi pemenang. Jika mereka berhenti bermain setelah A menang 2 kali dan B menang 1 kali, bagaimana mereka membagi uang secara adil?”
Terkait pertanyaan ini, Pascal menyelesaikan masalah ini bersama dengan matematikawan asal Prancis lainnya, yaitu Pierre de Fermat (1601~1665) melalui tukar-menukar surat. Dikatakan bahwa teori peluang lahir dari pertukaran gagasan melalui surat-menyurat ini.

Bab 6 Peluang 179

BAB 6 | Peluang

## Kunci Jawaban

A. $\frac{0}{4} = 0$  B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$  D. $\frac{3}{4}$

E. $\frac{4}{4} = 1$

**Soal 5** (Contoh)

Peluangnya 0.... peluang keluarnya mata dadu 7 ketika melempar undi dadu

Peluangnya 1... peluang keluarnya mata dadu lebih dari 1 ketika melempar undi dadu

###  9. Penggunaan 

Ini adalah contoh konkret untuk memahami bahwa peluang kejadian adalah antara angka 0 dan 1, dan untuk menganalisis arti peluang 0 dan peluang 1.

Berdasarkan Q, kami menyimpulkan bahwa rentang peluang kejadian adalah $0 \leq p \leq 1$.

### 10. Permulaan Teori Peluang

Dengan mengetahui sejarah peluang, saya ingin menjadikannya untuk meningkatkan minat peserta didik terhadap peluang.

Teori dan peluang statistik tidak selalu dikembangkan dari penelitian ilmu alam murni, tetapi lahir dari pertaruhan pikiran liar manfaat dan kerugian (buku ajar halaman 215).

### Referensi  Prakiraan Musim

Badan Meteorologi Jepang telah mengumumkan "ramalan musim" sebagai prakiraan tren umum sebagaimana suhu rata-rata, curah hujan, dan cuaca selama 1 atau 3 bulan. Dalam prakiraan musim, suhu, curah hujan, dll., dibagi menjadi tiga kelas, "rendah/rendah", "normal", dan "tinggi/berat", dan peluang kemunculan setiap kelas ditampilkan secara numerik.

Model prediksi cuaca numerik digunakan sebagai metode perkiraan untuk prakiraan musim. Ini adalah metode mekanis untuk memprediksi kondisi iklim masa depan dengan perhitungan numerik menggunakan komputer super terhadap persamaan hidrodinamika dan termodinamika yang merepresentasikan perubahan atmosfer.

Di sisi lain, prakiraan cuaca 3 bulan juga menggunakan metode statistik yang digunakan bersama dengan hasil model prediksi cuaca numerik. Metode statistik adalah suatu metode untuk meramalkan cuaca masa depan dengan membuat hubungan statistik antara cuaca dan data observasi, seperti atmosfer, lautan, atau salju yang turun pada beberapa dekade lalu.

Selain itu, untuk hujan 1 mm atau lebih, peluang curah hujan hanya menunjukkan peluang "turun hujan" karena ada dua kelas, "turun hujan" dan "tidak turun hujan", tetapi prakiraan musiman membaginya menjadi tiga kelas, dan peluang untuk setiap kelas ditampilkan.

"Bahan referensi" "Situs web Badan Meteorologi Jepang" (http: ///www.jma.go.jp/jma/index.html)

## Kunci Jawaban

(1) $\frac{1}{6}$ (2) $\frac{5}{6}$

**Soal 6**

$1 - \frac{3}{20} = \frac{17}{20}$

**Soal 7**

Karena ada 15 bilangan prima dari 1 sampai dengan 50, yaitu 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, maka

Perbandingan kartu berangka bilangan prima adalah $\frac{15}{50} = \frac{3}{10}$.

Perbandingan kartu berangka bukan bilangan prima adalah $1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$.

Ketika sebuah dadu bersisi enam dilemparkan, tentukanlah peluang kejadian berikut.

(1) Munculnya mata dadu 6

(2) Tidak munculnya mata dadu 6

Ketika sebuah dadu dilemparkan, ada satu kejadian munculnya mata dadu 6, sehingga peluangnya adalah $\frac{1}{6}$. Di sisi lain, ada 5 kejadian tidak munculnya mata dadu 6, yaitu ⚀ ⚁ ⚂ ⚃ ⚄, sehingga peluang tidak munculnya mata dadu 6 adalah $\frac{5}{6}$.

Oleh karena itu, jumlah peluang munculnya mata dadu 6 dan peluang tidak munculnya mata dadu enam adalah

$$\frac{1}{6} + \frac{5}{6} = 1$$

Dengan perkataan lain, kita dapat mengatakan bahwa

(Peluang tidak munculnya mata dadu 6) = 1 − (peluang munculnya mata dadu 6)

> Bila peluang suatu kejadian **A** muncul adalah $p$, maka peluang kejadian tidak munculnya **A** adalah $1 - p$.

Dalam sebuah permainan, peluang menang adalah $\frac{3}{20}$. Tentukan peluang kekalahan dari permainan tersebut.

Bila satu kartu diambil dari 50 kartu bernomor 1 sampai dengan 50, carilah peluang terambilnya kartu bernomor bilangan prima dan peluang terambilnya kartu bernomor bukan bilangan prima.

180 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

### Penggunaan

Ini merupakan soal untuk memahami bahwa ketika peluang kejadian A terjadi adalah $p$, peluang bahwa A tidak terjadi adalah $1 - p$.

Dalam hal melempar dadu, baik "munculnya mata dadu 6" maupun "tidak munculnya mata dadu 6", karena salah satunya selalu terjadi, maka saat satu peluang berkurang peluangnya, peluang lain bisa dicari.

Artinya, jika munculnya A pada peluang $p$ diketahui, peluang tidak terjadinya A dapat diperoleh dengan $1 - p$ tanpa mencari banyaknya kasus. Dalam "peluang orang dengan ulang tahun sama" di halaman 192 buku siswa, peluang "orang dengan ulang tahun sama" dihitung dengan menghitung peluang "tidak ada orang dengan ulang tahun sama" sebagai kejadian pelengkap.

### 12. Pengerjaan Soal 6

Jumlah total undian tidak diketahui, tetapi karena peluang menang diketahui, peluang kalah dapat dihitung sebagai peluang pelengkap, yaitu $1 - \frac{3}{20} = \frac{17}{20}$.

### 13. Pengerjaan Soal 7

Peluang terambilnya kartu bukan bilangan prima dapat dihitung dengan $1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$ sebagai peluang kejadian komplementer dari kartu adalah bilangan prima. Di sisi lain, ada 35 kartu bukan bilangan prima, maka dapat dihitung dengan $\frac{35}{50} = \frac{7}{10}$.

Saya ingin membandingkan kedua metode tersebut dan memperdalam pemahaman saya.

### 14. Pengerjaan Balon Ucapan

Di sini, kita telah mempelajari konsep dan metode peluang, serta kisaran nilai peluang. Saya ingin memotivasi peserta didik untuk belajar di halaman berikutnya dengan mengajukan pertanyaan, "Bisakah kita menemukan peluang dalam berbagai situasi?"

## 3 Beragam Peluang

**•Tujuan•** Peserta didik dapat menentukan peluang bila semua kejadian memiliki kemungkinan yang sama.

Bila dua uang logam A dan B dilempar bersamaan, berapakah peluang munculnya 1 angka dan 1 gambar?

Kita dapat berpikir tentang kasus dua uang logam yang dilempar dan munculnya gambar atau angka seperti berikut.
Ada dua kasus yang mungkin ketika melempar uang logam A, yaitu gambar atau angka. Hal ini berlaku pula bagi uang logam B. Oleh karena itu, seperti tampak pada tabel atau diagram berikut, maka akan ada (2 × 2) total kasus yang akan terjadi.

ⓐ Membuat tabel untuk menyelidiki kasus-kasus

| A \ B | ○ | × |
|---|---|---|
| ○ | (○, ○) | (○, ×) |
| × | (×, ○) | (×, ×) |

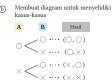
ⓑ Membuat diagram untuk menyelidiki kasus-kasus

Nyatakan gambar dengan ○ dan angka dengan ×.

Diagram seperti pada ⓑ dinamakan diagram pohon. Dalam kasus ini, masing-masing dari empat kasus ((○, ○), (○, ×), (×, ○), (×, ×)) memiliki kemungkinan yang sama untuk terjadi. Di antara mereka, terdapat dua kasus, yaitu (○, ×), (×, ○) yang memuat 1 gambar dan 1 angka, sehingga peluangnya adalah

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$





# 3 Beragam Peluang

4 jam

## • Tujuan •

1. Mampu mencari berbagai peluang dengan menghitung jumlah kasus menggunakan diagram pohon atau tabel dua variabel.
2. Mampu menjelaskan bahwa peluang dapat digunakan untuk menangkap dan menjelaskan kejadian tidak pasti.

## Kunci Jawaban

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

## Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

### 1. Penggunaan Q

Dalam soal ini, banyak peserta didik yang mengira peluangnya $\frac{1}{3}$. Jika dapat menghitung jumlah kasus dengan benar, peluang dapat ditemukan, tetapi saya ingin menghargai aktivitas menjelaskan dan mengomunikasikan ide kepada diri saya sendiri tanpa terburu-buru untuk mengajarkan jawaban yang benar.

Jika ada waktu luang, peserta didik akan dapat memahami ide yang dijelaskan dalam buku siswa dengan benar-benar melakukan banyak percobaan dan menghitung frekuensi relatif untuk mendapatkan peluang.

Selain itu, salah satu caranya adalah dengan menggunakan berbagai jenis koin, seperti koin 100 rupiah dan koin 1.000 rupiah.

### 2. Tabel Dua Variabel dan Diagram Pohon

Buatlah peserta didik memahami bahwa akan lebih mudah menggunakan tabel dua variabel atau diagram pohon untuk memikirkan bagaimana bagian depan dan belakang dua koin akan muncul berdasarkan pengerjaan Q.

Peserta didik menyadari bahwa mungkin untuk mendaftar semua peluang kejadian tanpa terlewat, dibandingkan dengan mendaftar berulang kali dari satu ujung.

Dengan melihat tabel dua variabel maupun diagram pohon, terdapat empat cara munculnya 2 koin dengan kombinasi depan dan belakang. Contohnya adalah 2 cara untuk masing-masing 1 koin depan dan 1 koin belakang (○, ×) dan (×, ○).

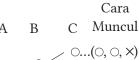
Sebagai tambahan, peluang kejadian telah dipelajari di kelas VI SD menggunakan tabel dan diagram pohon (namun kedua kata ini belum digunakan).

## Kunci Jawaban

**Soal 1**

(1) $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{1}{4}$

**Soal 2**

| A | B | C | Cara Muncul |
|---|---|---|---|
| ○ | ○ | ○ | ...(○, ○, ○) |
| | | × | ...(○, ○, ×) |
| | × | ○ | ...(○, ×, ○) |
| | | × | ...(○, ×, ×) |
| × | ○ | ○ | ...(×, ○, ○) |
| | | × | ...(×, ○, ×) |
| | × | ○ | ...(×, ×, ○) |
| | | × | ...(×, ×, ×) |

Total ada $2 \times 2 \times 2 = 8$ cara. Dari jumlah tersebut, jika dua berada di depan dan dua di belakang, ada tiga cara: (○, ○, ×), (○, ×, ○), (×, ○, ○), jadi peluangnya adalah $\frac{3}{8}$.

**Soal 3**

| A | B | Cara Muncul |
|---|---|---|
| Batu | b | ...(b, b) |
| | g | ...(b, g) |
| | k | ...(b, k) |
| Gunting | b | ...(g, b) |
| | g | ...(g, g) |
| | k | ...(k, g) |
| Kertas | b | ...(k, b) |
| | g | ...(k, g) |
| | k | ...(k, k) |

Total ada $3 \times 3 = 9$ cara. Dari jumlah tersebut, ada tiga cara untuk menjadi seri sehingga peluangnya adalah $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

Saya pikir (1), (2), dan (3) sama-sama mungkin terjadi. Sebenarnya, ada dua cara pada (2), yaitu (muka, belakang) dan (belakang, muka).

Soal 1 Diketahui dua uang logam A dan B dilempar bersamaan. Tentukanlah nilai peluang dari tiap kejadian berikut.

(1) Kejadian munculnya dua gambar

(2) Kejadian munculnya dua angka

Soal 2 Diketahui tiga uang logam A, B, dan C dilempar bersama-sama. Tentukanlah nilai peluang munculnya kejadian dua gambar dan satu angka dengan menggunakan diagram pohon.

A B C Hasil

Nyatakan gambar dengan ○ dan angka dengan ×

Soal 3 Dua orang A dan B bermain "Kertas-Batu-Gunting" satu kali. Tentukanlah peluang bila kedua pemain tersebut bermain seri, dengan menggunakan diagram pohon. Anggaplah bahwa kedua pemain memiliki kemungkinan yang sama.

LEBIH DEKAT

**Kekeliruan d'Alembert**

d'Alembert (1717-1783), adalah seorang matematikawan dan fisikawan terkenal Prancis. Ia berpendapat bahwa bila sebuah uang logam dilempar dua kali, maka semua kejadian yang mungkin terjadi adalah

① munculnya dua gambar

② muncul satu gambar dan satu angka

③ muncul dua angka

Selain itu, peluang setiap kejadian tersebut adalah $\frac{1}{3}$.

Kita sebut pemikiran ini sebagai "Kekeliruan d'Alembert".

d'Alembert (1717 - 1783)
Sumber: scienceworld.wolfram.com

Apa yang keliru dengan pemikiran d'Alembert?

182 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**3. Pengerjaan Soal 2**

Saya ingin menyadarkan bahwa dengan mempertimbangkan kombinasi dari ketiga hal ini, sulit membuat tabel dua dimensi, sehingga digunakan diagram pohon.

Selain itu, perhatikan bahwa jumlah kombinasi depan dan belakang menjadi 2 kali lipat, seiring bertambahnya 1 uang logam.

Contoh 1

Dua dadu berbeda ukuran, seperti gambar di sebelah kanan, dilempar bersamaan. Tentukanlah peluang kejadian bahwa jumlah kedua mata dadu adalah 9.

Cara

Kita dapat membuat tabel berikut untuk menentukan semua kemungkinan kejadian pelemparan dua dadu.

| Besar / Kecil | ⚀ | ⚁ | ⚂ | ⚃ | ⚄ | ⚅ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ⚀ | (1 , 1) | (1 , 2) | (1 , 3) | (1 , 4) | (1 , 5) | (1 , 6) |
| ⚁ | (2 , 1) | (2 , 2) | (2 , 3) | (2 , 4) | (2 , 5) | (2 , 6) |
| ⚂ | (3 , 1) | (3 , 2) | (3 , 3) | (3 , 4) | (3 , 5) | (3 , 6) |
| ⚃ | (4 , 1) | (4 , 2) | (4 , 3) | (4 , 4) | (4 , 5) | (4 , 6) |
| ⚄ | (5 , 1) | (5 , 2) | (5 , 3) | (5 , 4) | (5 , 5) | (5 , 6) |
| ⚅ | (6 , 1) | (6 , 2) | (6 , 3) | (6 , 4) | (6 , 5) | (6 , 6) |

Berdasarkan tabel, selidiki banyaknya kemungkinan jumlah kedua mata dadu adalah 9, dan tentukanlah peluang kejadian tersebut seperti berikut.

$$\text{(Peluang jumlah dua mata dadu 9)} = \frac{\text{(Banyaknya kejadian muncul jumlah mata dadu 9)}}{\text{(Banyaknya semua kejadian pelemparan dua dadu)}}$$

Semua kejadian pelemparan dua dadu ada sebanyak 36 kejadian, dan setiap kejadian memiliki peluang yang sama. Di antara semua kejadian itu, ada 4 kasus yang jumlah kedua mata dadunya 9, yaitu

(3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3)

Oleh karena itu, peluangnya adalah $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$.

Jawaban: $\frac{1}{9}$

BAB 6 | Peluang

Soal 4

Dua dadu berbeda ukuran dilempar bersamaan. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Tentukan peluang kejadian jumlah dua mata dadu 4.
(2) Tentukan peluang kejadian jumlah dua mata dadu paling sedikit 10.
(3) Peluang kejadian jumlah dua mata dadu manakah yang terbesar?

Bab 6 Peluang 183

## Kunci Jawaban

**Soal 4**

(1) Jika jumlah angka mata dadu adalah 4, maka ada 3 cara (1, 3), (2, 2), dan (3, 1), sehingga peluang yang ditemukan adalah $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$.

(2) Jika jumlah angka mata dadu 10 atau lebih, maka ada 6 cara (4, 6), (5, 5), (5, 6), (6, 4), (6, 5), (6, 6), sehingga peluang yang ditemukan adalah $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

(3) Jumlah angka mata dadu adalah 7.

(Peluangnya adalah $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$)

### Soal Sejenis

Jika dua dadu, besar dan kecil, dilempar undi pada saat bersamaan, jawablah pertanyaan berikut.

(1) Tentukan jumlah angka mata dadu, untuk masing-masing peluang angka mata dadu berjumlah 2 sampai 12.

(2) Tentukan jumlah angka mata dadu untuk peluang angka berjumlah genap dan angka berjumlah ganjil.

(1) 2, 12, … $\frac{1}{36}$, 3, 11… $\frac{2}{26} = \frac{1}{18}$

4, 10… $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$, 5, 9… $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

6, 8… $\frac{5}{36}$, 7… $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

(2) Peluang berjumlah genap adalah $\frac{18}{36} = \frac{1}{2}$

Peluang berjumlah ganjil adalah $\frac{18}{36} = \frac{1}{2}$

### 4. Kekeliruan D'Alambert

Setelah mengerjakan soal lempar uang logam, ada baiknya disinggung soal berikut yang berkaitan.

Kekeliruan d'Alambert karena (gambar, angka) dan (angka, gambar) dianggap sama.

Pada Buku Siswa halaman 181 Q, dua uang logam dibedakan sebagai A dan B, tetapi biasanya pembedaan tersebut tidak dibuat, karena keduanya tampak sama. Sulit untuk membedakan (gambar, angka) dan (angka, gambar).

Peristiwa bahwa seorang ilmuwan terkenal membuat kesalahan seperti itu akan menarik bagi para peserta didik.

### 5. Pengerjaan Contoh 1

Dua dadu, besar dan kecil, digunakan untuk memudahkan pembedaan kedua dadu.

Di sini, kasus yang mungkin direpresentasikan oleh pasangan berurutan seperti pada (2, 5), dan metode untuk menemukan peluang semua kejadian dengan menggunakan tabel dua variabel, ditampilkan.

Karena (2, 5) adalah pasangan berurutan, maka perlu memastikan bahwa (2, 5) ≠ (5, 2), yaitu bahwa pasangan berbeda berarti kejadian yang berbeda.

Selain itu, ada baiknya untuk memeriksa metode menggambar diagram pohon untuk mengetahui peluang kejadian.

Besar Kecil

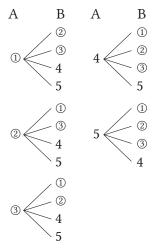
## Kunci Jawaban

### Soal 5

Karena kejadian B memperoleh tiket berhadiah ada 8 cara, yaitu (1, 2), (2, 1), (3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2), (5, 1), dan (5, 2) maka peluang yang kita temukan adalah $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$.

Dengan demikian, perbandingan peluang A dan B adalah sama besar. Selain itu, karena kejadian A dan B memperoleh tiket berhadiah ada 2 cara, maka peluang yang kita temukan adalah $\frac{2}{20} = \frac{1}{10}$.

### Soal 6

Jika 1, 2, 3 yang meleset kita jadikan 4, 5, maka

Peluang A memperoleh tiket berhadiah adalah $\frac{12}{10} = \frac{3}{5}$

Peluang B memperoleh tiket berhadiah adalah $\frac{12}{20} = \frac{3}{5}$

### Soal 7

Jika yang cocok 1, yang meleset menjadi 2, 3

Peluang keluarnya A adalah $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

Peluang keluarnya B adalah $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

Peluang keluarnya C adalah $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

**Contoh 2**

Ada sebuah undian dengan 2 tiket berhadiah dan 3 tiket tidak berhadiah dalam sebuah wadah. A mengambil sebuah tiket dari wadah ini tanpa pengembalian dan B mengambil tiket lain. Dalam kasus ini, tentukan peluang kejadian bahwa A akan memperoleh tiket berhadiah.

**Cara**

Misalkan tiket berhadiah adalah ① dan ②, dan tiket tidak berhadiah adalah 3, 4, dan 5. Kemudian, buatlah diagram pohonnya.

Sumber: Dokumen Puskurbuk

**Penyelesaian**

Bila A dan B mengambil masing-masing satu tiket dari wadah dengan urutan seperti pada cerita di atas, maka seperti diperlihatkan pada diagram pohon di sebelah kanan, akan terdapat 20 kejadian. Tiap kejadian memiliki peluang muncul yang sama. Di antara 20 kejadian ini, ada 8 kejadian agar A memperoleh tiket berhadiah.

Jadi,

(Peluang A mendapat tiket berhadiah) =

$\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$

Jawaban: $= \frac{2}{5}$



**Soal 5** Pada Contoh 2, tentukan peluang bahwa B akan memperoleh tiket berhadiah. Bandingkan hasilnya dengan peluang A memperoleh tiket berhadiah. Tentukan pula peluang kedua orang tersebut memperoleh tiket berhadiah.

**Soal 6** Pada Contoh 2, bila ada 3 tiket berhadiah dan 2 tiket tidak berhadiah, tentukanlah peluang bahwa A akan memperoleh tiket berhadiah dan peluang B memperoleh tiket berhadiah.

**Soal 7** **Diskusi** Ada tiga kartu dan salah satu kartu tersebut merupakan tiket berhadiah. Bila ada tiga orang mengambil tiga kartu tersebut dalam urutan tertentu tanpa pengembalian, apakah peluang memperoleh kartu berhadiah bergantung pada urutan pengambilan? Jelaskan jawabanmu berdasarkan gagasan peluang.

184 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

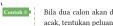
Dengan demikian, tidak ada hubungannya dengan urutan menarik kartu.

## Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

### 6. Pengerjaan Contoh 2

Buatlah peserta didik paham bahwa untuk mempertimbangkan jumlah kemungkinan kasus, lebih baik menomori kelima tiket undian untuk membedakannya, seperti halnya menamakan dua koin, menjadi A dan B.

Umumnya, dalam kasus Contoh 2, peluang menangnya sama, tidak peduli berapa nomor tiket yang ditarik. Namun, jika A yang mengambil tiket sebelumnya menunjukkan hasil yang jelas, pada titik itulah kemungkinan menangnya B akan berubah. Saya hanya mengandaikan kemungkinan ketika hasil A dan B tidak diketahui sampai akhir.

Selain itu, untuk soal tentang undian seperti ini, saya ingin memastikan bahwa undian yang diambil, apakah akan dikembalikan atau tidak.

Contoh 3 Bila dua calon akan dipilih dari empat peserta didik, yaitu A, B, C, dan D secara acak, tentukan peluang bahwa peserta didik B dan peserta didik C akan terpilih.

Cara Dalam hal ini, urutan pemilihan tidak berpengaruh. Sebagai contoh, kasus terpilihnya A kemudian B sama saja dengan kasus terpilihnya B kemudian A. Nyatakan hal ini dalam bentuk {A, B} dan tentukan semua kasus berbeda yang akan terjadi.

Penyelesaian

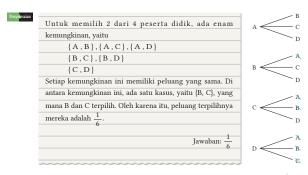
Untuk memilih 2 dari 4 peserta didik, ada enam kemungkinan, yaitu

{A, B}, {A, C}, {A, D}

{B, C}, {B, D}

{C, D}

Setiap kemungkinan ini memiliki peluang yang sama. Di antara kemungkinan ini, ada satu kasus, yaitu {B, C}, yang mana B dan C terpilih. Oleh karena itu, peluang terpilihnya mereka adalah $\frac{1}{6}$.

Jawaban: $\frac{1}{6}$



Soal 8 Pada Contoh 3, tentukan peluang terpilihnya peserta didik D.

Soal 9 Akan dipilih secara acak 2 tim dari 5 tim sepak bola yang berbeda, yaitu A, B, C, D, dan E. Tentukan peluang tiap kejadian berikut.

(1) Terpilihnya tim A dan E.

(2) Terpilihnya tim C.



## Kunci Jawaban

**Soal 8**

Kejadian terpilihnya peserta didik ada 3 cara, yaitu {A, D}, {B, D}, dan {C, D}.

Peluang yang kita temukan adalah $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

**Soal 9**

Cara terpilihnya 2 tim ada 10 cara, yaitu sebagai berikut.

A — B...{A, B}, C...{A, C}, D...{A, D}, E...{A, E}

B — C...{B, C}, D...{B, D}, E...{B, E}

C — D...{C, D}, E...{C, E}

D — E...{D, E}

(1) Karena kejadian terpilihnya tim A dan E ada satu cara, yaitu (A, E), maka peluang yang akan kita temukan adalah $\frac{1}{10}$.

(2) Karena kejadian terpilihnya C ada 4, yaitu {A, C}, {B, C}, {C, D}, {C, E}, maka peluang yang akan kita temukan adalah $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$.

## 7. Pengerjaan Contoh 3

Sampai di sini, kita anggap bahwa jumlah kejadian yang mungkin muncul adalah 'berurutan', akan tetapi di sini tidak ada hubungannya dengan urutan. Kita belajar bagaimana menemukan peluang dengan terlebih dulu mempertimbangkan 'kombinasi'.

Pada Contoh 3, sama halnya dengan Contoh 2 pada halaman sebelumnya, kita cari jumlah urutan. Mungkin ada peserta didik yang akan menjawab $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$. Tetapi, orang yang mempertimbangkan angka kombinasi seperti yang ditunjukkan dalam Buku Siswa, tidak sedikit. Buatlah peserta didik menyadari hal ini secara efisien.

Selain itu, perlu juga diperhatikan bahwa Contoh 3 menggunakan ekspresi {*a*, *b*} untuk membedakannya dari pasangan berurutan (*a*, *b*). Pastikan bahwa (2, 1) dan (1, 2) adakalanya muncul berbeda, jadi jangan menulis {2, 1} sama dengan {1, 2}.

Saat menemukan kombinasi seperti Contoh 3 menggunakan diagram pohon, langkah-langkah berikut harus diambil.

① Tambahkan urutan seperti angka, urutan abjad, atau suku kata ke simbol yang digunakan.

② Simbol yang muncul pada diagram pohon harus muncul dalam urutan ini dari depan, dan harus ditulis (seperti pola penulisan dalam kamus) agar urutannya tidak berubah.

## Kunci Jawaban

Diperkirakan mata dadu yang paling sulit keluar adalah (f) dan yang paling mudah adalah (b).

Dilewati

Ada dua cara:

- Ubah mata C menjadi mata A.
- Ubah satu mata A dan satu mata B menjadi mata C.

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**8. Aktivitas yang Akan Kita Lakukan**

Saat ini, sebagai kesempatan untuk mengerjakan kegiatan matematika yang ditunjukkan RPP, kita mengerjakan "aktivitas memperkirakan kemunculan dua mata dadu dengan memanfaatkan peluang".

**9. Pengerjaan 2**

Peluang masing-masing dihitung berdasarkan tabel sistem persamaan linear dua variabel dll., adalah sebagai berikut.

Peluang munculnya {A, A} $\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$

Peluang munculnya {A, B} $\frac{12}{36} = \frac{1}{3}$

Peluang munculnya {A, C} $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

Peluang munculnya {B, B} $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

Peluang munculnya {B, C} $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

Peluang munculnya {C, C} $\frac{1}{36}$

Misalkan dua mata dadu adalah X dan Y.

| X \ Y | A | A | A | B | B | C |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A | {A, A} | {A, A} | {A, A} | {A, B} | {A, B} | {A, C} |
| A | {A, A} | {A, A} | {A, A} | {A, B} | {A, B} | {A, C} |
| A | {A, A} | {A, A} | {A, A} | {A, B} | {A, B} | {A, C} |
| B | {A, B} | {A, B} | {A, B} | {B, B} | {B, B} | {B, C} |
| B | {A, B} | {A, B} | {A, B} | {B, B} | {B, B} | {B, C} |
| C | {A, C} | {A, C} | {A, C} | {B, C} | {B, C} | {C, C} |

Berdasarkan materi yang sudah kita pelajari, jelaskan masalah dadu di halaman 172 dan 173 menggunakan gagasan peluang.

Ada dua dadu dibuat dari jaring-jaring kubus yang dilipat seperti gambar di kanan. Bila dua dadu dilempar bersamaan, manakah di antara berikut yang akan mendapat "hadiah pertama" dan yang "kalah"? "hadiah pertama" diperoleh bila kejadian yang mungkin sulit terjadi, dan yang paling sering terjadi berarti "kalah".

(a) A A (b) A B (c) A C
(d) B B (e) B C (f) C C

1. Berdasarkan hasil percobaan di halaman 173, apa dugaanmu terkait kasus-kasus yang terjadi?

2. Tunjukkan apakah dugaanmu benar atau tidak dengan menghitung peluang kejadian, dan diskusikan urutan hadiah-hadiahnya.

3. Diketahui dua dadu dilempar bersamaan. Jika kita menginginkan peluang kejadian {A, A} dan peluang kejadian {A, B} sama, bagaimana seharusnya kita mengubah jaring-jaring dadu yang ditunjukkan di atas, di mana paling sedikit A harus terjadi?

Tak disangka bahwa hasilnya adalah peluang keluarnya (b) {A, B} lebih besar dibandingkan (a) {A, A}.

**10. Pengerjaan 3**

Dalam hal mata dadu A, mudah untuk membagi mata dadu A menjadi kejadian 1, kejadian 2, dan kejadian 3. Misalnya, jika A memiliki dua mata, maka dapat dilihat dari tabel persamaan linear dua variabel bahwa b harus hanya 1 kejadian.

Selain itu, jika angka mata dadu A adalah $a$, dan angka mata dadu B adalah $b$, maka

$\frac{a^2}{36} = \frac{ab + ba}{36}$

$a^2 = ab + ba$, karena $ab = ba$, maka

$a^2 = 2ab$

$a^2 - 2ab = 0$

$a(a - 2b) = 0$,

Karena $a > 0$, maka $a - 2b = 0$

Dengan kata lain, kita tahu bahwa $a - 2b$ sesuai.

# Mari Kita Periksa

**1**

Kemungkinan Kejadian [Hlm.175] S 2

Tabel berikut menyajikan banyaknya kelahiran menurut jenis kelamin dan rasio atau perbandingannya. Berdasarkan tabel, berapakah peluang lahir laki-laki dan peluang lahir perempuan?

| Tahun | Total Kelahiran | Laki-laki | | Perempuan | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | Total lahir | Rasio | Total lahir | Rasio |
| Tahun 17 | 1.062.530 | 545.032 | 0,513 | 517.498 | 0,487 |
| 18 | 1.092.674 | 560.439 | 0,513 | 532.235 | 0,487 |
| 19 | 1.089.818 | 559.847 | 0,514 | 529.971 | 0,486 |
| 20 | 1.091.156 | 559.513 | 0,513 | 531.643 | 0,487 |
| 21 | 1.070.035 | 548.993 | 0,513 | 521.042 | 0,487 |
| 22 | 1.071.304 | 550.742 | 0,514 | 520.562 | 0,486 |
| 23 | 1.050.806 | 538.271 | 0,512 | 512.535 | 0,488 |
| 24 | 1.037.231 | 531.781 | 0,513 | 505.450 | 0,487 |

* Berdasarkan sensus dan Data Statistik Kementerian Kesehatan, Tenaga Kerja, dan Kesejahteraan

**2**

Bagaimana Cara Menentukan PeluangPeluang [Hlm.177] Cth. 2 [Hlm.180] S 6

Tentukan peluang setiap kejadian berikut.

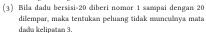
(1) Bila sebuah dadu dilempar, tentukan peluang munculnya dadu ganjil.

(2) Bila sebuah kelereng diambil dari sebuah kantong yang terdiri atas 3 kelereng merah, 2 kelereng putih, dan 7 kelereng biru, maka tentukan peluang kejadian masing-masing kelereng berwarna tertentu.

(3) Bila dadu bersisi-20 diberi nomor 1 sampai dengan 20 dilempar, maka tentukan peluang tidak munculnya mata dadu kelipatan 3.

Sumber: google.co.id

**3**

Beragam Peluang [Hlm.182] S 1 [Hlm.184] Cth. 2

Tentukan peluang dari setiap kejadian berikut.

(1) Bila sebuah uang logam dilempar dua kali, tentukan peluang munculnya satu gambar.

(2) Bila dua dadu bersisi enam dilempar bersamaan, tentukan peluang munculnya mata dadu yang sama.

Bab 6 Peluang 187

# Mari Kita Periksa

1 jam

## Kunci Jawaban

**1**

Peluang lahirnya anak laki-laki: 0,513

Peluang lahirnya anak perempuan: 0,487

**2**

(1) $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

(2) Peluang muncul kelereng merah: $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

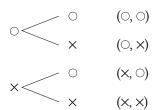
Peluang muncul kelereng putih: $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

Peluang muncul kelereng biru: $\frac{7}{12}$

(3) Di antara angka 1-20, ada 6 angka kelipatan 3, yaitu 3, 6, 9, 12, 15, 18. Peluang tidak munculnya mata dadu kelipatan 3 adalah

$$1 - \frac{6}{20} = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$$

**3**

(1)

Jika bagian gambar adalah ○ dan bagian angka adalah ×.

Jumlah seluruhnya ada 2 × 2 = 4 cara. Setidaknya ada 1 kali kejadian keluarnya bagian gambar, yaitu

(○, ○), (○, ×), (×, ○)

Karena ada 3 cara, maka peluang yang didapatkan adalah $\frac{3}{4}$.

(Penjelasan khusus)

Peluang munculnya sekaligus dua angka adalah $\frac{1}{4}$. Dengan demikian, setidaknya peluang munculnya bagian gambar 1 kali adalah $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

(2) Banyaknya ruang sample apa bila 2 dadu dilempar undi bersamaan adalah 36 kejadian. Titik sampel keluarnya mata dadu sama, yaitu

(1, 1), (2, 2), (3, 3,), (4, 4), (5, 5), (6, 6)

Karena ada 6 cara, maka peluang yang didapat adalah $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

**BAB 6** # Soal Ringkasan

2 jam

## Kunci Jawaban

**Dasar**

**1**

Peluang muncul menghadap atas: 0,53

Peluang muncul menghadap bawah: $1 - 0,53 = 0,47$

**2**

(1) Benar

(2) Salah

(3) Salah

Peluang munculnya bagian gambar dan bagian angka untuk ketiga kalinya adalah sama-sama $\frac{1}{2}$.

(4) Salah

Peluang munculnya dua gambar sekaligus adalah $\frac{1}{4}$, peluang munculnya 1 gambar dan 1 angka adalah $\frac{1}{2}$.

**3**

(1) $\frac{4}{20} = \frac{1}{5}$ (2) $\frac{5}{36}$

(3) $\frac{18}{36} = \frac{1}{2}$ (4) $\frac{1}{8}$

**4**

Jika anak laki-laki adalah A, B, C, dan anak perempuan D dan E, cara memilih giliran 2 orang, semuanya ada 10 cara, yaitu sebagai berikut.

A — B...{A, B}, C...{A, C}, D...{A, D}, E...{A, E}

B — C...{B, C}, D...{B, D}, E...{B, E}

C — D...{C, D}, E...{C, E}

D — E...{D, E}

Diantaranya, kejadian terpilihnya anak laki-laki dan perempuan masing-masing satu ada 6 cara, yaitu: {A, D}, {A, E}, {B, D}, {B, E}, {C, D}, {C, E}.

Peluang yang didapatkan adalah $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$.

**BAB 6** Soal Ringkasan

Jawaban pada h.234

Gagasan Utama

**1** Ketika melakukan percobaan melempar kancing, seperti gambar di kanan, frekuensi relatif kejadian kancing telungkup nilainya mendekati 0,53. Bila sebuah kancing dilempar, berapakah peluang kancing telungkup dan berapa pula peluang kancing telentang?

**2** Periksa apakah tiap pernyataan berikut benar atau tidak?

(1) Ketika sebuah dadu dilempar, setiap mata dadu dari 1 sampai dengan 6 memiliki kemungkinan yang sama untuk muncul.

(2) Bila dadu dilempar sebanyak 60 kali, maka mata dadu 4 akan muncul tepat 10 kali.

(3) Bila sebuah uang logam dilempar 3 kali, setelah gambar muncul dua kali, maka peluang munculnya angka di lemparan ketiga lebih besar daripada peluang munculnya gambar.

(4) Bila dua uang logam dilempar bersamaan, peluang munculnya dua gambar sama saja dengan peluang munculnya 1 gambar dan 1 angka.

**3** Tentukan peluang untuk setiap kejadian berikut.

(1) Bila ada 20 tiket dan 4 di antaranya berhadiah, maka tentukan peluang seseorang mendapat tiket berhadiah.

(2) Bila sebuah dadu dilempar dua kali, tentukan peluang kejadian munculnya jumlah mata dadu 6.

(3) Bila dua dadu dilempar bersamaan, tentukan peluang kejadian jumlah mata dadu adalah bilangan ganjil.

(4) Bila sebuah uang logam dilempar 3 kali, tentukan peluang munculnya 3 angka berturut-turut.

**4** Ada satu tim terdiri atas 5 peserta didik, 3 laki-laki dan 2 perempuan. Bila dua peserta didik akan dipilih secara acak, tentukan peluang yang terpilih adalah 1 laki-laki dan 1 perempuan.

188 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

#### 1. Percobaan Melempar Undi Kancing

Ketika mengeksekusi percobaan melempar kancing, adakalanya frekuensi menghasilkan nilai yang berbeda bergantung pada jenis kancing, ketinggian jatuhnya, metode lemparan, bahan pendaratan, dan sebagainya. Tegasnya, dalam percobaan semacam itu, perlu dilakukan percobaan menggunakan alat pelepas atau sejenisnya untuk menyatukan semua kondisi.

Frekuensi dengan tren naik 0,53 yang ditunjukkan dalam Buku Siswa dapat dianggap sebagai hasil dari melakukan percobaan dalam kondisi tertentu.

Penerapan

**1** Bila ada 4 orang A, B, C, dan D membentuk satu tim estafet, berapa banyak urutan lari estafet yang dapat dibuat? Berapa kali kemungkinan A akan menjadi pelari ketiga?

**2** Pada sebuah kantong terdapat 2 kelereng merah dan 3 kelereng putih. Jika setiap kali pengambilan 1 kelereng diambil tanpa pengembalian, maka tentukan peluang tiap kejadian berikut.

(1) Bila dua kelereng diambil, tentukan peluang terambilnya satu kelereng merah dan satu kelereng putih secara berurutan.
(2) Bila diambil 3 kelereng, tentukan peluang terambilnya satu kelereng merah, kelereng putih, dan kelereng merah secara berurutan.

**3** Diketahui 3 orang A, B, dan C bermain "Kertas-Batu-Gunting" satu kali. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.
(1) Berapa kasus berbeda bila 3 orang bermain "Kertas-Batu-Gunting"?
(2) Tentukan peluang bahwa 3 orang bermain seri.
(3) Tentukan peluang B menjadi pemenang.

**4** Seperti ditunjukkan pada gambar di kanan, letakkan sebuah batu pada titik sudut A pada segi-5 beraturan ABCDE. Lempar sebuah dadu dua kali, dan gerakkan batu dari satu titik ke titik yang lain dengan aturan ⓐ dan ⓑ berikut. Kemudian, jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

A B E C D

ⓐ Langkah pertama, pindahkan batu dalam arah yang sama seperti tanda panah. Banyaknya perpindahan ditandai dengan mata dadu.
ⓑ Langkah kedua, pindahkan batu dengan arah berlawanan tanda panah, mulai dari posisi permulaan perpindahan pertama. Banyaknya perpindahan sesuai mata dadu.

(1) Setelah pemindahan pertama, tentukan peluang bahwa batu akan berada di titik B.
(2) Setelah pemindahan kedua, tentukan peluang bahwa batu akan berada di titik B.

Bab 6 Peluang 189

BAB 6 | Peluang

## Kunci Jawaban

Penerapan

**1**

A: B–C–D, B–D–C, C–B–D, C–D–B, D–B–C, D–C–B
B: A–C–D, A–D–C, C–A–D, C–D–A, D–A–C, D–C–A
C: A–B–D, A–D–B, B–A–D, B–D–A, D–A–B, D–B–A
D: A–B–C, A–C–B, B–A–C, B–C–A, C–A–B, C–B–A

Jumlah urutan lari semuanya ada 24 cara. Jumlah kejadian peserta A menjadi pelari ketiga ada 6 cara.

**2**

(1) Jika kelereng merah adalah 1, 2, dan kelereng putih adalah 3, 4, 5, maka jumlah keseluruhan cara terambilnya kedua kelereng tersebut ada 20 cara.

①: ②, 3, 4, 5
②: ①, 3, 4, 5
3: ①, ②, 4, 5
4: ①, ②, 3, 5
5: ①, ②, 3, 4

Karena ada 6 cara kejadian terambilnya kelereng merah dan putih secara berturut-turut, peluang yang didapatkan adalah $\frac{6}{20} = \frac{3}{10}$.

(2) Seluruhnya ada 60 cara terambilnya 3 kelereng. Di antaranya, karena ada 6 cara kejadian terambilnya kelereng merah, putih, dan biru secara berturut-turut, maka peluang yang didapatkan adalah $\frac{6}{60} = \frac{1}{10}$.

**3**

Misalkan batu adalah b, gunting adalah g, kertas adalah k.

A B C: b–b–(b, g, k), b–g–(b, g, k), b–k–(b, g, k)
A B C: g–b–(b, g, k), g–g–(b, g, k), g–k–(b, g, k)
A B C: k–b–(b, g, k), k–g–(b, g, k), k–k–(b, g, k)

(1) 27 cara
(2) Karena ada 9 cara kejadian seri, maka peluang yang didapat adalah $\frac{9}{27} = \frac{1}{3}$.
(3) Karena ada 3 cara di mana hanya B seorang yang menang, maka peluang yang didapatkan adalah $\frac{3}{27} = \frac{1}{9}$.

**4**

(1) Ada 6 cara keluarnya dadu. Karena ada 1, 2, dan 6 cara kejadian batu ada di titik B, maka peluang yang didapatkan adalah $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.
(2) Seluruhnya ada 36 cara keluarnya mata dadu dua kali. Kejadian di mana batu ada di titik B adalah (1, 5), (2, 1), (2, 6), (3, 2), (4, 3), (5, 4), (6, 5).
Karena ada tujuh cara, maka peluang yang didapatkan adalah $\frac{7}{36}$.

## Kunci Jawaban

**Penerapan**

**1**

(1) $\frac{1}{3}$

### Soal Sejenis

Ada empat kotak di depan penantang. Salah satunya adalah kotak kemenangan. Moderator tahu kotak mana yang menang. Penantang pertama-tama memilih satu kotak. Moderator akan memberi tahu Anda dua dari tiga kotak yang tersisa. Penantang memilih untuk "mengubah" atau "tidak mengubah" kotak pertama yang dipilih. Pada saat ini, temukan peluang mengenai kotak yang dipilih pertama tanpa mengubahnya dan peluang dengan mengubahnya.

Peluang mengubah kemudian tertebak: $\frac{1}{4}$

Peluang tidak mengubah kemudian tertebak: $\frac{3}{4}$

Bab 6 Soal Ringkasan

Penggunaan Praktis

**1** Heru sedang menonton acara "Tebak di manakah hadiahnya?" di TV. Permainan ini dibawakan pembawa acara dan kontestan seperti berikut.

Tebak Kotak Berhadiah

Ada tiga kotak di depan kontestan. Satu di antaranya adalah kotak berhadiah. Pembawa acara mengetahui kotak mana yang merupakan kotak berhadiah.

[Prosedur]

① Pertama, kontestan memilih 1 kotak.

② Pembawa acara membuka 1 kotak tak berhadiah dari 2 kotak yang belum dipilih.

③ Kontestan harus memutuskan apakah akan "mengubah" atau "tidak mengubah" kotak yang ia pilih.



Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Jika kita putuskan untuk "tidak mengubah kotak" sejak mula-mula, prosedur ① di atas menentukan apakah kita akan menang atau tidak. Bila 1 kotak dipilih dari 3 kotak, tentukan peluang bahwa kotak yang dipilih adalah berhadiah.

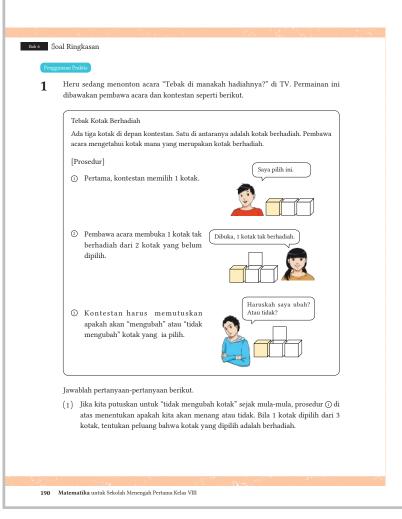
190 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**2. Pengerjaan 1 (1), dan 1 (2)**

Permainan ini disebut Masalah Monty Hall. Sebaiknya kontestan mengganti kotak setelah pembawa acara membuka salah satu kotak yang meleset.

Ini adalah teka-teki apakah lebih baik atau tidak mengganti kotak.

Masalahnya adalah setelah pembawa acara membuka salah satu kotak yang meleset, salah satu dari dua kotak akan menang, jadi jika dilihat sekilas, mengubah atau tidak mengubah kotak di awal, peluang tertebak akan dianggap tidak berubah, yaitu $\frac{1}{2}$.

Sebenarnya, jika Anda berpikir tentang "peluang tertebak saat tidak mengubah kotak pertama yang dipilih" dan "peluang tertebak saat mengubah kotak yang dipilih di awal" dalam langkah-langkah seperti (1) dan (2), setiap peluang ternyata dapat diperoleh.

Namun, meskipun dijelaskan secara logis, mungkin ada beberapa peserta didik yang tidak dapat memahaminya dengan mudah karena intuisinya perlu diaktifkan.

Di sini, peserta didik menyadari kegunaan peluang dengan berdiskusi dan bereksperimen sambil memanfaatkan apa yang telah peserta didik pelajari selama ini.

(2) Heru berpikir tentang situasi di mana seseorang harus memutuskan apakah akan "mengubah kotak" dari awal atau tidak seperti berikut.
Isilah [ ] dan berilah penjelasan.

Penjelasan Heru

- Bila pertama kali kita memilih kotak berhadiah, tidak masalah kotak mana pun yang dibuka oleh pembawa acara, maka kotak yang belum terbuka pastilah kotak tidak berhadiah karena keduanya memang kotak tidak berhadiah.
- Jika pertama kali kita memilih kotak tidak berhadiah,

Oleh karena itu, jika kita mengubah kotak, kita akan pasti memenangi permainan.

(3) Heru menduga bahwa jika keputusannya adalah "mengubah kotak" dari awal, maka kita akan memiliki kesempatan menang lebih besar. Jika kita ingin memeriksa apakah dugaan ini benar atau tidak dengan percobaan, pilihlah cara paling tepat untuk mengerjakan percobaan dari ⓐ ~ ⓓ berikut.

ⓐ Mainkan "ubah kotak" 3 kali dan periksa apakah akhirnya kita akan dapat memilih kotak berhadiah.
ⓑ Mainkan "ubah kotak" dan "tidak mengubah kotak" secara bergantian dan periksa dengan cara mana kita akan menang.
ⓒ Mainkan keduanya "ubah kotak" dan "tidak mengubah kotak" 3 kali, lalu bandingkan hasilnya.
ⓓ Mainkan keduanya 'ubah kotak" dan "tidak mengubah kotak" 100 kali, lalu bandingkan hasilnya.

BAB 6 | Peluang

Bab 6 Peluang 191

## Kunci Jawaban

**2**

(2) Contoh
Dua kotak yang tersisa masing-masing adalah kotak tertebak dan kotak meleset. Karena pembawa acara membuka kotak yang meleset, kotak yang tersisa selalu tertebak.

(3) d

### 3. Pengerjaan 1 (3)

Jika masih ada waktu, penting untuk melakukan eksperimen dan menegaskan kembali pemahaman tentang arti peluang.

Meskipun di buku ajar pengerjaannya hanya sampai sini, Anda mungkin mendapati kemungkinan tertebak ketika kotak diubah di bagian akhir.

Seperti yang Anda lihat dari (2), jika kotak yang Anda pilih pertama kali meleset, Anda pasti akan menang jika Anda mengganti kotak tersebut. Oleh karena itu, karena ini sama dengan kemungkinan memilih kotak yang awalnya meleset, maka peluangnya menjadi $\frac{2}{3}$.

### Referensi ▶ Soal Monty Hall

Soal Monty Hall berasal dari perselisihan permainan dalam acara kuis Amerika yang diselenggarakan oleh Monty Hall. Isi soal penerapan ini sama dengan ini.

Sekalipun dijelaskan hasil yang diperoleh dari teori peluang, masih banyak orang yang tidak yakin, sehingga disebut juga dilema atau paradoks Monty Hall. Bahkan, ketika kontroversi ini muncul, beberapa matematikawan tidak dapat memahaminya, dan itu menjadi kontroversi.

Soal ini adalah semacam trik psikologis, dan ini adalah contoh yang baik dari soal di mana jawaban yang benar secara intuitif dan jawaban yang benar secara logis, berbeda.

Ada soal yang disebut Soal Tiga Tahanan, yang secara substansial sama dengan Soal Monty Hall, dan telah dipelajari secara aktif di bidang psikologi (psikologi kognitif) di Jepang.

"Ada tiga narapidana A, B, dan C. Para narapidana itu tahu bahwa salah satu dari mereka akan mendapat amnesti. Narapidana A diberi tahu nama narapidana lain yang akan dieksekusi setelah ia memohon kepada sipir penjara untuk memberitahukannya. Sipir itu menjawab bahwa narapidana B akan dieksekusi.

Berapa peluang amnesti napi A yang mengajukan pertanyaan dan sisa narapidana C yang kepadanya sipir penjara tidak membocorkan nama?

## Cermati

**Peluang Adanya Orang-Orang yang Memiliki Hari Ulang Tahun yang Sama**

Tingkatkan!

Mari kita pikirkan “peluang terjadi adanya orang-orang yang memiliki hari ulang tahun yang sama” di kelas. Sekarang misalkan ada 10 peserta didik di kelas dan misalkan 1 tahun 365 hari, serta lahir di tiap hari memiliki peluang yang sama. Pertama, mari pikirkan tentang “peluang bahwa kesepuluh peserta didik lahir di hari berbeda” berdasarkan prosedur berikut.

Sumber: Dokumen Puskurbuk

**1** Banyaknya kasus berbeda dari 10 ulang tahun peserta didik adalah sebagai berikut.

$365 \times 364 \times 363 \times \ldots \times 356 = 365^{10}$ ①

**2** Kita dapat berpikir tentang kasus-kasus berbeda bahwa 10 peserta didik dilahirkan pada hari yang berbeda seperti berikut. Peserta didik memiliki 365 kasus berbeda dalam hal ulang tahun. Untuk setiap kasus, buang hari ulang tahun peserta didik 1, sehingga peserta didik 2 memiliki 364 kasus berbeda dalam hal ulang tahun. Selain itu, untuk setiap kasus, dengan membuang hari ulang tahun peserta didik 1 dan peserta didik 2, akibatnya peserta didik 3 memiliki 363 kasus berbeda terkait ulang tahun. Dengan berpikir seperti ini, banyaknya kasus berbeda bahwa 10 peserta didik dilahirkan pada hari yang berbeda adalah seperti berikut.

$365 \times 364 \times 363 \times \ldots \times 356$ ②

**3** Jika kita misalkan “peluang bahwa 10 peserta didik dilahirkan pada hari yang berbeda” adalah $p$, maka menurut ① dan ②, diperoleh

$$p = \frac{(365 \times 364 \times 363\ldots \times 356)}{365^{10}} = 0{,}8830\ldots$$

Oleh karena itu, “peluang bahwa akan ada peserta didik (dari 10 peserta didik) akan memiliki hari ulang tahun yang sama” adalah...

$$1 - p = 1 - 0{,}883 = 0{,}117$$

Jika kita hitung dengan cara yang sama untuk kasus 20 orang, maka peluang bahwa ada orang-orang yang memiliki ulang tahun yang sama adalah 0,411; sedangkan 0,706 untuk 30 orang, dan untuk 40 orang yang relatif tinggi, yaitu 0,891.

Apakah di kelasmu ada orang-orang yang memiliki ulang tahun yang sama? Buatlah dugaanmu berdasarkan gagasan peluang dan selidikilah!

* 0,883; 0,117; 0,411.. adalah nilai-nilai pendekatan yang ditulis dalam tiga angka desimal.

192 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

## Kunci Jawaban

 Contoh operasi hitung

① Jika 20 orang

$$1 - \frac{365 \times 364 \times 363 \times \ldots \times 346}{365^{20}}$$

$= 0{,}411$

② Jika 30 orang

$$1 - \frac{365 \times 364 \times 363 \times \ldots \times 346}{365^{30}}$$

$= 0{,}706$

③ Jika 40 orang

$$1 - \frac{365 \times 364 \times 363 \times \ldots \times 346}{365^{40}}$$

$= 0{,}891$

Selain itu, jika 35 orang, maka menjadi 0,814, jika 57 orang menjadi 0,990.

〈Referensi〉

Misalkan jika terhadap 1.

$$\frac{365 \times 364 \times 363 \times \ldots \times 346}{365^{20}}$$

dilakukan operasi hitung, pembilang dan penyebut harus dihitung secara bergantian.

Dengan kata lain,

$$365 : 365 \times 364 : 365 \times 363 : 365 \times \ldots \times 346 : 365$$

Jika dimasukkan secara berurutan, maka dapat dihitung dalam cakupan jumlah digit kalkulator.

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

### 1. Peluang Orang dengan Ulang Tahun Sama

Karena ada 365 cara hari ulang tahun, jika menggunakan perasaan, maka untuk sampai pada kisaran jumlah orang sekitar 10 atau 20 orang yang "memiliki peluang ulang tahun sama" di kelas, tampaknya sangat rendah.

Namun, jika peluang benar-benar dihitung, masing-masing jumlahnya adalah 0,117 dan 0,411. Dapat dilihat pula bahwa meskipun ada orang dengan tanggal lahir sama, peluangnya tidak cukup rendah untuk disebut "kebetulan".

Melalui kegiatan untuk menyelidiki bagaimana peluang berubah seiring dengan peningkatan jumlah peserta didik di kelas, guru dapat menyadari melesetnya perkiraan yang tak disangka-sangka, serta kegunaan matematika dalam kehidupan sehari-hari.

### 2. Cara Mencari Peluang

Kita gunakan peluang kemunculan peristiwa pelengkap yang dipelajari di halaman 180. "Ada orang dengan ulang tahun yang sama" merupakan pelengkap dari "setiap orang memiliki ulang tahun yang berbeda".

Perhatikan bahwa jumlah kasus dihitung di sini tanpa menggunakan diagram pohon, dll., sehingga dianggap sebagai "pengembangan".

### 3. Pengerjaan

Dapat dipikirkan apakah peluang melebihi 0,5 dianggap sebagai kriteria. Faktanya, bahkan dalam kelas yang terdiri dari 40 orang (peluang 0,891), ada kasus di mana "setiap orang memiliki ulang tahun yang berbeda". Dalam hal ini, terdapat peluang untuk menegaskan kembali arti peluang, yaitu "sebuah angka yang menampilkan tingkat kemungkinan kejadian".

Pendalaman Materi

## Manakah yang Memiliki Keuntungan?

1 Pada abad ke-17 di Eropa, masalah tentang jumlah pelemparan dadu merupakan hal yang menarik. Masalahnya adalah bila ada 3 dadu dilempar bersamaan, untuk kasus bahwa jumlah ketiga mata dadu adalah 9 dan jumlah mata dadu 10, manakah yang lebih menguntungkan? Mari kita pikirkan masalah ini.

(1) Banyak orang berpikir bahwa akan ada 6 kasus berbeda sehingga jumlah mata dadu 9, dan 6 kasus berbeda agar jumlah mata dadu 10. Tidak masalah pilihan mana yang dipilih, itu akan memiliki kesempatan yang sama untuk menang. Tuliskan semua kasus untuk jumlah mata dadu 9 dan 10.

Contoh jumlah mata dadu 9 Contoh jumlah mata dadu 10

(2) Di sisi lain, penjudi merasa bahwa jumlah mata dadu 10 muncul sedikit lebih sering daripada yang berjumlah 9 berdasar pengalaman. Orang yang menjawab masalah ini adalah ilmuwan Italia bernama Galileo Galilei. Galileo menunjukkan bahwa jumlah mata dadu 10 memiliki peluang lebih besar menggunakan teori peluang. Berpikirlah seperti Galileo dan jelaskan soal ini.

Galileo Galilei (1564-1642)
Sumber: biography.com

## Manakah yang Memiliki Keuntungan?

### • Tujuan •

Mampu memahami dan menjelaskan pertanyaan bagaimana dadu muncul menggunakan peluang.

### Kunci Jawaban

**1**

(1) Kombinasi jumlah angka dadu 9

{1, 2, 6}, {1, 3, 5},
{1, 4, 4}, {2, 2, 5},
{2, 3, 4}, {3, 3, 3}

Kombinasi jumlah angka dadu 10

{1, 3, 6}, {1, 4, 5},
{2, 2, 6}, {2, 3, 5},
{2, 2, 4}, {3, 3, 4}

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**1. Pengerjaan 1**

Saat melempar undi tiga dadu $a$, $b$, dan $c$ secara bersamaan, misalnya, ada 6 cara {1, 2, 6} yang jumlah angkanya 9 pada tabel di bawah.

| a | b | c |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 6 |
| 1 | 6 | 2 |
| 2 | 1 | 6 |
| 2 | 6 | 1 |
| 6 | 1 | 2 |
| 6 | 2 | 1 |

Hasil berikut diperoleh dengan cara yang sama untuk kombinasi lain.

⟨jika jumlah angka mata dadu adalah 9⟩

{1, 2, 6} ... 6 cara, {1, 3, 5} ... 6 cara
{1, 4, 4} ... 3 cara, {2, 2, 5} ... 3 cara
{2, 3, 4} ... 6 cara, {3, 3, 3} ... 1 cara

Berdasarkan ini, angka kejadian di mana jumlah mata dadunya 9 ada

$6 + 6 + 3 + 3 + 6 + 1 = 25$ (cara)

⟨jika jumlah angka mata dadu adalah 10⟩

{1, 3, 6} ... 6 cara, {1, 4, 5} ... 6 cara
{2, 2, 6} ... 3 cara, {2, 3, 5} ... 6 cara
{2, 4, 4} ... 3 cara, {3, 3, 4} ... 3 cara

Dari sini, angka kejadian di mana jumlah mata dadunya 10 ada

$6 + 6 + 3 + 6 + 3 + 3 = 27$ (cara)

Selain itu, jika melempar undi 3 dadu, maka keseluruhan angka kejadiannya menjadi $6 \times 6 \times 6 = 216$ cara.

Peluang jumlah angka mata dadu 9 adalah $\frac{25}{216}$.

Peluang jumlah angka mata dadu 10 adalah $\frac{27}{216}$.

Saat melempar undi tiga dadu, peluang (tingkat kemunculan) jumlah mata dadu $n$ adalah sebagai berikut.

Atas: Jumlah angka mata dadu $n$, Bawah: Kemunculan

| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{1}{216}$ | $\frac{3}{216}$ | $\frac{6}{216}$ | $\frac{10}{216}$ | $\frac{15}{216}$ | $\frac{21}{216}$ | $\frac{25}{216}$ | $\frac{27}{216}$ |

| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{27}{216}$ | $\frac{25}{216}$ | $\frac{21}{216}$ | $\frac{15}{216}$ | $\frac{10}{216}$ | $\frac{6}{216}$ | $\frac{3}{216}$ | $\frac{1}{216}$ |

# Matematika Lanjut
## ~ Halaman untuk Belajar Berkelompok ~

### 1. Ayo Tanamkan Kemampuan Berekspresi

Dalam "Ayo tanamkan kemampuan berekspresi", peserta didik melakukan 'aktivitas dan penelitian', 'kerja sama', dan 'ekspresi matematis'. Melalui hal tersebut, dikembangkan 'kemampuan kerja sama dan pemecahan masalah', 'kerja tim dan kepemimpinan', 'kemampuan menyusun kalimat logis dan presentasi', dan sebagainya. Pada saat yang sama, peserta didik akan mampu merefleksi ekspresi, mempunyai sudut pandang matematis, dan berpikir mendalam. Diharapkan dalam kegiatan belajar, ada peningkatan penemuan dan pembelajaran dalam kehidupan sehari-hari dan sebagainya, dan inisiatif yang didasari minat dan ketertarikan.

Pada kelas VIII, kita ingin fokus pada kejadian secara matematis dengan mempertimbangkan metode penalaran yang logis.

### 2. Tugas Belajar dan Penelitian Bebas

Pada 'Tugas Belajar dan Penelitian Bebas', terdapat tugas latihan soal ataupun tugas inisiatif sukarela untuk dikerjakan peserta didik di rumah. Selanjutnya, diberikan secara global konten atau isi yang dapat digunakan.

Konkretnya, dapat menggunakan:

a. tugas yang melibatkan keseharian maupun di lingkungan masyarakat;
b. tugas interdisipliner maupun kurikulum terintegrasi;
c. tugas yang melibatkan sejarah matematika, dan sebagainya.

Materi ini mengedepankan pembelajaran berbasis pendalaman penelitian dan pemecahan masalah, dan cara berpikir dengan perspektif matematis yang berperan penting dalam pemahaman konsep.

Bagian ini dapat dikerjakan mandiri pada saat di luar jam pelajaran maupun pada saat liburan sekolah.

**Matematika Lanjut**
**~ Halaman untuk Belajar Berkelompok ~**

Pada bagian ini, kita akan menyajikan dan melaporkan apa yang telah kita pelajari dan pikirkan, serta mengaitkan ke bidang lain atau masalah-masalah di sekitar kita. Pilihlah topik yang menarik buatmu!





**Referensi** Latihan Soal dan Penempatannya

Berikut dijabarkan mengenai aktivitas pembelajaran matematika peserta didik dan ringkasan panduan pembelajaran.

Tugas ini digunakan untuk mengukur pencapaian kemampuan yang mengedepankan upaya-upaya yang mengarah pada aktivitas matematis, kemampuan menilai, dan kemampuan ekspresi matematis. Kemampuan tersebut merupakan latihan pemecahan masalah melalui peristiwa dalam kehidupan sehari-hari yang merupakan rangkuman setiap jenis materi atau pelajaran lain yang erat kaitannya dengan pembelajaran. Untuk merealisasikannya, maka akan disusun secara tepat dalam rencana pembelajaran.

**Menyajikan Hasil Penyelidikan**
~ Komunikasikan Gagasanmu kepada Orang Lain ~

Siapkan sebuah laporan untuk menuliskan gagasanmu. Dengan menyiapkan laporan, kamu akan membuat penemuan-penemuan atau akan bertanya tentang sesuatu yang belum kamu pelajari. Inilah sebagian hal paling penting dalam belajar matematika.

**Menyiapkan Laporan**

**1** Pilihlah satu topik yang menarik atau yang membuat kamu penasaran.
Pilihlah topik laporanmu berdasarkan minat dan ketertarikanmu dalam belajar matematika pada penerapannya pada kehidupan sehari-hari. Sebagai contoh, ketika kamu bertanya pada diri sendiri, "Mengapa?", "Bagaimana keadaan suatu peristiwa?", atau "Saya ingin tahu lebih banyak". Apa yang membuatmu tertarik dalam kehidupan sehari-hari, akan membantu dalam memilih suatu topik.

**2** Buatlah rencana pengumpulan data.
Penting dicatat bahwa kamu tidak perlu melakukan penyelidikan sendiri, tetapi kamu seharusnya:
- Melakukan percobaan, observasi, dan penyelidikan
- Melakukan survei
- Mengumpukan informasi dari buku, koran, di perpustakaan, dan di internet

Kamu hendaknya merencanakan proses pengumpulan data untuk mencapai tujuanmu.

**3** Kumpulkan informasi, susun, dan analisislah informasi tersebut.
Analisislah informasi atau data yang telah kamu kumpulkan, dan carilah beberapa karakteristiknya. Catat pula sumber informasinya. Kamu dapat menemukan banyak informasi dari internet. Namun, kamu harus menyadari informasi mana yang dapat dipercaya dan tidak.

**4** Susunlah gagasanmu!

**5** Sajikan laporanmu dan mintalah umpan balik dan komentar dari kawan-kawanmu.
Sajikan laporanmu dan mintalah pertanyaan atau komentar tentang isi laporan dari teman-temanmu. Selain itu, mintalah pertanyaan atau komentar tentang bagaimana kamu akan memperbaiki laporan ketika kamu berada di hadapan peserta yang hadir.

Matematika Lanjut 195

## Menyajikan Hasil Penyelidikan

**~ Komunikasikan Gagasanmu kepada Orang Lain ~**

### • Tujuan •

Didasari pengetahuan dan keterampilan yang sudah dipelajari sampai saat ini, seperti identifikasi kehidupan sehari-hari yang berhubungan dengan matematika maupun pengembangan lanjutan materi ajar, dan hal-hal mengenai minat dan ketertarikan, diringkaskan dalam laporan setelah diamati, dianalisis, dan diekpresikan secara matematis dan teoretis.

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

#### 1. Pembuatan Laporan

Lebih dari sekadar menulis laporan pembelajaran matematika, laporan tersebut haruslah matematis dan teoretis. Dalam hal laporan yang matematis dan teoretis, adalah penting untuk memiliki pendapat sendiri yang berdasarkan data dan cara berpikir matematis, memiliki perspektif setelah menyusun perkiraan (hipotesis), kemudian mengujinya, dan sebagainya.

Selain itu, dapat dipikirkan konteks pembuatan laporan secara individual maupun kelompok. Misalnya, untuk kelas VII membuat secara individual, kelas VIII membuat secara berkelompok sambil bekerja sama dan berbagi peran, dan kelas IX sambil membuat laporan secara individual. Agar membuat laporan semakin baik, sebaiknya mengatur aktivitas pembelajaran yang berdasar pada tahapan, seperti saling menunjukkan poin yang bisa diperbaiki atau bertukar informasi penting dalam penyelesaian laporan.

#### 2. Mari Buat Tema yang Sesuai Minat dan Ketertarikan

Kalau tidak didasari minat dan ketertarikan peserta didiknya sendiri, pembelajaran akan menjadi pasif dan membosankan. Kalaupun poin ini secara tak sengaja terlewat, perbaikilah dengan menyadari masalahnya, kemudian dapat dicari materi yang baru. Walaupun demikian, ada juga peserta didik yang kesulitan memahami pengaturan temanya karena tidak terbiasa menangkap peristiwa sekitar secara matematis.

Ketika itu terjadi, mungkin sulit untuk menganalisis dan mengoreksi kesalahan, melakukan upaya perubahan syarat tugas yang ditetapkan dalam kelas, mengatur aktivitas yang akan dibuat laporannya, dan sebagainya. Apa pun yang terjadi, ke depannya kemampuan peserta didik untuk merancang sendiri tema dan tugasnya menjadi semakin penting. Tanpa dibatasi oleh laporan pembelajaran, dari kegiatan belajar yang biasa, bukan hanya dari tugas yang diberikan guru, kita ingin membuat peserta didik sadar akan menariknya belajar mandiri matematika setelah memperkenalkan aktivitas yang merangkum tugas belajar yang dirancang oleh peserta didik sendiri.

Selain itu, mohon diperhatikan bahwa dalam hal menetapkan tema oleh peserta didik sendiri, adakalanya peserta didik merancang tema mengenai materi lampau. Tentunya, pada tahap mempersiapkan bahan ajar, kita harus menerima peserta didik yang menemukan atau memikirkan sendiri metode yang tidak tercakup dalam bingkai pembelajaran.

### 3. Penjelasan dan Poin Perhatian

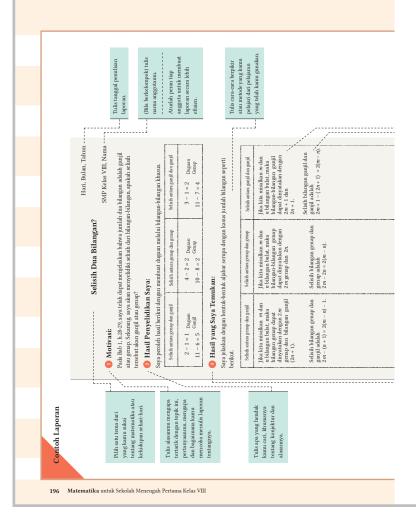
Pada waktu memeriksa angket, perlu memperhatikan poin berikut:

- merinci tujuan pembelajaran
- mengajukan pertanyaan yang mudah dijawab dan mudah ditabulasi
- jika minta bantuan teman sekelas atau kelas lain, pahami dulu situasinya
- menguji apakah ada masalah logika dalam pertanyaannya

### 4. Penggunaan Internet

Ketika menggunakan internet, perlu untuk mengajarkan moral dalam penggunaan informasi, misalnya dalam hal autentikasi informasi. Dengan berkembangnya internet, kini semakin banyak orang yang dapat mengirim informasi. Adakalanya informasinya benar, adakalanya keliru. Karena itu, perlu mengecek sumber informasi. Dapat kita anggap jika pengirim informasi adalah lembaga publik, maka penyampaian informasi yang tidak bertanggung jawab hampir tidak ada. Selain itu, dengan mencoba melakukan cek silang materi dari berbagai sumber lain, merupakan unsur yang memperkuat kredibilitas.

### 5. Mengumpulkan Data, Memilah, dan Menganalisis

Kita akan kumpulkan data berdasarkan rencana 2 pada halaman sebelumnya. Sebelumnya, mintalah peserta didik untuk mengumpulkan rencana. Periksalah apakah rencana itu sudah tepat, ada baiknya membantu jika perlu. Cenderung menjadi sulit dipahami jika hanya merangkum data angka pada tabel. Menggunakan angka representasi, tabel, dan grafik yang sudah dipelajari di kelas VIII pada Bab 7 tentang 'penggunaan data', melalui analisis, pikirkanlah kecenderungan dan karakteristik data yang mampu ditangkap.

Selain itu, dalam hal pencatatan sumber referensi informasi, pisahkanlah konten yang telah dipelajari dan konten yang Anda pikirkan sendiri. Ini merupakan upaya penting untuk mencegah plagiarisme.

### 6. Memilah dan Merangkum Pemikiran Sendiri

Saya ingin tekankan untuk merangkum apa yang menjadi minat peserta didik dalam kalimat yang dapat disampaikan ke orang lain. Dalam hal ini, selain merangkum pemikiran seseorang berdasarkan data dan ide matematis, saya ingin menantang mereka untuk berpikir logis menggunakan metode penalaran matematis.

Buat laporanmu mudah dipahami secara sepintas, menggunakan diagram, tabel, grafik ilustrasi, dan sebagainya.

| Karena $m$-$n$ bulat, $2(m-n)-1$ adalah ganjil. Jadi, selisih bilangan genap dan ganjil adalah ganjil. | Karena $m-n$ bulat, $2(m-n)$ adalah genap. Jadi, selisih bilangan genap dan genap adalah genap. | Karena $m-n$ bulat, $2(m-n)$ adalah genap. Jadi, selisih bilangan ganjil dan ganjil adalah genap. |
|---|---|---|

Tulis apa yang kamu temukan dari refleksi penyelidikan dan pemikiran mu

Tulis hal-hal yang tidak kamu temukan dalam penelitian (bila ada)

4 **Komentar:**
Saya dapat menjelaskan dengan mudah apakah selisih dua bilangan itu genap atau ganjil. Namun, terkait perkalian dan pembagian, saya tidak dapat dengan pasti menghitungnya. Jadi, saya akan coba menyelidikinya lagi.

| Genap dan ganjil | Genap dan genap | Ganjil dan ganjil |
|---|---|---|
| hasil kali $2m \times (2n+1)$<br>hasil bagi $2m \div (2n+1)$ | hasil kali $2m \times 2n = 2(2mn)$<br>hasil bagi $2m \div 2n = \frac{m}{n}$ | hasil kali $(2m+1) \times (2n+1)$<br>hasil bagi $(2m+1) \div (2n+1)$ |

Tulis kesulitan yang kamu hadapi dan hal-hal yang dikerjakan selama penyelidikan.

Tulis yang membuatmu tertarik untuk diselidiki lebih lanjut.

5 **Komentar:**
Saya dapat menjelaskan dengan mudah apakah selisih dua bilangan itu genap atau ganjil. Namun, terkait perkalian dan pembagian, saya tak dapat dengan pasti menghitungnya. Jadi, saya akan coba menyelidikinya lagi.

Daftarkan referensi yang kamu gunakan (jika ada).
Contoh referensi
Penulis, (Tahun). Judul Buku. Penerbit.
Bagian Statistika, Kementerian Urusan Dalam Negeri dan Komunikasi

Sajikan hasil penyelidikanmu dalam kelompok, dengan mengacu "Cara Presentasi" pada halaman berikut.

Matematika Lanjut 197

### 7. Mempresentasikan Laporan dan Menerima Komentar

Ada baiknya bisa ditanamkan kemampuan untuk mempresentasikan laporan di dalam kelompok dan menyampaikannya kepada orang lain. Ketika itu, para pendengar diminta untuk mencatat pertanyaan apa pun dan menyampaikannya berikut kesan mereka kepada presenter setelah presentasi.

Sebagai tambahan, agar presentasi maupun komen tidak menjadi sia-sia, penting bagi para peserta didik untuk benar-benar mengerti arti penting mendengarkan presentasi orang lain dan bertanya ke orang lain.

### 8. Contoh Laporan

Peserta didik yang pengalaman menulis laporannya sedikit, mendengar kata laporan saja malah akan menjadi terlalu khawatir. Maka dari itu, di sini ditampilkan contoh laporan. Tergantung materi penelitian, poin-poin dapat berubah, tapi dengan menunjukkan contoh, gambarannya menjadi mudah. Ada baiknya juga mereferensikan laporan yang dibuat oleh peserta didik tahun sebelumnya.

Lebih jauh, peserta didik perlu mengerti tujuan menulis laporan. Penting untuk meyakinkan peserta didik bahwa tujuan penulisan laporan adalah 'merangkum pemikiran mereka dengan kata-kata sendiri agar mereka dapat memperdalam pemahaman mereka tentang matematika dan meningkatkan kemampuan berpikir mereka'.

Data angka dan informasi tertulis dapat dipahami dengan mudah ketika dibuat dalam diagram yang akan membantu peserta didik untuk merumuskan pemikirannya sendiri. Selain itu, laporan harus dipresentasikan dengan cara yang mudah dipahami, bukan sekadar catatan yang dapat dipahami diri sendiri. Disarankan untuk mengarahkan mereka membuat laporan yang lebih mudah dilihat, yaitu menggunakan gambar, tabel, grafik, dan ilustrasi.

### 9. Penelitian Berkelompok

Untuk laporan yang dikompilasi dalam kelompok, ada baiknya mengumpulkan satu orang dari setiap kelompok, kemudian meminta mereka melakukan presentasi laporan kelompoknya sendiri oleh kelompok yang baru. Keuntungan menggunakan metode ini adalah bahwa tidak ada satu pun dalam kelompok baru yang memahami laporannya, sehingga menciptakan perasaan urgensi yang membuat setiap orang dapat memperdalam pemahamannya atas laporan. (metode jigsaw).

### 10. Gambar, Tabel, Grafik, Ilustrasi, dan Sebagainya

Untuk laporan yang dibuat secara berkelompok, ada baiknya mengumpulkan satu orang dari setiap kelompok, kemudian meminta mereka melakukan presentasi laporan kelompoknya sendiri oleh kelompok yang baru. Keuntungan menggunakan metode ini adalah bahwa tidak ada satu pun dalam kelompok baru yang memahami laporannya, sehingga menciptakan perasaan urgensi yang membuat setiap orang dapat memperdalam pemahamannya atas laporan (metode jigsaw).

Sebagai tambahan, ketika itu ilustrasi dapat digambar dengan bebas menggunakan tangan, tapi khusus bangun datar, gunakan penggaris untuk menggambar dengan akurat.

## 11. Cara Presentasi

Karena melakukan presentasi laporan memerlukan waktu, ada kecenderungan berakhir dengan aktivitas menulis, mengumpulkan, menampilkan, dan menyaksikan. Akan tetapi, sangat penting untuk membuat presentasi lisan, menyimak presentasi, dan bertukar pendapat.

Melalui presentasi lisan, peserta didik dapat menyadari kekeliruan struktur logika yang tidak disadari hanya dengan menulis, dan peserta didik akan dapat menemukan cara penyampaian yang mudah pada lawan bicara. Kemudian, dengan mendengarkan presentasi peserta didik yang lain secara saksama, peserta didik dapat menyadari struktur logika seperti apa yang seharusnya digunakan agar pendengar mudah untuk memahami, dan dapat belajar sambil melihat bagaimana membuat presentasi yang lebih baik lagi.

Disarankan untuk meminta peserta didik mengecek pentingnya hal-hal tersebut sebelum lanjut ke aktivitas presentasi.

Di satu sisi, melakukan presentasi di depan kelas bagi peserta didik yang tidak pandai dalam matematika, perjuangannya akan semakin besar. Bukan tidak mungkin peserta didik yang sama akan terus begitu. Selain itu, butuh waktu lama untuk melakukan presentasi satu demi satu di depan kelas, sehingga sulit direalisasikan. Maka dari itu, buku ajar ini disusun agar peserta didik terbiasa dengan presentasi laporan yang kontennya semakin berkembang dalam 3 tahun, berdasarkan beragam metode presentasi.

Sasaran setiap kelas dirancang sebagai berikut. Akan tetapi, ada baiknya dapat dirancang sesuai dengan situasi peserta didik dan sasaran yang diupayakan sekolah.

◯ Kelas VII

Presentasi dengan sejumlah kecil orang (berpasangan atau 4 orang dalam kelompok)

Pendengar menyampaikan 'poin yang sudah baik' kepada presenter.

**Cara Presentasi**

Presenter seharusnya....

Menyajikan dengan cara yang membuatmu mampu menyampaikan harapan, gagasan, dan pemikiran kepada orang lain.

- Menyajikan dengan jelas apa yang kamu temukan dan apa yang ingin kamu katakan kepada orang lain.
- Memikirkan urutan penjelasan, kapan perlu menyajikan tabel dan kapan pula perlu menyajikan grafik.
- Berusaha membuat hadirin mudah memahami laporanmu, seperti dengan cara membagikan *handout* (bahan presentasi).
- Memilih kata yang mudah dipahami dan menggunakan volume suara dan kecepatan yang tepat saat berbicara.
- Membedakan antara apa yang dipelajari dan apa yang ditemukan dalam penyelidikan.
- Memberi informasi kepada hadirin tentang usaha yang telah dilakukan dan hal-hal yang belum ditemukan.

198 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

◯ Kelas VIII

Presentasi dalam kelompok atau untuk seluruh kelas. Peserta didik mengulas laporannya dengan referensi presentasi orang lain, kemudian menyempurnakan laporannya menjadi lebih baik.

◯ Kelas IX

Presentasi untuk seluruh kelas. Selain itu, mengadakan presentasi metode poster untuk gabungan kelas banyak.

Dengan referensi presentasi maupun saran orang lain, peserta didik menyempurnakan laporan menjadi lebih baik.

Peserta presentasi (hadirin) seharusnya....

Mendengarkan dan memahami harapan, gagasan, dan pemikiran presenter.

- Membuat catatan tentang materi yang diperhatikan ketika mendengarkan penyajian temanmu.
- Belajar dan menggunakan hal-hal penting tentang isi dan cara penyajian presenter sebagai rujukanmu dalam presentasi kelak.
- Memperhatikan ide-ide matematis yang menjadi landasan matematis, dan cara berpikir matematis yang mendasari penalaran yang digunakan.
- Membandingkan gagasanmu dengan gagasan orang lain.
- Memberi komentar atau pertanyaan setelah presentasi, atau memberi catatan kepada presenter tentang apa yang ingin kamu katakan atau tunjukkan.

Matematika Lanjut 199

## 12. Presenter Itu....

Apa yang ditampilkan di sini adalah juga poin untuk diingat untuk presentasi secara umum, dan dapat digunakan bukan hanya untuk kelas matematika, melainkan berbagai macam mata pelajaran, pembelajaran terintegrasi, maupun kegiatan ekstrakurikuler.

Apa yang ingin saya singgung tentunya lebih dari presentasi dalam kelas matematika. Apa yang saya tampilkan di sini, adalah apa yang saya alami dan pikirkan, di antara hal-hal yang saya pelajari dalam kelas matematika, dan bagaimana saya menggunakannya.

Selain itu, walaupun tidak disebutkan dalam buku ajar, adalah penting untuk memastikan sikap 'berbicara dan mendengarkan lawan bicara', tidak hanya membacakan laporan. Seiring dengan naiknya kelas, diharapkan upaya bimbingan untuk membuat peserta didik memikirkan metode presentasi yang membuat pendengar ingin mendengar, dan sedapat mungkin mengarahkan pandangan ke pendengar tanpa melihat laporan.

## 13. Orang yang Mendengarkan Presentasi Itu...

Mengenai cara mendengarkan presentasi, karena tidak ada kesempatan untuk mempelajarinya, adakalanya peserta didik tidak tahu poin mana yang harus menjadi perhatian.

Apa yang ditampilkan di sini juga poin yang harus diingat dalam presentasi secara umum. Isinya tidak hanya bisa digunakan untuk kelas matematika, tapi juga untuk berbagai mata pelajaran, pembelajaran terintegrasi, dan kegiatan ekstrakurikuler. Apa yang ingin saya singgung tentunya, lebih dari presentasi dalam kelas matematika. Apa yang saya tampilkan di sini, adalah apa yang saya alami dan pikirkan, di antara hal-hal yang saya pelajari dalam kelas matematika, dan bagaimana saya menggunakannya, bagaimana saya memahaminya sebagai pendengar. Hal ini berhubungan dengan bagaimana sikap saya ketika mendengarkan presentasi orang lain yang dapat berguna untuk menyempurnakan laporan agar menjadi lebih baik.

Selain itu, walaupun tidak disebutkan spesifik dalam buku ajar, tidak hanya mendengarkan presentasi, penting untuk memastikan sikap 'ini berguna bagi laporan saya' atau 'saya menghargai presenter dan membantunya'. Diharapkan ada upaya bimbingan agar membuat peserta didik memperhatikan cara mencatat, mengangguk, mengiyakan, dan menatap, membuat peserta didik berpikir menjadi pendengar yang baik dari laporannya sendiri, membuat peserta didik berpikir bagaimana membuat peserta didik menjadi pendengar yang memuaskan presenter, dan sebagainya.

## 14. Ayo Coba Teliti

Ketika peserta didik merasa sulit untuk memperdalam temanya sendiri, saya ingin mereferensikan tema yang saya cantumkan di sini.

Di sini , saya berikan penjelasan yang mudah agar dapat digunakan sebagai sumber materi oleh peserta didik sebagai peneliti.

## 15. Coba Hitung

Ada banyak soal menarik mengenai sangaku. Walaupun beberapa lingkaran yang sama terhubung. Perbedaan antara total wilayah putih dan wilayah berwarna, konstan di $2\pi r^2$. Tujuannya adalah menantang peserta didik menyadari keanehan ini dan mencetuskan minat. Jika jumlah lingkaran adalah $n$, maka poligon segi-$n$ akan terbentuk. Karena jumlah segi dalam pada segi-$n$ adalah $180° \times (n - 2)$, maka jumlah sudut pusat wilayah putih adalah

$360° \times n - 180° \times (n - 2)$

$= 180° \times (n - 2)$

(Luas bagian yang diberi warna)

$$= \pi r^2 \times \frac{180° \times (n - 2)}{360} = (\frac{1}{2}n - 1)\pi r^2$$

(Luas bagian putih)

$$= \pi r^2 \times \frac{180° \times (n + 2)}{360}$$

$$= (\frac{1}{2}n + 1)\pi r^2$$

Sehingga, selisih luas 2 buah bagian adalah

$$(\frac{1}{2}n + 1)\pi r^2 - \{(\frac{1}{2}n - 1)\pi r^2\}$$

$$= (\frac{1}{2}n + 1 - \frac{1}{2}n + 1) \times \pi r^2 = 2\pi r^2$$

## 16. Penjelajah Matematika Lintas Negeri Kazu Yamaguchi

Dengan memahami wasan (matematika jepang) maupun sistem hitung yang berkontribusi pada pengembangan wasan, saya bertujuan meningkatkan minat akan sejarah matematika.

Wasan mendunia di Jepang pada periode Edo. 'Teori primitif'-nya dikompilasi pada masa Yunani Kuno dan 'Sankei Jusho' dikompilasi pada masa Dinasti Tang, Tiongkok. Ada tiga tradisi unik dalam perkembangan buku Jingoki, yaitu 'idai', 'sangaku', dan 'ryuha menkyosei'.

Seki Takakazu yang dikatakan sebagai pendiri Wasan Chuko, juga fokus pada pelatihan peserta didiknya dan meletakkan fondasi Sekiryu yang telah lama menjadi aliran utama Wasan. Dalam hal aliran yang khas Jepang, ada aliran yang tak biasa, seperti aliran Saijou, Takeda, Takuma, Miike, sampai aliran Chikamichi (jalan pintas). Lebih lanjut, selain aliran Asada dan Fukuda, ada pula ahli matematika bebas yang aktif menjelajahi seluruh negeri.

**Mari Menyelidiki** 

Selidiki dan laporkan topik yang menarik bagimu di antara topik-topik berikut!

**Mari Coba "Sangaku"!**

"Wasan" adalah matematika asli Jepang masa periode Edo yang bertahan di era Perang Dunia I. "Jinko-ki" yang ditulis oleh Mitsuyoshi Yoshida (1598-1672) adalah buku teks terkenal permulaan Wasan. Salah satu alasan sehingga Wasan menjadi terkenal adalah karena "Sangaku". Sangaku adalah lempengan kayu yang memuat pertanyaan asli tentang matematika di atasnya dan didedikasikan untuk candi atau kuil, dan berfungsi sebagai papan buletin dari masyarakat lokal untuk kegiatan kompetisi dan berbagi gagasan matematika.
Berikut ini merupakan pertanyaan Sangaku yang disederhanakan, didedikasikan untuk Kuil Haruna (Kota Takasaki, Provinsi Gunma). Mari kita coba jawab pertanyaannya!

Seperti yang kamu lihat, gambar berbentuk cincin di sebelah kanan memuat lingkaran-lingkaran berdiameter sama yang saling berkait. Berapakah selisih antara luas daerah yang tak diarsir dan luas daerah yang diarsir jika pusat-pusat lingkaran dihubung-hubungkan?

**Penjelajah Matematika Lintas Negeri—Kazu Yamaguchi**

Orang-orang yang di kemudian hari dinamai "Yu reki san ka" (matematikawan yang menjelajah lintas negeri) telah berkontribusi dalam penyebaran "Wasan" dalam skala nasional. Salah satu dari mereka adalah Kazu Yamaguchi (1781-1850). Ia lahir di Suibara, Echigo (kini bernama Agano, Niigata) dan mempelajari Wasan di Edo (kini bernama Tokyo) serta menjelajah berbagai tempat di Jepang. Ia disambut di setiap tempat sebagai "Guru agung Matematika yang datang dari Edo!" atau sebagai penyair dan sebagainya. Serta, ia tinggal untuk sementara waktu untuk mendukung atau memperkaya matematika masyarakat lokal.
Mari kita selidiki Kazu Yamaguchi atau si spesialis "Wasan".

200 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

**Thales: Orang Pertama yang Menyajikan Pembuktian**

Mesir Kuno telah memiliki peradaban sejak sekitar tahun 3000 Sebelum Masehi. Di Mesir, bila musim hujan tiba, Sungai Nil selalu meluap mengakibatkan banjir, membuat tanah subur. Namun, garis batas antarpetak sawah/kebun hilang. Orang-orang yang disebut ahli “tali tandu” berkontribusi dalam menjaga ukuran tanah dengan menggunakan tiang dan tali.

Untuk hal itu, mereka perlu menentukan arah Utara-Selatan dan Timur-Barat berdasarkan pergerakan bintang dan bayangan matahari.
Pada abad ke-6 Sebelum Masehi, Filosof Yunani Thales (624-547 SM) belajar metode menggambar dari para tukang “tali tandu” dan biarawan ketika ia tinggal di Mesir. Meski bangsa Mesir menggunakan ilmunya untuk kegunaan praktis, Thales dikenal sebagai filosof pertama yang dapat menjelaskan dan membuktikan ilmu/pengetahuan bangsa Mesir secara teoretis. Mari kita selidiki apa saja yang telah dibuktikan oleh Thales.

**Hubungan antara GPS dan Sistem Persamaan**

GPS (*Global Positioning System*) diinstal pada berbagai alat, seperti Sistem Navigasi mobil dan Telepon Pintar. GPS adalah sebuah sistem yang menunjukkan koordinat dan lokasi terkini. Benda ini menerima gelombang radio dari berbagai satelit dan menghitung jaraknya dari satelit-satelit tersebut. Gagasan sistem persamaan digunakan untuk sistem ini.

Mari kita selidiki bagaimana sistem persamaan digunakan dalam GPS.

Matematika Lanjut 201

## 17. Thales yang Melakukan Pembuktian Pertama Kali

Dengan mempelajari sejarah teknik survei Mesir Kuno dan logika Yunani Kuno, yang merupakan dasar pembuatan sketsa dan pembuktian, saya mempunyai tujuan meningkatkan minat belajar peserta didik terhadap bangun datar.

Di Mesir, lewat keahlian bertahun-tahun dalam pekerjaan restorasi besar-besaran setelah banjir Sungai Nil, didapatkan "hukum bangun datar" tingkat tinggi sampai dapat membangun piramida besar. Namun, teori "mengapa itu disebut garis sejajar" dan "mengapa disebut sudut siku-siku" tidak diperlukan, dan hanya teknologi praktisnya yang bertahan.

Thales si orang Yunani mempertanyakannya. Dia dibesarkan dalam masyarakat demokratis di mana teknik meyakinkan orang menjadi penting dipahami.

## 18. Hubungan antara GPS dan Sistem Persamaan Linear

Tujuannya adalah memahami bahwa persamaan linear banyak digunakan dalam kehidupan kita sehari-hari dan dalam masyarakat, dan untuk memikirkan pentingnya belajar matematika.

GPS perlu menerima sinyal dari setidaknya empat satelit buatan. Untuk mengetahui jarak ke satelit dari waktu yang dibutuhkan sinyal untuk mencapai penerima GPS, diterapkan pola pikir persamaan linear tiga variabel.

GPS digunakan tidak hanya di mobil, tetapi juga di pesawat terbang, kapal, telepon pintar, dll. Selain itu, juga digunakan untuk menyelidiki pergerakan kerak bumi dengan mengamati jarak antara sejumlah penerima yang dipasang di permukaan tanah.

Selain itu, di daerah perkotaan dan pegunungan di Jepang, sinyal mungkin tidak menjangkau dari empat satelit buatan karena hambatan seperti gedung tinggi dan pegunungan, dan hasil pemosisian sering kali memiliki kesalahan besar. Namun, satelit kuasi-zenith pertama, "MICHIBIKI", yang diluncurkan pada tahun 2010, memiliki orbit yang melewati hampir di atas puncak Jepang. Diharapkan ini akan memungkinkan penentuan posisi yang sangat akurat di mana pun di Jepang.

## Misteri Bilangan pada Baris ke-17

**• Tujuan •**

Mampu mengenali dan menjelaskan sifat-sifat bilangan yang ditemukan secara induktif secara tertulis.

### Kunci Jawaban

Dalam contoh kasus, angka dari baris ke-8 ke baris ke-17, diurutkan dari tabel

9 4 3 7 0 7 7 4 1 5

Meskipun dimasukkan angka selain 3 di baris pertama, angka di baris ke-17 akan menjadi 5.

**2**

**1** Kemudian, angka di baris kedua adalah 5, dan angka di baris ke-17 juga 5. Dari sini, banyak banyak peserta didik mengira angka di baris kedua dan ke-17 sama. Namun kenyataannya, angka pada angka pertama dari angka yang diperoleh dengan mengalikan angka di baris kedua dengan 7, adalah angka di baris ke-17.

**3**

| | | |
|---|---|---|
| baris ke-1 | $a$ | |
| baris ke-2 | $b$ | |
| baris ke-3 | $a + b$ | angka satuan |
| baris ke-4 | $a + 2b$ | angka satuan |
| baris ke-5 | $2a + 3b$ | angka satuan |
| baris ke-6 | $3a + 5b$ | angka satuan |
| baris ke-7 | $5a + 8b$ | angka satuan |
| baris ke-8 | $8a + 3b$ | angka satuan |
| baris ke-9 | $3a + b$ | angka satuan |
| baris ke-10 | $a + 4b$ | angka satuan |
| baris ke-11 | $4a + 5b$ | angka satuan |
| baris ke-12 | $5a + 9b$ | angka satuan |
| baris ke-13 | $9a + 4b$ | angka satuan |
| baris ke-14 | $4a + 3b$ | angka satuan |
| baris ke-15 | $3a + 7b$ | angka satuan |
| baris ke-16 | $7a$ | angka satuan |
| baris ke-17 | $7b$ | angka satuan |

**Eksplorasi Matematika**

**Misteri Bilangan pada Baris ke-17**

**1** Mari kita hitung berikut ini dengan menggunakan tabel di sebelah kanan.

(I) Isilah baris ke-1 dengan sembarang bilangan yang kamu sukai dari 1 sampai dengan 9.

(II) Isilah baris ke-3 dengan menjumlahkan baris ke-1 dan 5 pada baris ke-2. (Tapi, hanya tulis angka satuannya saja jika jumlahnya berupa bilangan lebih dari dua angka.)

(III) Isilah baris ke-4 dengan bilangan pada baris ke-2 dan baris ke-3. Ulangi dengan proses yang sama untuk mencari baris-baris berikutnya, dan terus lakukan perhitungan hingga kamu mencapai baris ke-17.

Contoh

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| ke-1 | 3 | | | |
| ke-2 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| ke-3 | 8 | | | |
| ke-4 | 3 | | | |
| ke-5 | 1 | | | |
| ke-6 | 4 | | | |
| ke-7 | 5 | | | |
| ke-8 | | | | |
| ke-9 | | | | |
| ke-10 | | | | |
| ke-11 | | | | |
| ke-12 | | | | |
| ke-13 | | | | |
| ke-14 | | | | |
| ke-15 | | | | |
| ke-16 | | | | |
| ke-17 | | | | |

Dari perhitungan yang kamu lakukan, apa yang kamu temukan?

**2** Pada bagian **1** jika bilangan pada baris ke-2 diganti dengan selain 5, apa yang akan terjadi? Buat dugaanmu dan selidikilah!

**3** Jelaskan hal yang kamu temukan di **1** dan **2**, menggunakan variabel.

Jika kita misalkan bilangan pada baris ke-1 adalah $a$, bilangan pada baris ke-2 adalah $b$, maka bilangan pada baris ke-3 dapat dinyatakan dengan $a + b$, bilangan pada baris ke-4 dapat dinyatakan dengan $b + (a + b) = a + 2b$.
Lakukan terus perhitungan dan nyatakan bilangan-bilangan dengan $a$ dan $b$ hingga baris ke-17 secara berurutan.
Bacalah bentuk aljabar terakhir yang kamu peroleh dan jelaskan apakah yang kamu temukan itu.

| | |
|---|---|
| ke-1 | $a$ |
| ke-2 | $b$ |
| ke-3 | $a + b$ |
| ke-4 | $a + 2b$ |
| ⋮ | ⋮ |

202 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

Angka di baris ke-17 adalah angka yang ada di angka satuan $7b$. Artinya, itu adalah angka-angka yang diperoleh dengan mengalikan angka di baris kedua dengan tujuh, dan angka di baris pertama tidak relevan.

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**1. Pikirkan Angka di Kolom ke-8 Sebagai $8a + 3b$**

Jumlah dari angka-angka di baris ke-6 dan ke-7 adalah $8a + 13b$, tetapi perlu diketahui bahwa menganggapnya sebagai $8a + 3b$ akan efisien, karena hanya angka satu yang ditulis. Hal yang sama berlaku untuk baris ke-9 dan selanjutnya. Jika penghitungan dilanjutkan begitu saja, kolom ke-17 akan menjadi $610a + 987b$.

### Tsurukame-Zan (Masalah Bangau dan Kura-Kura)

Di Jepang, ada masalah matematika terkenal yang dinamakan "Tsurukame-zan (Masalah Bangau dan Kura-Kura)" di akhir Sekolah Dasar dan permulaan Sekolah Menengah Pertama. Masalah ini diperkenalkan dalam buku matematika China Kuno yang muncul di buku teks matematika Jepang pada zaman Edo. Dalam "Sunzi Suanjing", buku negeri Tiongkok (sekitar abad 3 dan 5), permasalahannya adalah sebagai berikut.

Terjemahan: Sejumlah burung pegar dan kelinci berada dalam satu kandang. Bila dalam kandang tersebut ada 35 kepala dan 94 kaki, berapa banyak burung pegar dan kelinci yang ada dalam kandang tersebut?

Untuk masalah ini, metode penyelesaian dalam buku diinterpretasi seperti berikut.

(I) Bila kita lipat gandakan banyaknya kepala, yaitu 35, maka akan menjadi 70.
(II) Bila banyaknya kaki 94 dikurangi 70, maka akan diperoleh 24.
(III) 24 dibagi 2 menghasilkan 12, yaitu menyatakan banyaknya kelinci.

Banyaknya kaki untuk tiap kepala adalah 2 dalam kasus burung pegar, dan 4 dalam kasus kelinci. Jika dalam kandang hanya ada burung pegar, maka banyaknya kaki adalah 70 sebab banyaknya kepala 35. Selisih 25 menunjukkan banyaknya ....

**1** Bila banyaknya burung pegar dinyatakan dengan $x$ dan banyaknya kelinci dinyatakan dengan $y$, maka buatlah sistem persamaan dan selesaikan!

Situasi masalah burung pegar dan kelinci diganti oleh masalah bangau dan kura-kura (Tsurukame-zan) setelah dibawa ke negeri Jepang. Salah satu alasan pengubahan situasi ini adalah bahwa kura-kura dan bangau menggambarkan keberuntungan untuk panjang umur di Jepang: Peribahasa menyatakan bahwa "kura-kura hidup 10 ribu tahun dan bangau hidup seribu tahun". (Di peribahasa China: kura-kura hidup tiga ribu tahun). Selain itu, jika kura-kura menggerakkan kedua kaki depannya, maka kura-kura dapat dipandang sebagai bangau yang bertumpu pada kaki belakangnya.



## Tsurukame-Zan (Masalah Bangau dan Kura-Kura)

**Tujuan**

Mampu memahami bahwa konsep persamaan simultan juga digunakan dalam perhitungan Tsurukame yang ditunjukkan dalam buku matematika lama.

**Kunci Jawaban**

$$\begin{cases} x + y = 35 \\ 2x + 4y = 94 \end{cases}$$

Jika diselesaikan, $\begin{cases} x = 23 \\ y = 12 \end{cases}$

Sebanyak 23 burung pegar dan 12 kelinci cocok menjawab pertanyaan ini. Angka pertama dari angka yang diperoleh dengan mengalikan angka di baris kedua dengan 7, adalah angka di baris ke-17.

Jawaban: 23 ekor burung pegar, 12 ekor kelinci.

**Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan**

### 1. Aritmetika Tsurukame

Aritmetika Tsurukame digunakan sebagai materi ajar untuk menemukan aturan tentang prinsip perubahan aritmetika, dan terkenal sebagai soal yang mengembangkan kemampuan berpikir. Bagi peserta didik yang telah selesai mempelajari persamaan simultan, memecahkan soal aritmetika Tsurukame menggunakan persamaan simultan, sudah jelas jauh lebih mudah daripada memahami penyelesaiannya di buku matematika lama.

Penjelasannya adalah, pertama-tama, temukan jumlah kaki yang telah mendarat di tanah dengan membuat adegan "membuat burung pegar dan kelinci berdiri dengan dua kaki" (a).

Selanjutnya, cari jumlah kaki kelinci yang tidak ada di tanah (b), dan cari jumlah kelinci karena "ada kelinci yang dua kakinya tidak ada di tanah" (c).

Perlu diperhatikan bahwa perhitungan numerik a sampai c muncul dalam proses penyelesaian persamaan simultan.

$$\begin{cases} x + y = 35 & ① \\ 2x + 4y = 94 & ② \end{cases}$$

① × 2 $\quad 2x + 2y = 70 \quad$ ③ ← (a)
② − ③ $\quad 2y = 24 \quad$ ④ ← (b)
④ : 2 $\quad y = 12 \quad$ ← (c)

$y = 12$ dimasukkan ke dalam ①

$$x + 12 = 35$$
$$x = 23$$

Jadi, $\begin{cases} x = 23 \\ y = 12 \end{cases}$

## Misteri Luas Daerah

**• Tujuan •**

1. Dengan minat untuk menemukan luas suatu gambar dengan jumlah grid atau persegi kecil-kecil, mampu menyelidiki hubungan keduanya.
2. Mampu membuat rumus hubungan antara jumlah titik latis, grid, dan luas gambar.

### Kunci Jawaban

Ⓐ 3 cm² Ⓑ 4 cm²

1

| | ⓐ | ⓑ | ⓓ | ⓓ | ⓔ |
|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | 3 | 4 | **5** | **6** | **7** |
| $y$ | **1,5** | **2** | **2,5** | **3** | **3,5** |

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**1. Teorema Pick**

Sifat bangun datar yang dipelajari di sini disebut "Teorema Pick". Artinya, jika jumlah titik latis pada keliling gambar yang dibentuk dengan menghubungkan titik latis adalah $x$, luasnya $y$, dan jumlah titik latis di dalamnya adalah $n$, maka hubungannya menjadi

$$y = \frac{1}{2}x + n - 1$$

Diharapkan peserta didik merasa terkejut dapat mengetahui luas bidang dari jumlah titik latis.

**2. Pengerjaan 1**

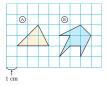
Mencari luas gambar dengan metode biasa.

Ⓐ dapat diperoleh langsung dengan menggunakan rumus luas segitiga, tetapi Ⓑ membutuhkan beberapa keterampilan seperti membagi atau memindahkan bangun. Kami fokus pada hubungan antara jumlah titik latis dan luasnya, sebagai metode untuk menemukan luas dengan mudah, bahkan dengan gambar seperti itu.

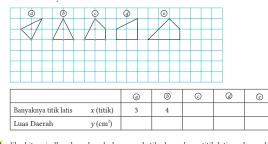
**Misteri Luas Daerah**

**1** Tentukan luas daerah Ⓐ dan Ⓑ pada grid atau persegi kecil di sebelah kanan.

Untuk menentukan luas daerah pada sebuah grid, untuk kasus Ⓐ, luas daerah mudah ditentukan, tetapi untuk kasus Ⓑ, luas daerah sulit ditentukan.

Pada sebuah grid, titik perpotongan antara garis vertikal dan horizontal dinamakan titik latis. Perhatikan titik-titik latis pada bagian dalam dan pada gambar, lalu selidikilah luas daerahnya.

**2** Bangun datar dengan satu titik latis di bagian dalam.

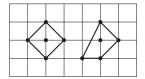
1. Tentukan banyaknya titik latis pada gambar ⓐ ~ ⓔ, tentukan luas daerahnya, dan tuliskan hasilnya dalam tabel di bawah.

| | | ⓐ | ⓑ | ⓒ | ⓓ | ⓔ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Banyaknya titik latis | $x$ (titik) | 3 | 4 | | | |
| Luas Daerah | $y$ (cm²) | | | | | |

2. Jika kita misalkan luas daerah dengan $y$ ketika banyaknya titik latis pada gambar adalah $x$, maka nyatakan $y$ dalam $x$.

204 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

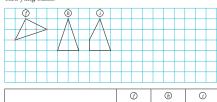
**3. Pengerjaan 2**

Jumlah titik latis bagian dalam ditetapkan, dan hanya jumlah titik latis pada keliling yang diubah untuk menyelidiki bagaimana luas permukaan berubah.

Menggunakan batas grid, saya ingin menggambar figur selain ⓐ-ⓔ, dan memeriksanya dengan cara yang sama. Misalnya, sebuah gambar dengan empat titik latis pada kelilingnya dapat digambar seperti ini, yang mana pun luasnya 2 cm².

3 Bangun datar dengan dua titik latis di dalam.

1 Carilah banyaknya titik latis pada gambar ⓕ ~ ⓘ, tentukan luas daerahnya, dan tuliskan hasilnya pada tabel di bawah.

2 Buat dua gambar dengan dua titik latis di bagian dalam ⓗ dan ⓘ, dan selidiki dengan cara yang sama.

| | | ⓕ | ⓗ | ⓘ |
|---|---|---|---|---|
| Banyaknya titik latis | $x$ (titik) | | | |
| Luas Daerah | $y$ (cm$^2$) | | | |

3 Nyatakan $y$ dalam $x$.

4 Bangun datar dengan tiga titik latis di bagian dalam.

Selidiki dengan cara yang sama seperti dalam 3 dan nyatakan $y$ dalam $x$.

| | | ⓚ | ⓛ | ⓜ |
|---|---|---|---|---|
| Banyaknya titik latis | $x$ (titik) | | | |
| Luas Daerah | $y$ (cm$^2$) | | | |

Matematika Lanjut 205

## Kunci Jawaban

3

1, 2

| | ⓕ | ⓖ | ⓗ | ⓘ | ⓙ |
|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| $y$ | 2,5 | 3 | 3,5 | 4 | 4,5 |

(Contoh)

3 $y = \frac{1}{2}x + 1$

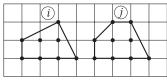
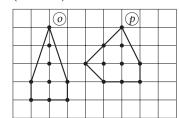
4

1, 2

| | ⓚ | ⓛ | ⓜ | ⓝ | ⓞ |
|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| $y$ | 3,5 | 4 | 4,5 | 5 | 5,5 |

(Contoh)

3 $y = \frac{1}{2}x + 2$

### 4. Pengerjaan 3, 4

Poin ⓙ dan ⓚ pada gambar 2 adalah contoh. Karena jumlah titik latis bagian dalam hanya dua, berbagai gambar lain dapat digambar. Sambil menunjukkan bangun datar yang dipikirkan peserta didik, saya ingin memastikan bahwa jika jumlah titik latis pada kelilingnya sama, luasnya akan sama.

$$y = \frac{1}{2}x + 1$$

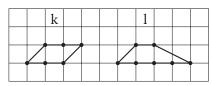
Selain itu, jika membandingkan tabel yang dibuat dengan 3 dan 2, ditemukan bahwa nilai $y$ selalu lebih besar 1 untuk nilai $x$ yang sama, sehingga mengarah pada rumus. 4 juga diperlakukan sama.

## Kunci Jawaban

5

1 , 2

| | ⓟ | ⓠ | ⓡ | ⓢ | ⓣ |
|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** |
| $y$ | **0,5** | **1** | **1,5** | **2** | **2,5** |

(Contoh)

3 $y = \frac{1}{2}x - 1$

6

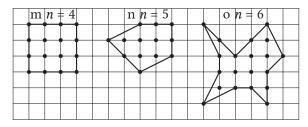
| Banyaknya Titik Latis Bagian Dalam | Rumus |
|---|---|
| 0 | $\boldsymbol{y = \frac{1}{2}x - 1}$ |
| 1 | $y = \frac{1}{2}$ |
| 2 | $\boldsymbol{y = \frac{1}{2}x + 1}$ |
| 3 | $\boldsymbol{y = \frac{1}{2}x - 2}$ |
| ⋮ | ⋮ |
| $n$ | $\boldsymbol{y = \frac{1}{2}x + n - 1}$ |

Jika jumlah titik latis bagian 4, 5, ... ditingkatkan, masing-masing diperkirakan menjadi

$$y = \frac{1}{2}x + 3,\ y = \frac{1}{2}x + 4, \ldots$$

Dengan kata lain,

$$y = \frac{1}{2}x + \text{ (jumlah titik latis bagian dalam)} - 2$$

7 (Contoh)

5 Bangun datar tanpa titik latis di dalam.
Selidiki dengan cara yang sama seperti pada 3 dan 4 di halaman sebelumnya, dan nyatakan $y$ dalam $x$.

| | ⓟ | ⓠ | ⓡ |
|---|---|---|---|
| Banyaknya titik latis $x$ (titik) | | | |
| Luas Daerah $y$ (cm²) | | | |

6 Rangkumlah hasil-hasil sebelumnya ke dalam sebuah tabel dan buat dugaan hubungan antara $x$ dan $y$ ketika banyaknya titik-titik latis dalam gambar meningkat menjadi 4, 5, .... Selain itu, misalkan banyaknya titik latis adalah $n$, dan nyatakan $y$ dalam $x$ dan $n$.

| Banyaknya titik latis | Persamaan |
|---|---|
| 0 | |
| 1 | $y = \frac{1}{2}x$ |
| 2 | |
| 3 | |
| ⋮ | ⋮ |
| $n$ | |

7 Periksa apakah bentuk aljabar yang diperoleh pada bagian 6 berlaku dengan cara membuat berbagai bentuk gambar bangun datar.

Bangun datar... luasnya 12.

$n = 6,\ x = 14\ y = \frac{1}{2}x + n - 1$

$y = \frac{1}{2} \times + 14 + 6 - 1 = 12$

Dengan demikian, rumusnya tepat (bangun datar, sama).

### 5. Pengerjaan 6

Jika kita ringkas persamaan yang dibuat sejauh ini dalam tabel, dapat dilihat bahwa ketika jumlah titik latis bagian dalam bertambah, hanya bagian konstanta yang bertambah satu. Jika prediksi kasus di mana jumlah titik latis internal adalah 4, 5, ..., 10, dan seterusnya, maka secara umum mengarah pada rumus

$$y = \frac{1}{2}x + n - 1$$

### 6. Pengerjaan 7

Mencari nilai $n$, $x$, dan $y$ dari gambar yang digambar oleh peserta didik sendiri, dan memastikan apakah rumus di atas berlaku.

## Menggambar Garis Tambahan

**1** Bila $\ell \parallel m$ pada gambar, carilah $\angle x$ menggunakan dua cara berbeda ① dan ②. Jelaskan bila ada metode lainnya.

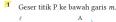
① Buat garis $n$ yang melalui titik P dan sejajar garis $m$.

② Perpanjang garis AP dan misalkan perpotongannya dengan $m$ adalah C.

Seperti yang kamu lihat dari garis $n$ di ① dan garis PC di ②, garis-garis yang dibuat untuk mendukung pemahaman dinamakan garis-garis tambahan.

**2** Jika kita sedikit mengubah kondisi soal **1**, kita dapat membuat soal lanjutan. Mari kita cari $\angle x$ ketika kondisinya diubah seperti berikut.

**1** Geser titik P ke bawah garis $m$.

**2** Tambahkan titik Q antara garis $\ell$ dan $m$.

**3** Buat garis $\ell$ dan $m$ berpotongan.

 Dengan menggunakan gagasan mengubah kondisi seperti bagian **2**, mari kita buat soal-soal lanjutan dan menyelesaikannya.



# Menggambar Garis Tambahan

## • Tujuan •

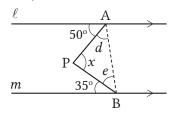
1. Dengan menggunakan sifat garis sejajar, mampu mencari berbagai sudut.
2. Dengan mengubah syarat, mampu membuat soal baru tentang pencarian sudut.

## Kunci Jawaban

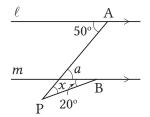
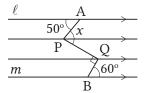
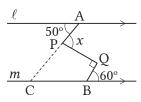
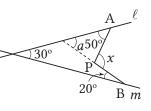
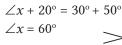
**1**

① $\angle x = \angle a + \angle b$
$= 50^\circ + 35^\circ$
$= 85^\circ$

② $\angle x = \angle c + 35^\circ$
$= 50^\circ + 35^\circ$
$= 85^\circ$

Penyelesaian lain

$\angle d + \angle e = 180^\circ - (50^\circ + 35^\circ)$
$= 95^\circ$
$\angle x = 180^\circ - (\angle d + \angle e)$
$= 180^\circ - 95^\circ$
$= 85^\circ$

**2**

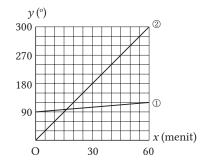
**1** Pada gambar sebelah kanan,
$\angle x = \angle a - 20^\circ$
$= 50^\circ - 20^\circ$
$= 30^\circ$

**2** Pada gambar sebelah kanan,
$\angle x = 20^\circ + (90^\circ - 60^\circ)$
$= 80^\circ$

Penyelesaian lain:
Pada gambar kanan, menggunakan sudut dalam dan sudut luar persegi empat sudut dalam PCBQ.

**3** Pada gambar sebelah kanan,
$\angle x$
$= \angle a + 50^\circ$
$= (30^\circ + 20^\circ) + 50^\circ$
$= 100^\circ$

☞ (Contoh)
Pada gambar sebelah kanan,
$\angle x + 20^\circ = 30^\circ + 50^\circ$
$\angle x = 60^\circ$

## Pada Waktu Kapan Kedua Jarum Jam Saling Berimpit?

**• Tujuan •**

Mampu menggunakan grafik persamaan linear untuk menyelesaikan soal yang berdasar pada peristiwa konkret.

**Kunci Jawaban**

1 Jarum panjang 6 derajat. Jarum pendek 0,5 derajat.

2

3 Sekitar pukul 03.16

4 Garis lurus ①... $y = 0{,}5x + 90$

Garis lurus ②... $y = 6x$

Dari ① dan ② diperoleh

$$0{,}5x + 90 = 6x$$

$$x = \frac{180}{11}$$

Jawaban: pukul 3 lewat $\frac{180}{11}$ menit (sekitar pukul 03.16)

**Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan**

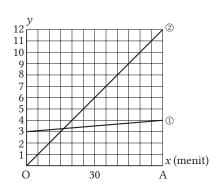
### 1. Penyelesaian Lain 1

Pada (penyelesaian lain) 1, grafik menunjukkan hubungan antara $x$ dan $y$, di mana $y$ adalah angka yang menunjukkan posisi jarum $x$ menit setelah jam 3.

Pergerakan jarum pendek... garis ①

Pergerakan jarum panjang... garis ②

Masing-masing rumusnya menjadi

$$y = \frac{1}{60}x + 3 \quad ① \qquad x = \frac{1}{5}x \quad ②$$

**Pada Waktu Kapan Kedua Jarum Jam Saling Berimpit?**

Ketika Tino menelepon sang paman untuk mengunjungi rumahnya, sang paman berkata, "Jika kamu datang tepat saat kedua jarum jam berimpit antara pukul 3.00 dan 4.00 sore, saya akan memberi cemilan kesukaanmu!" Pada pukul berapa Tino hendaknya mengunjungi rumah pamannya?

(360°) 0° 90° 180° 270°

14:27

1 Mari kita pikirkan hal ini dengan urutan berikut.

1 Berapa kali jarum jam pendek dan jarum jam panjang berputar dalam satu menit?

2 Misalkan 0° menyatakan pukul 12, dan $y$° menyatakan $x$ menit setelah jam 3 sore, pergerakan jarum jam pendek dapat dinyatakan sebagai garis ① pada grafik. Mari kita gambar pergerakan jarum jam panjang pada grafik (nyatakan sebagai ②).

3 Mari kita baca waktu perkiraan ketika kedua jarum jam berimpit.

4 Tulis garis ① dan ② dan carilah waktu saat kedua jarum jam berimpit.

(360°) 0° 90° 180° 270°

y (°) 360 270 180 90 O 30 60 x (menit) ①

208 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

Dengan cara ini, penyelesaian juga dimungkinkan menggunakan grafik dan persamaan simultan dengan sumbu vertikal sebagai "angka yang menunjukkan posisi jarum".

### 2. Pengerjaan

Ingin dimunculkan cara pikir peserta didik yang beragam.

Perhatikan bahwa ada dua jawaban dalam Contoh (3) di bawah ini.

(Contoh)

(1) Carilah waktu saat jarum panjang dan pendek berada dalam garis lurus antara pukul 4 dan 5.

(pukul 4$\frac{600}{11}$ menit)

(2) Berapa kali sehari jarum panjang dan pendek berada pada satu garis lurus? Carilah juga waktunya.

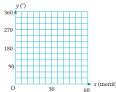
22 kali, waktu tidak ditulis di sini

(3) Carilah waktu antara pukul 5 dan 6 ketika sudut antara kedua jarum jam adalah 90°.

(pukul 5$\frac{120}{11}$ menit, pukul 5$\frac{480}{11}$ menit)

Mari kita ubah kondisi di halaman sebelumnya dan cobalah jawab pertanyaan-pertanyaan berikut!

**2** Jarum panjang dan jarum pendek berimpit ketika pukul 12.00. Pada pukul berapa lagi keduanya akan berimpit? Mari kita cari menggunakan cara seperti pada bagian **1** di halaman sebelumnya.

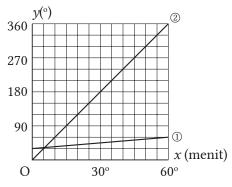
Bila kamu tahu saat kedua jarum jam berimpit, bagus!

**3** Dua jarum jam berimpit setiap kali jarum panjang melewati jarum pendek. Berapa kali kedua jarum jam berimpit dalam sehari? Mari kita cari semua waktu ketika kedua jarum jam berimpit.

**4** Pada pukul berapakah jarum panjang dan jarum pendek membentuk garis lurus antara pukul 3.00 dan 4.00? Mari kita perkirakan waktunya dari grafik di halaman sebelumnya. Mari kita cari waktu-waktu tersebut dengan perhitungan.

Selain yang telah kamu selidiki, banyak pertanyaan terkait jarum panjang dan pendek dapat dibuat dengan mengubah kondisi. Buatlah soal asli buatan sendiri dan selesaikan!

Matematika Lanjut 209

## Kunci Jawaban

Jika 0° sebagai saat jarum menunjuk ke posisi 12, dan $y$° adalah posisi jarum $x$ menit setelah pukul 1, maka pada gambar berikut, jarum pendek dan jarum panjang masing-masing sebagai garis lurus ① dan ②.

Dari grafik ini, perkiraan waktu saat jarum panjang dan jarum pendek saling berimpit adalah sekitar 01.05. Selain itu, garis lurus ① dan ② dapat diekspresikan sebagai berikut.

Garis lurus ①... $y = 0{,}4x + 30$

Garis lurus ②... $y = 6x$

Jika diselesaikan dengan sistem persamaan linear maka

$$x = \frac{60}{11}$$

Jawaban: pukul $\frac{60}{11}$ menit (sekitar pukul 01.05)

Dari gambar ① dan ②, terlihat bahwa garis lurus ② yang menggambarkan pergerakan jarum panjang, tidak mengalami perubahan. Selain itu, dari garis lurus ① yang menggambarkan pergerakan jarum pendek, kita dapat mengetahui bahwa pada kemiringan 0,5, setiap titik potong 30 berubah secara konstan. Dari ini, kita dapat mengetahui bahwa kedua jarum saling berimpit setiap 1 jam $\frac{60}{11}$ menit.

| | | |
|---|---|---|
| Pukul 0 | Pukul $1\frac{60}{11}$ menit | Pukul $2\frac{120}{11}$ menit |
| Pukul $3\frac{180}{11}$ menit | Pukul $4\frac{240}{11}$ menit | Pukul $5\frac{300}{11}$ menit |
| Pukul $6\frac{360}{11}$ menit | Pukul $7\frac{420}{11}$ menit | Pukul $8\frac{480}{11}$ menit |
| Pukul $9\frac{540}{11}$ menit | Pukul $10\frac{600}{11}$ menit | sore hari juga sama |

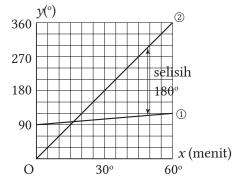
Jika jarum panjang dan jarum pendek berada pada satu garis lurus, sudut antara kedua jarum adalah 180°. Dari grafik berikut ini, sekitar pukul 03.49. Selain itu,

$y = 6x$

$y = 0{,}5x + 90$

Karena sebaiknya mencari nilai $x$ saat selisih nilai $y$ adalah 180, maka

$6x - (0{,}5x + 90) = 180$

$$x = \frac{540}{11}$$

Jawaban: pukul $3\frac{540}{11}$ menit (sekitar pukul 03.49)

## Isu-Isu Lingkungan Menggunakan Fungsi

**• Tujuan •**

Dengan menggunakan fungsi linear, mampu memprediksi, membaca, dan menjelaskan kecenderungan perubahan suhu rata-rata tahunan.

### Kunci Jawaban

Jika dibaca dari grafik A, naik sekitar 1,1°C menjadi 1,2°C.

2 (Contoh)

- Dalam 20 tahun terakhir, ada banyak tahun di mana suhu lebih tinggi daripada biasanya.
- Pada tahun 1990-an, fluktuasi suhu rata-rata tahunan besar.

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

#### 1. Cara Menggunakan Halaman Ini

Sambil menganalisis dan memahami fenomena pemanasan global menggunakan fungsi matematika, saya ingin memahaminya sebagai kesempatan untuk memikirkan masalah lingkungan sebagai masalah umum yang terkait dengan diri saya sendiri, daripada memandangnya dari pihak ketiga.

#### 2. Perkiraan Garis Lurus

Pada halaman 92, digambarkan grafik garis lurus dengan menganggap perubahan suhu air sebagai fungsi linear waktu, tetapi ini adalah kali pertama untuk menganalisis perkiraan garis lurus dari grafik garis tersebut dengan variasi. Saya ingin Anda memahami bahwa dalam jangka panjang, kecenderungan keseluruhan dapat dilihat sebagai garis lurus yang naik ke kanan seperti A.

Dengan menggunakan perangkat lunak *spreadsheet* seperti Excel®, kita dapat dengan mudah menambahkan perkiraan garis lurus setelah membuat grafik garis atau plot sebar. Selain itu perlu diperhatikan, grafik seperti ini, memberikan kesan bahwa jika kita memperbesar rasio sumbu vertikal terhadap sumbu horizontal, maka perubahannya besar. Sebaliknya, jika kita memperkecil rasio skala pada sumbu vertikal, maka perubahannya kecil.

Isu-Isu Lingkungan Menggunakan Fungsi

–Perubahan Suhu Udara Tahunan–

Grafik 1 menyajikan perbedaan suhu udara dari rata-rata suhu tahunan (selisih dari suhu normal) di Jepang dari 1989 hingga 2013. Meskipun beberapa kondisi memengaruhi suhu udara, dapat dikatakan bahwa perubahannya sepanjang di atas garis ⓐ. Jadi, terdapat kecenderungan pemanasan global.



Grafik 1. Perbedaan Suhu Rata-Rata Tahunan di Jepang

Catatan: Perhitungan perbedaan suhu rata-rata tahunan di Jepang berdasarkan pengamatan di 17 tempat di seluruh wilayah negeri ini. Di sini, rata-rata suhu udara selama 30 tahun dari 1981 hingga 2010 digunakan sebagai suhu normal.

1 Berapa besar peningkatan temperatur yang dapat kamu baca pada grafik selama 100 tahun antara tahun 1900 dan 2000 di negeri Jepang?

2 Mari kita diskusikan hal lain apa saja yang dapat didiskusikan berdasarkan grafik.

Terdapat banyak teori dan pendapat tentang penyebab pemanasan global. Secara umum, dikatakan bahwa peningkatan dari emisi gas rumah kaca, seperti karbon dioksida ($CO_2$) adalah penyebab utamanya.

210 Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

### Referensi ▶ Selisih Tahun Normal

Selisih rata-rata temperatur tahunan di Jepang dihitung berdasarkan observasi data pada 17 titik berikut.

Amisato, Nemuro, Suttsu, Yamagata, Ishimaki, Fushiki (Kota Takaoka), Nagano, Mito, Iida, Saiko, Sakai, Hamada, Hikone, Tadatsu, Miyazaki, Nase, Ishigakijima.

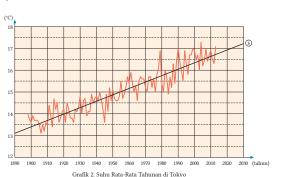
(Saat ini, telah diubah menjadi 15 poin tidak termasuk Nagano dan Mito)

Suhu rata-rata tahunan di Jepang dinyatakan dengan "perbedaan tahun normal" dan bukan nilai sebenarnya, karena alasan berikut.

- Suhu rata-rata akan berbeda bergantung pada berapa banyak titik yang Anda pilih dan tempat yang Anda pilih.
- Perbedaan suhu antara tahun normal (selisih dari nilai normal) tidak sebesar distribusi nilai sebenarnya meskipun titik pengamatan dan ketinggian berbeda.

Grafik 2 menunjukkan perbedaan suhu rata-rata tahunan di Tokyo (Otemachi, Chiyoda) antara 1989 dan 2013. Di wilayah perkotaan seperti Tokyo, “Efek Pulau-Panas”, di mana suhu di wilayah perkotaan lebih tinggi daripada suhu di daerah pedesaan sekitarnya, telah terjadi. Penyebabnya adalah peningkatan jumlah emisi panas karena pertumbuhan populasi dan peningkatan penggunaan energi, serta akumulasi panas dalam beton dan aspal.

Sumber: gettyimages.com

Grafik 2. Suhu Rata-Rata Tahunan di Tokyo

3 Mari kita selidiki hal-hal berikut berdasarkan Grafik 2.

1 Mari kita baca suhu rata-rata tahunan antara 1900 dan 2000.

2 Misalkan ⓑ sebuah garis yang menunjukkan perubahan suhu dan $y$ suhu rata-rata tahunan dalam $x$ tahun setelah 1900. Nyatakan $y$ dalam $x$ sebagai sebuah persamaan.

3 Andaikan perubahan suhu rata-rata tahunan yang kita selidiki di 1 adalah sebuah fungsi linear. Berapa suhu yang kita harapkan pada tahun 2050 di Tokyo?

 Data cuaca masa lalu di setiap wilayah Jepang dapat dibaca di “data dan dokumen” pada laman website Badan Meteorologi Jepang. Mari kita cari perubahan suhu rata-rata tahunan di wilayahmu dan buatlah grafiknya. [Japan Meteorology Agency Data and Documents http://www.jma.gp.jp/jma/menu/report.html]

**Matematika** Lanjut 211

## Kunci Jawaban

3

1 Tahun 1900... 13,6° C
Tahun 2000... 16,9° C

2 Jika kita baca koordinat 1900 dan 2000 suhu rata-rata tahunan pada garis lurus b, nilainya adalah.(0; 13,4), (100; 16,3).
Jika kita cari rumus garis lurus (b) maka,

$$y = 0{,}029x + 13{,}4$$

3 Karena 2050 adalah 150 tahun setelah 1900, gantikan $x = 150$ ke dalam persamaan di atas, maka

$$y = 0{,}029 \times 150 + 13{,}4$$
$$= 17{,}75$$

Dengan demikian, suhu diperkirakan akan mencapai sekitar 17,8° C pada tahun 2050.

### 3. Fenomena Heat Island

Fenomena suhu di perkotaan yang lebih tinggi dari suhu di sekitarnya disebut fenomena heat islands. Penyebab utamanya ditengarai adalah peningkatan jalan aspal dan gedung pencakar langit, penurunan ruang hijau, dan peningkatan konsumsi energi karena konsentrasi penduduk.

### 4. Pengerjaan 3 2

Melihat kembali pada pembelajaran fungsi linear, saya ingin dapat menerapkan apa yang telah saya pelajari dalam peristiwa konkret. Di sini, metode berikut dapat dipertimbangkan.

⟨Metode 1⟩

Titik potong 13,4 diperoleh dari garis lurus yang melewati (0; 13,4). Selain itu, karena meningkat 16,3 − 13,4 = 2,9 (°C) dalam 100 tahun, yaitu dari tahun 1900 hingga 2000, maka diperoleh kemiringan 0,029.

⟨Metode 2⟩

Kita buat persamaan simultan untuk $a$ dan $b$, dengan substitusi (0; 13,4) dan (100; 16,3) masing-masing untuk $x$ dan $y$ dari $y = ax + b$. Setelah selesai, kita cari gradien $a$ dan titik potong $b$.

### 5. Pengerjaan 3 3

Ada baiknya berpikir dengan menggunakan fungsi matematika yang dapat digunakan untuk memprediksi masa depan. Melalui hipotesis fungsi linear, saya ingin mendapatkan manfaat dari kemampuan prediksi.

### 6. Pengerjaan ☞

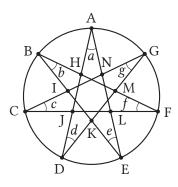
Selain "berbagai data dan dokumentasi", situs Badan Meteorologi Jepang juga memiliki seksi "pengetahuan dan penjelasan", yang dapat berguna untuk pembelajaran dan penelitian tentang bahan ajar. Selain itu, menyelidiki cuaca di daerah tempat tinggal Anda tidak hanya akan menjadi pengalaman belajar yang menarik bagi peserta didik, tetapi juga akan memberi Anda kesempatan untuk mengamati masyarakat.

## Sudut Segi Banyak Bintang Beraturan

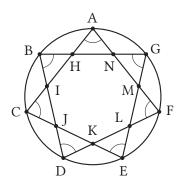
**• Tujuan •**

Minat terhadap ukuran sudut segi banyak bintang beraturan dapat dimanfaatkan untuk mencari sifat segitiga dan jumlah keseluruhan sudutnya.

### Kunci Jawaban

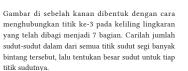
Jumlah total 7 sudut ujung adalah 180°
Contoh cara mencari jumlah total 7 sudut:

$$\angle b + \angle e + \angle f = \angle ELF = \angle ALJ$$
$$\angle g + \angle c + \angle d = \angle CJD = \angle AJL$$

maka dari itu

$$\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle f + \angle g$$
$$= \angle a + \angle ALJ + \angle AJL$$
$$= 180°$$

Jumlah total sudut dalam segitiga adalah $180° \times 7 = 1.260°$.

**Sudut Segi Banyak Bintang Beraturan**

Pada gambar di sebelah kanan diberikan 5 titik pada keliling lingkaran yang ditempatkan berjarak sama satu sama lain. Dengan menghubungkan titik-titik dari titik permulaan ke titik kedua (satu titik dilewat), kemudian dihubungkan lagi ke titik lain (melewati satu titik pula) dalam arah yang sama hingga kembali ke titik semula, maka gambar yang terbentuk dinamakan segi banyak bintang beraturan.
Seperti yang telah kita selidiki di halaman 137, jumlah sudut-sudut dalam dari segi-5 bintang adalah 180°. Sehingga, satu titik sudut pada segi-5 bintang beraturan besarnya adalah 36°.

**1** Gambar di sebelah kanan dibentuk dengan cara menghubungkan titik ke-3 pada keliling lingkaran yang telah dibagi menjadi 7 bagian. Carilah jumlah sudut-sudut dalam dari semua titik sudut segi banyak bintang tersebut, lalu tentukan besar sudut untuk tiap titik sudutnya.

**2** Pada gambar di sebelah kanan, kita hubungkan setiap titik ke-2. Hitunglah jumlah semua sudut dalam dari segi banyak bintang tersebut, dan tentukan pula ukuran untuk tiap sudutnya.

Gambar 1 dan 2 dinamakan segi-7 bintang beraturan. Jika kita coba kemungkinan lainnya, kamu hanya akan temukan dua buah segi-7 bintang beraturan.



Karena jumlah total sudut luar bagian dalam segi-7 HIJKLMN adalah 360°, maka jumlah total 7 sudut bagian ujung adalah

$$1.260° - 360° \times 2 = 540°$$

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

#### 1. Segi Tujuh Bintang

Ada 1 jenis segi-5 bintang, tapi dapat dikatakan ada 2 jenis segi-7 bintang. Bangun datar (1) dibentuk dengan menghubungkan setiap 4 titik. Bangun datar (2) dibentuk dengan menghubungkan setiap 5 titik. Hal ini wajar mengingat 7 − 3 = 4 dan 7 − 2 = 5, tetapi saya ingin peserta didik menggambar diagram untuk memastikannya.

Selanjutnya, mari kita selidiki bangun yang dibentuk dengan membagi lingkaran ke dalam 8 dan 9 bagian.

3 Gambar di sebelah kanan menunjukkan sebuah keliling lingkaran yang telah dibagi ke dalam 8 bagian. Tanpa menghubungkan 2 titik berdekatan, bagaimana seharusnya kita hubungkan titik-titik agar kita kembali ke titik permulaan? Cari pula jumlah sudut-sudut dalam dari ke-8 titik sudut pada segi banyak bintang yang terbentuk.

4 Pada gambar berikut, keliling lingkaran telah dibagi ke dalam 9 bagian. Buatlah gambar bangunnya dan carilah jumlah semua sudut dalam dari ke-9 titik sudut pada segi banyak bintang yang terbentuk (serupa pertanyaan 3).

Kita dapat menggambar dengan dua cara.

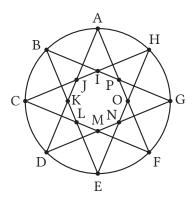
Gambar yang dibuat pada 3 dan 4 berturut-turut dinamakan segi-8 bintang beraturan dan segi-9 bintang beraturan. Mulai dari segi-5 bintang beraturan hingga segi-7 bintang beraturan, kesemuanya dinamakan segi banyak bintang beraturan.

Berdasarkan hal yang telah kita selidiki, rangkumlah hasil pengamatanmu tentang segi banyak bintang beraturan.

Matematika Lanjut 213

## Kunci Jawaban

3

Jika setiap 3 titik dihubungkan, maka kita bisa menggambar bangun datar berikut.

Jumlah total 8 sudut ujung 360°
Besar 1 sudut 45°
(Cara mencari jumlah total 8 sudut)
Pada gambar di atas, dari jumlah total sudut dalam 4 belah ketupat, yaitu AKEO, BLFP, CMGI, dan DNHJ. Diperoleh jumlah total sudut dalam pada segi delapan IJKLMNOP,

$360° \times 4 - 180° \times (8 - 2)$
$= 360°$

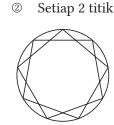
※ Menggunakan sifat perbandingan sudut keliling lingkaran dan panjang busur (yang dipelajari dalam 3 tahun), peserta didik mampu mencari besar 1 sudut pada segi banyak bintang beraturan, dengan menggunakan metode sama untuk semua jenisnya.

 (Contoh)

- Jumlah sudut di ujung merupakan kelipatan integral dari 180°.
- Untuk segi lima bintang dan segi tujuh bintang beraturan, terdapat bangun datar yang jumlah sudut ujungnya 180°.

4

Jika setiap 4 titik atau 2 titik dihubungkan, maka setiap bangun datar dapat digambar seperti ini.

① Setiap 4 titik ② Setiap 2 titik

① Jumlah total 9 sudut ujung 180°
Besar 1 sudut 20°
② Jumlah total 9 sudut ujung 900°
Besar 1 sudut 100°

**2. Pengerjaan**

Perlu dipikirkan dengan syarat seperti apa kita bisa menggambar segi banyak bintang. Selain itu, perlu diperhatikan, bahwa pada bagian dalam segi-$n$ bintang beraturan dapat dibuat segi-$n$ beraturan. Dengan kata lain, dapat kita anggap bahwa bangun datar bintang segi-$n$ beraturan dapat diperoleh dengan menggabungkan segi-$n$ beraturan yang sisinya diperpanjang.

## Mengubah Segi Empat

**• Tujuan •**

Mampu menjelaskan alasan dapat dibuatnya bangun datar dari segi empat yang dibagi 4 bagian dan disusun ulang.

**Kunci Jawaban**

Jajargenjang

Persegi panjang

### Mengubah Segi Empat

Buatlah dugaan tentang 1 dan 2 berikut dan selidiki dengan menggunakan lampiran ⑥.

**1** Pada gambar berikut, misalkan titik-titik tengah dari tiap sisi segi empat ABCD berturut-turut adalah E, F, G, dan H. Potonglah segi empat ABCD sepanjang segmen EG dan HF, kemudian himpitkan sudut-sudut $a$, $b$, $c$, dan $d$ di titik A. Bangun berbentuk apakah yang terjadi?

**2** Ubah Gambar 1 sedikit dan misalkan ruas-ruas garis dari titik F dan H yang tegak lurus EG berturut-turut adalah FI dan HJ. Potong segi empat ABCD sepanjang segmen EG, FI, HJ dan impitkan lagi sudut-sudutnya seperti di soal 1. Lihat bangun berbentuk apakah yang terjadi?



214 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

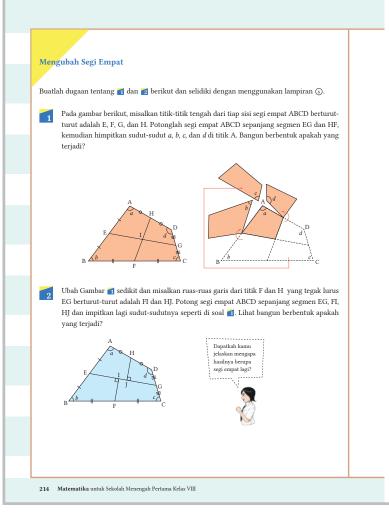
**1. Pengerjaan pada Halaman Ini**

Pertama-tama saya akan memprediksi bangun datar seperti apakah yang dapat saya pikirkan dalam kepala saya, kemudian, saya gunakan bagian akhir jilid 6 buku ajar untuk melakukan percobaan.

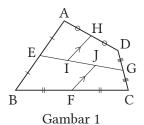
Saya ingin menjelaskan kenapa bangun datar ini bisa dibentuk berdasarkan materi ajar yang sudah dipelajari hingga saat ini.

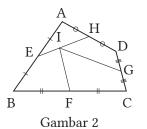
**2. Pengerjaan 1 dan 2**

Jika segi empat ABCD dipotong dan disusun kembali seperti pada 1, jumlah sudut yang dikumpulkan pada titik A menjadi 360°, maka terbentuklah segi empat. Dengan demikian, karena 2 kelompok sudut berseberangan, awalnya adalah segi empat yang sudut luar berseberangannya dihubungkan melalui titik tengah, maka masing-masing sama besar. Oleh karena itu, bangun datar yang disusun ulang dapat menjadi trapesium.

Karena 1 dan 2 sama sama segi empat, dan keempat sudutnya semuanya 90°, maka dapat dibentuk persegi panjang.

**Referensi ▶ Macam-Macam Bongkar Pasang Ulang**

Menyusun ulang bangun datar seperti pada halaman ini disebut bongkar pasang ulang. Hasil susun ulang adalah trapesium pada Gambar 1. Pada Gambar 2, hasilnya berupa segitiga.

Gambar 1

I merupakan titik khayal pada garis EG

Gambar 2

I merupakan titik khayal pada garis EH.

### Mari Menjadi Pascal dan Fermat

Pascal menerima soal serupa seperti pada halaman 179 dari Chevalier de Mere. Pascal bertukar gagasan dengan Fermat melalui surat-menyurat untuk menyelesaikan soal tersebut. Andaikan A dan B memiliki peluang menang yang sama. Mari kita menjadi Pascal dan Fermat untuk memecahkan soal tersebut.

Sumber: Dokumen Puskurbuk

**1** Dengan bertukar surat, Pascal dan Fermat menyimpulkan bahwa adalah hal yang adil untuk membagi uang berdasarkan peluang kemenangan masing-masing setelah para pemain berhenti bermain. Bila mereka bermain 3 kali, A menang 2 kali dan B menang sekali. Bila dimisalkan mereka main 5 kali, maka berapa kali A akan menang? Lengkapi diagram berikut dan selesaikan!

**2** Carilah peluang A dan B memenangi permainan berdasarkan diagram pada soal **1**.

**3** Mao menemukan peluang kemenangan berturut-turut untuk A dan B, dengan cara membuat diagram untuk menjawab masalah Mere. Jelaskan cara pemecahannya!

4 kali 5 kali
A menang 2 kali
B menang 1 kali
○ ... $\frac{1}{2}$
× ○ ... $\frac{1}{4}$
× × ... $\frac{1}{4}$
A menang: ○ A kalah: ×

**4** Seperti yang ditanyakan Mere, jika kita misalkan pemenang adalah seseorang yang menang 3 kali pertama, bagaimana kita dapat membagi uang secara adil bila mereka berhenti setelah A menang 2 kali?

Matematika Lanjut 215

## Mari Menjadi Pascal dan Fermat

**• Tujuan •**

Mampu menerapkan probabilitas dalam pencarian nilai probabilitas yang diharapkan melalui prediksi hasil kejadian.

**Kunci Jawaban**

Jika melanjutkan permainan sampai yang ke-5, diagram pohonnya adalah sebagai berikut. Jika A menang, ada tiga cara: ①, ②, dan ③.

A menang 2 kali
B menang 1 kali
○ — ○ ... ①
○ — × ... ②
× — ○ ... ③
× — × ... ④

**2**

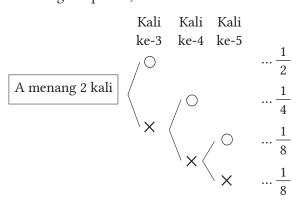
**1** Dari diagram pohon 2 dan 1, ada 4 cara kejadian yang kelihatannya sama-sama mungkin muncul. Dari cara tersebut, karena A menang dengan 3 cara, B menang dengan 1 cara, maka

Probabilitas kemenangan A: $\frac{3}{4}$.

Probabilitas kemenangan B: $\frac{1}{4}$.

Pada permainan keempat, kemungkinan A menang adalah $\frac{1}{2}$. Selain itu, probabilitas B menang (A kalah) untuk keempat kalinya dan A menang dalam kelima kalinya adalah $\frac{1}{4}$. Oleh karena itu, probabilitas A menang tiga kali lebih dulu adalah $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

Di sisi lain, B menang tiga kali pertama hanya ketika B menang (A kalah) di keempat kalinya dan B menang (A kalah) untuk kelima kalinya, jadi probabilitasnya adalah $\frac{1}{4}$.

Mengingat bahwa A menghentikan permainan ketika dia menang dua kali, maka diagram pohonnya adalah sebagai berikut.
Dari diagram pohon,

Probabilitas kemenangan A adalah $\frac{7}{8}$.

Probabilitas kemenangan B adalah $\frac{1}{8}$.

Karena itu pembagian uang yang adil untuk A dan B adalah 7 : 1.

## Mari Menggunakan Metode Monte Carlo untuk Menemukan Nilai $\pi$

**Tujuan**

Mampu memahami cara berpikir Metode Monte Carlo dan kebaikannya melalui aktivitas pencarian nilai $\pi$ menggunakan tabel angka acak.

**Kunci Jawaban**

Jika luas bidang persegi adalah $S$ dan luas bidang juring adalah $S'$, maka

$$S = a^2,\ S' = \frac{\pi a^2}{4}$$

Maka, $S : S' = 4 : \pi$

$$\left(\frac{S'}{S} = \frac{\pi}{4}\right)$$

Ketika 100 titik diambil, sekitar 70 hingga 85 titik sering kali merupakan titik di dalam bidang parabola. Namun, dalam beberapa kasus mungkin jumlahnya bisa kurang atau lebih.

**Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan**

### 1. Metode Monte Carlo

Metode Monte Carlo merupakan metode penghitungan untuk mencari solusi perkiraan dengan melakukan simulasi berulang kali menggunakan bilangan acak. Anda dapat menemukan solusi perkiraan untuk masalah yang tidak bisa dipecahkan secara analitis sekalipun. Metode ini memiliki cakupan aplikasi luas, dan dapat diterapkan dengan lebih mudah daripada metode kalkulasi numerik lain bergantung pada masalahnya. Akan tetapi, juga memiliki kelemahan, yaitu jumlah penghitungan menjadi sangat banyak jika ingin mendapatkan akurasi tinggi.

### 2. Pengerjaan 1

Kita akan mencari secara tertulis, rasio luas antara persegi dan bidang parabola yang tetap sama berapa pun jari-jarinya, yaitu $\frac{\pi}{4}$. Selain itu, saya ingin membahas tentang ide bagus penggunaan bidang parabola dengan sudut tengah 90°, alih-alih lingkaran.

**Mari Menggunakan Metode Monte Carlo untuk Menemukan Nilai $\pi$**

Diagram pada halaman berikut menunjukkan susunan bilangan dari 0-9 secara acak dengan peluang munculnya pada diagram adalah sama. Susunan bilangan ini dinamakan "angka acak" dan tabelnya dinamakan "tabel angka acak".

Mari kita mencari nilai $\pi$ menggunakan tabel angka acak tersebut.

1 Gambar di sebelah kanan menunjukkan sebuah persegi dan sebuah juring dengan sudut pusat 90°. Mari kita cari perbandingan luas daerah kedua gambar tersebut.

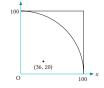
2 Mari Melakukan Percobaan

Metode Percobaan

(I) Buatlah sumbu-sumbu koordinat, persegi, dan juring seperti pada gambar di sebelah kanan.

(II) Cari dua bilangan 2-angka secara berurutan pada tabel angka acak. Sebagai contoh, dalam kasus 36 dan 20, tentukan titik (36, 20) pada diagram.

(III) Ulangi langkah (II) 100 kali.

(IV) Cari banyaknya titik pada juring.

3 Coba cari nilai berdasarkan hasil 1 dan 2. Mari kita juga pikirkan hasilnya ketika meningkatkan banyaknya percobaan.

Metode perhitungan menggunakan tabel angka acak ini dinamakan metode Monte Carlo, sebuah tempat di Kerajaan Monako, yang terkenal dengan kasinonya.

Monte Carlo, Monako
Sumber: monte-carlo.mc

216 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

### 3. Pengerjaan 2

Tabel angka acak digunakan untuk percobaan, tetapi fungsi perangkat lunak *spreadsheet* dapat digunakan (halaman 235 dari Buku Siswa memperkenalkan cara membuat nomor acak menggunakan perangkat lunak *spreadsheet*).

Dianjurkan untuk membuat grup yang terdiri dari sekitar 4 orang dan membagi pekerjaan menjadi orang yang mengeluarkan angka acak (dibaca dari tabel angka acak) dan orang yang mencatat poin pada lembar kotak-kotak .

Ini diperkirakan menjadi tugas yang memakan waktu, tetapi karena penting untuk menyadari maksud dan ide matematis metode Monte Carlo melalui eksperimen, jadi saya ingin mengerjakannya dengan hati-hati.

**Tabel Angka Acak**

| 34 53 05 23 97 | 41 29 07 38 92 | 93 09 80 89 16 | 94 97 51 32 29 | 49 64 30 83 89 |
|---|---|---|---|---|
| 81 22 93 62 08 | 34 74 91 44 97 | 48 18 69 16 06 | 68 29 72 33 28 | 55 06 68 03 99 |
| 52 42 19 72 84 | 86 66 65 76 88 | 38 31 21 46 69 | 20 05 67 36 12 | 25 97 33 40 26 |
| 07 76 32 35 60 | 93 53 40 36 47 | 55 16 90 23 28 | 43 32 92 73 89 | 67 71 60 20 27 |
| 54 82 49 34 56 | 00 28 52 27 26 | 94 78 45 26 63 | 68 19 80 52 49 | 18 43 59 77 93 |
| 70 57 49 64 73 | 42 05 07 31 90 | 33 31 14 54 84 | 82 11 69 95 34 | 88 57 33 42 05 |
| 26 86 27 94 45 | 82 67 81 61 11 | 49 69 26 35 39 | 03 95 76 92 17 | 13 20 12 48 70 |
| 71 00 99 16 60 | 45 78 19 81 64 | 98 54 74 08 20 | 43 01 08 65 94 | 79 96 50 55 91 |
| 02 57 39 20 66 | 10 93 75 96 01 | 63 38 04 83 91 | 82 64 92 18 20 | 28 00 84 32 67 |
| 09 31 53 77 89 | 66 79 37 27 57 | 28 62 16 17 40 | 42 54 37 80 36 | 73 59 37 18 04 |
| 65 30 46 11 71 | 80 63 34 93 19 | 13 67 65 20 77 | 75 52 83 63 14 | 50 57 89 27 36 |
| 05 51 76 67 21 | 91 68 64 53 70 | 88 21 32 81 12 | 87 59 68 07 00 | 40 54 20 53 48 |
| 10 47 35 61 08 | 30 72 95 16 52 | 56 42 90 07 42 | 71 79 43 94 35 | 74 02 51 15 61 |
| 95 38 13 66 95 | 23 50 03 48 57 | 74 41 74 88 50 | 24 35 58 37 16 | 02 93 49 98 12 |
| 52 21 05 80 54 | 62 48 40 81 82 | 58 98 36 57 00 | 17 90 60 92 48 | 37 06 62 26 92 |
| 01 84 23 43 65 | 13 48 75 49 23 | 03 73 43 99 58 | 13 85 88 72 89 | 06 45 47 62 15 |
| 81 79 42 92 53 | 28 10 98 50 94 | 95 05 29 52 07 | 08 78 51 62 75 | 23 93 62 09 92 |
| 55 09 63 32 94 | 94 40 11 33 02 | 81 71 24 61 64 | 81 20 87 95 53 | 35 66 57 35 06 |
| 14 26 98 75 73 | 32 19 55 39 98 | 17 31 64 77 43 | 95 96 12 26 76 | 88 71 11 65 04 |
| 89 50 65 70 42 | 11 70 20 68 38 | 43 83 13 56 92 | 87 56 39 20 62 | 36 35 81 74 21 |

**Cara Menggunakan Tabel Angka Acak (Contoh)**

Cara untuk mengambil bilangan dua angka dari tabel:

① Tutuplah matamu dan tempatkan pensil di atas meja.

② Misalkan pensil menunjuk baris ke-2 dan kolom ke-6. Mulai dengan 3 dan bergerak ke kanan (boleh juga kalau bergerak ke atas atau ke bawah) dan ambil dua bilangan secara berurutan 36, 20, 83, 47, 49,... lanjutkan untuk mengambil bilangan 2-angka.

Kolom ke-6

Baris ke-2

| 34 53 05 23 97 | 41 29 07 38 92 | 93 09 80 89 16 |
|---|---|---|
| 81 22 93 62 08 | 34 74 91 44 97 | 48 18 69 16 06 |
| 52 42 19 72 84 | 86 66 65 76 88 | 38 31 21 46 69 |

③ Bila kamu mencapai bagian akhir kanan tabel, bergeraklah ke kiri di baris berikutnya.

Matematika Lanjut 217

## Kunci Jawaban

3 (Contoh)

Pada percobaan 2, digambar 100 titik merata dalam irisan persegi. Jumlah titik dalam bidang parabola adalah $x$ dengan rasio $\frac{x}{100}$. Anggaplah rasio persegi dan bidang parabola adalah sama-sama $\frac{\pi}{4}$.

Dengan kata lain, dapat dianggap bahwa

$$\frac{x}{100} = \frac{\pi}{4},\ \pi = \frac{4}{100}x$$

Jika $x = 78$, maka menjadi

$$\pi = \frac{4}{100} \times 78 = 3{,}12$$

### 4. Pengerjaan 3

Dengan bertambahnya jumlah percobaan, keakuratan nilai perkiraan juga meningkat, tetapi bahkan jika diambil 10.000 poin, kita tahu limitnya sekitar 3,1.

Untuk meningkatkan jumlah percobaan, dimungkinkan untuk menjumlahkan hasil setiap kelompok atau menghitung rata-rata nilai Π yang diperoleh. Ini adalah gagasan wajar dari peserta didik, dan mudah dipahami. Akan tetapi, perlu dicatat bahwa secara teoretis, ini didasarkan pada probabilitas statistik dan harus dianggap sebagai nilai batas frekuensi relatif dari beberapa uji coba.

Selain itu, di sini, penggunaan komputer akan efektif. Jika komputer memprosesnya dari awal, tujuan yang disebutkan di atas tidak dapat tercapai. Akan tetapi setelah melakukan percobaan 2, akan sangat berguna untuk memperdalam cara berpikir dengan menyimulasikan bagaimana mendapat skor 1.000 hingga 10.000 poin.

Gunakan perangkat lunak *spreadsheet* untuk menghasilkan bilangan acak 2 angka dan temukan frekuensi relatif dari jumlah kemunculan pasangan $(x, y)$ di mana $x^2 + y^2 < 100^2$. Jika sulit membuat sendiri, dapat mencari "rasio keliling lingkaran metode Monte Carlo" di internet, dan akan menemukan program yang dapat dijalankan dari *browser*, jadi silakan digunakan.

## Mari Menyelidiki Sistem Braille

**• Tujuan •**

Mampu memperdalam cara berpikir dan cara pandang mengenai banyaknya kasus dan keteraturan dengan memperhatikan mekanisme sistem Braille.

**Kunci Jawaban**

63 cara. Diagram pohon tidak dicantumkan.

**2** (Contoh)

- Braille (angka) yang sama digunakan di sisi kiri.
- Semua Braille di sisi kanan diekspresikan dengan kombinasi empat titik ①②④⑤ (Poin ③ dan ⑥ tidak digunakan).

**Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan**

### 1. Pengerjaan Halaman Ini

Halaman ini didasarkan pada premis bahwa soal dapat dikerjakan dengan memahami Braille yang sudah dikenal dari sudut pandang matematika.

Namun, kita dapat memikirkan untuk mengembangkan pelajaran ini menjadi kegiatan kesejahteraan sosial, seperti pelajaran terintegrasi dengan departemen bahasa, korespondensi dengan para tunanetra menggunakan Braille, dan penerjemahan braille secara sukarela.

### 2. Braille

Di Jepang, melakukan kegiatan di kelas seperti menyentuh huruf Braille dengan jari akan meningkatkan minat dan ketertarikan. Meskipun ini berbeda dari kegiatan belajar matematika, hal ini dapat memberi kejutan kecil.

Menggunakan Braille sebagai media untuk mengajar, akan lebih baik jika menggunakan alat yang disebut papan Braille yang digunakan untuk menulis Braille pada kertas tebal. Guru juga dapat menunjukkan huruf Braille yang ditulis pada remote TV atau AC.

Mari Menyelidiki Sistem Braille

Di ruang-ruang publik, seperti stasiun atau bangunan-bangunan publik, terdapat tampilan-tampilan yang ditulis dalam sistem Braille. Mari kita pikirkan sistem Braille.

Braille dibuat dari kombinasi 6 proyeksi Braille, seperti ditunjukkan pada gambar di kanan.



**1** Dengan mengombinasikan 6 proyeksi Braille, berapa banyak karakter yang dapat dibuat?

**2** Gambar berikut menunjukkan bilangan 0-9 dalam Braille. Nyatakan apa yang kamu amati tentang representasi bilangan-bilangan tersebut.



Karakter yang ditempatkan di permulaan menunjukkan bahwa itu merupakan sebuah bilangan, dan dinamakan "tanda bilangan". Sebagai contoh, 613 dan 3,14 ditunjukkan seperti berikut.



218 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

### 3. Pengerjaan 1

Tujuannya adalah mengajarkan beragam ekspresi secara rahasia, sambil menggunakan diagram pohon. Karena ada 2 cara untuk 1 titik, maka untuk 6 titik dari 1 sampai 6 ada

$2^6 = 64$ (cara)

Ekspresi yang mungkin. Akan tetapi, karena kalau semuanya ○ tidak bisa menjadi Braille, maka menjadi $(2^6 - 1)$. Selain itu, untuk 4 titik ①②④⑤, ada $(2^4 - 1)$ cara ekspresi yang mungkin.

Akan tetapi, untuk huruf Braille berikut ●○/●○/○○, ○○/●○/●○, ○●/○●/○○, ○○/○●/○● ada kendala seperti sulit untuk dibedakan, sehingga penggunaannya dapat dibatasi.

Dalam Braille Jepang, "Braille Kana" yang biasa digunakan ditunjukkan pada gambar berikut.

例 男→お (male)(oh) と (to) こ (ko) 花→は (flower)(ha) な (na) 手すり (handrail) →て (te) す (su) り (ri)

雨→あ (rain)(a) め (me) →れ (re) も (mo) ん (n) 楽しい (fun) →た (ta) の (no) し (shi) い (i)

3 Braille dibuat dengan menggunakan aturan tertentu. Berdasarkan contoh di atas sebagai rujukan, lengkapi alfabet dalam Braille berikut.

Alfabet Jepang dan Braille

あ (a) い (i) う (u) え (e) お (o) は (ha) ひ (hi) ふ (hu) へ (he) ほ (ho)

か (ka) き (ki) く (ku) け (ke) こ (ko) ま (ma) み (mi) む (mu) め (me) も (mo)

さ (sa) し (shi) す (su) せ (se) そ (so) や (ya) ゆ (yu) よ (yo)

た (ta) ち (chi) つ (tsu) て (te) と (to) ら (ra) り (ri) る (ru) れ (re) ろ (ro)

な (na) に (ni) ぬ (nu) ね (ne) の (no) わ (wa) を (wo) ん (n)

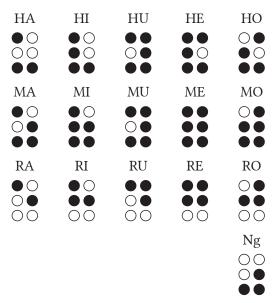
4 Buatlah rangkuman tentang Sistem Braille yang telah kamu amati.

Mari kita cari beberapa ekspresi yang serupa dengan sistem Braille.

Matematika Lanjut 219

## Kunci Jawaban

3

| A | I | U | E | O |
|---|---|---|---|---|
| ●○<br>○○<br>○○ | ●○<br>●○<br>○○ | ●●<br>○○<br>○○ | ●●<br>●○<br>○○ | ○●<br>●○<br>○○ |
| **KA** | **KI** | **KU** | **KE** | **KO** |
| ●○<br>○○<br>○● | ●○<br>●○<br>○● | ●●<br>○○<br>○● | ●●<br>●○<br>○● | ○●<br>●○<br>○● |
| **SA** | **SHI** | **SU** | **SE** | **SO** |
| ●○<br>○●<br>○● | ●○<br>●●<br>○● | ●●<br>○●<br>○● | ●●<br>●●<br>○● | ○●<br>●●<br>○● |
| **TA** | **CHI** | **TSU** | **TE** | **TO** |
| ●○<br>○●<br>●○ | ●○<br>●●<br>●○ | ●●<br>○●<br>●○ | ●●<br>●●<br>●○ | ○●<br>●●<br>●○ |
| **NA** | **NI** | **NU** | **NE** | **NO** |
| ●○<br>○○<br>●○ | ●○<br>●○<br>●○ | ●●<br>○○<br>●○ | ●●<br>●○<br>●○ | ○●<br>●○<br>●○ |

Berdasarkan perbandingan deret huruf A dan NA, deret huruf TA dan MA, deret huruf A dan RA, dan sebagainya, kita bisa menebak, misalnya dari I sampai NI.

4 (Contoh)

- Untuk Braille selain deret huruf YA dan WA, titik ①②④ adalah huruf vokal, ③ ⑤ ⑥ mewakili konsonan.
- Jika Anda menambahkan titik ③ ke deret huruf A, maka akan menjadi deret huruf NA.

(Contoh)

Karakter seperti kode Morse, partitur (notasi balok), *barcode*, *scorebook* olahraga, *hangeul*, *esperanto*, dan lain-lain.

### 4. Pengerjaan 3 dan 4

Tujuannya adalah menemukan keteraturan berdasarkan beberapa kesamaan dan mengungkapkan keteraturan yang saya temukan dalam kata-kata dan gambar. Ada 17 huruf Braille dalam Buku Siswa sebagai petunjuk, tetapi jumlah contoh dapat berubah sesuai dengan situasi peserta didik.

Misalnya, meskipun tidak ada contoh "HANA" (bunga), deret huruf HA dapat ditemukan dengan membandingkannya dengan deret huruf lain. Sebaliknya, jika menjadikan semua deret huruf A dan deret huruf KA sebagai petunjuk, akan lebih mudah untuk mengenali mekanisme keteraturan vokal dan konsonan.

## Apa yang Dimaksud Nilai Ekspektasi?

### Tujuan

Mampu memahami apa itu nilai ekspektasi berdasarkan gagasan nilai ekspektasi, seperti mengambil undian.

### Kunci Jawaban

Untuk mencari jumlah hadiah uang dari undian toko B, maka dari penghitungan

$5.000 \times 20 + 1.000 \times 70 + 100 \times 910$

$= 261.000$ maka, 261.000 yen

Karena jumlah undian ada 1.000 lembar, maka jumlah rerata uang untuk satu undian adalah:

$61.000 : 1.000 = 261$ maka, 261 yen

Dengan demikian, harga rata-rata tiket undian per 1 lembar di toko A,  mahal.

**Apa yang Dimaksud Nilai Ekspektasi?** Tingkatkan!

Di sebuah kota, toko A membuat 500 tiket undian dan toko B membuat 1.000 tiket undian, dengan hadiah yang dapat diperoleh ditunjukkan pada tabel di bawah. Jika kondisi untuk memperoleh tiket undian adalah sama, manakah yang lebih disukai?

Toko A

| Peringkat | Hadiah | Banyak Tiket |
|---|---|---|
| 1 | 2.000 kupon (yen) | 30 |
| 2 | 500 kupon (yen) | 70 |
| 3 | 100 kupon (yen) | 400 |
| Total | | 500 |

Toko B

| Peringkat | Hadiah | Banyak Tiket |
|---|---|---|
| 1 | 5.000 kupon (yen) | 20 |
| 2 | 500 kupon (yen) | 70 |
| 3 | 100 kupon (yen) | 910 |
| Total | | 1000 |

Biaya total tiket undian di  toko A adalah

$2.000 \times 30 + 500 \times 70 + 100 \times 400 = 135.000$.

Karena ada 500 tiket undian, biaya rata-rata tiap tiket adalah $135.000 : 500 = 270$.

Oleh karena itu, biayanya 270 yen.

1 Carilah harga rata-rata tiap tiket undian di toko B, kemudian bandingkan dengan di toko A, yaitu 270 yen.

Seperti yang sudah kita selidiki di 1, dengan membandingkan harga rata-rata tiap tiket, kita telah menemukan bahwa tiket undian di toko A lebih disukai.

Apa yang telah kita selidiki hingga saat ini, harga rata-rata tiap tiket dinamakan nilai ekspektasi.



### Penjelasan dan Hal yang Perlu Diperhatikan

**1. Pengerjaan 1**

Seperti yang dijelaskan dalam Buku Siswa, berikut ini ① dan ② sama besar.

[Jumlah hadiah rata-rata per tiket undian] ... ①

[Jumlah produk dari setiap jumlah hadiah dan kemungkinan mendapatkan] ... ② dan

Oleh karena itu, nilai ekspektasi dapat ditentukan oleh ① atau ②, tetapi jika ditentukan berdasarkan ②, pada umumnya menjadi sebagai berikut.

〈Definisi umum dari nilai ekspektasi〉

Dalam percobaan dan observasi yang dapat diulangi dalam kondisi sama, variabel X merupakan salah satu nilai dari $x_1$, $x_2$, $x_3$, ..., $x_n$, dan jika probabilitas pengambilan nilai tersebut adalah $p_1$, $p_2$, $p_3$, ..., $P_n$ maka,

$x_1p_1 + x_2p_2 + x_3p_3 + \ldots + x_nP_n$

(Tapi, $p_1 + p_2 + p_3 + \ldots + P_n = 1$) merupakan nilai ekspektasi dari X dan dinyatakan sebagai E (X) . (E dalam E (X) adalah singkatan dari ekspektasi).

| Nilai $x$ | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | ... | $x_n$ | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Probabilitas | $p_1$ | $p_2$ | $p_3$ | ... | $P_n$ | |

Contohnya, dalam hal tiket toko A, nilai hadiah 2.000, 1.000, 500, 100 adalah nilai variabel $x$.

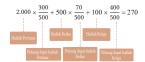
Contoh: Tiket Toko A

| Nilai Jumlah Hadiah | 2.000 | 500 | 100 | Total |
|---|---|---|---|---|
| Probabilitas | $\frac{30}{500}$ | $\frac{70}{500}$ | $\frac{400}{500}$ | 1 |

Di halaman sebelumnya, perhitungan nilai ekspektasi dari tiket undian toko A adalah...,

$$\frac{2.000 \times 30 + 500 \times 70 + 100 \times 400}{500} = 270$$

Namun demikian, hal tersebut dapat ditulis ulang seperti berikut.

$$2.000 \times \frac{300}{500} + 500 \times \frac{70}{500} + 100 \times \frac{400}{500} = 270$$

Ruas kiri persamaan adalah jumlah dari hasil kali setiap hadiah dan peluang memperoleh setiap hadiah.

**2** Skormu bergantung pada hasil yang kamu peroleh ketika melempar dadu. Dalam kasus ini, peluang memperoleh tiap bilangan dari 1 sampai dengan 6 adalah $\frac{1}{6}$. Oleh karena itu, dapat ditunjukkan bahwa nilai ekspektasi pelemparan dadu dalam bentuk pernyataan adalah sebagai berikut.

$$1 \times \frac{1}{6} + 2 \times \frac{1}{6} + 3 \times \frac{1}{6} + 4 \times \frac{1}{6} + 5 \times \frac{1}{6} + 6 \times \frac{1}{6}$$

Hitunglah ekspresi di atas dan carilah nilai ekspektasi dari skor-skor.

**3** Banyaknya hadiah pemenang, peringkat, dan hadiah, serta angka pemenang undian suatu tahun ditunjukkan pada tabel berikut. Carilah nilai ekspektasi dari hadiah undian ini.

| Peringkat | Banyaknya Hadiah | Angka Kemenangan |
|---|---|---|
| 1 | 500.000.000 | 60 poin |
| Hadiah dengan satu nomor sebelum dan setelah peringkat 1 | 100.000.000 | 120 poin |
| Hadiah dengan kumpulan berbeda dengan pemenang 1 | 100.000 | 5.940 poin |
| Hadiah ke-2 | 1.000.000 | 1.800 poin |
| Hadiah ke-3 | 300.000 | 6.000.000 poin |
| Hadiah ke-4 | 30.000 | 60.000.000 poin |
| Spesial Malam Tahun Baru | 50.000 | 180.000 poin |

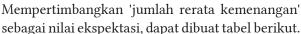
Matematika Lanjut 221

## Kunci Jawaban

3,5 poin

148,99 yen

 **Pengerjaan** 3

Mempertimbangkan 'jumlah rerata kemenangan' sebagai nilai ekspektasi, dapat dibuat tabel berikut.

| Peringkat | Nilai Hadiah Undian × Jumlah (Yen) |
|---|---|
| Peringkat 2 | 30.000.000.000 |
| Juara | 12.000.000.000 |
| Peringkat 3 | 594.000.000 |
| Juara harapan | 1.800.000.000 |
| Harapan 2 | 18.000.000.000 |
| Harapan 3 | 18.000.000.000 |
| Hadiah spesial malam tahun baru | 9.000.000.000 |
| Jumlah | 89.394.000.000 |

dengan demikian, nilai ekspektasinya

89.394.000.000 : 600.000.000

= 148.99 (yen)

Selain itu, nilai ekspektasi dapat diperoleh dengan membuat tabel seoerti yang ada di kiri bawah sesuai aturan umum.

| Peringkat | Nominal Hadiah | Probabilitas | Nilai × Probabilitas (Yen) |
|---|---|---|---|
| | 500.000.000 | 60/600.000.000 | 50 |
| | 100.000.000 | 120/600.000.000 | 20 |
| | 100.000 | 5.940/600.000.000 | 0,99 |
| | 1.000.000 | 1.800/600.000.000 | 3 |
| | 3.000 | 6.000.000/600.000.000 | 30 |
| | 300 | 60.000.000/600.000.000 | 30 |
| | 50.000 | 180.000/600.000.000 | 15 |
| | | | 148,99 |

Peserta didik dapat memperkirakan nilai ekspektasi hadiah undian tahun baru (1 lembar = 300 yen) adalah 148.99 yen yang ternyata jumlahnya kecil. Distribusi jumlah penjualan tiket undian adalah sebagai berikut

- 46,5% ... Pembayaran hadiah uang pada pemenang.
- 40,3% ... Pajak dibayarkan ke 20 kota yang ditunjuk di semua perfektur dan ditujukan bagi proyek publik.
- 11,9% ... Biaya percetakan, biaya lokasi penjualan, dll.
- 1,3% ... Biaya kontribusi sosial hubungan masyarakat.

Asosiasi Lotre Jepang 2013

## Perhitungan SMP Kelas VIII

### Kunci Jawaban

**1**

(1) 2 (2) $-11$
(3) 8 (4) $-2{,}5$
(5) $-\frac{5}{12}$ (6) $-\frac{1}{10}$
(7) $-7$ (8) 4
(9) $-1$ (10) 1
(11) $-5$

**2**

(1) $-21$ (2) 45
(3) 0 (4) $-10$
(5) 64 (6) $-64$
(7) 7 (8) 0
(9) $-\frac{1}{10}$ (10) $-\frac{2}{3}$
(11) 15 (12) $-\frac{3}{4}$
(13) 4 (14) 33
(15) 3

**Perhitungan SMP Kelas VIII**

**1** Hitunglah.

(1) $(-8) + 10$ (2) $(-4) + (-7)$ (3) $5 - (-3)$
(4) $(-1{,}7) - 0{,}8$ (5) $(-\frac{3}{4}) + (\frac{1}{3})$ (6) $(-\frac{3}{5}) - (-\frac{1}{2})$
(7) $5 - 12$ (8) $-4 + 9 - 1$ (9) $-\frac{5}{7} - \frac{2}{7}$
(10) $3 - (-7) + (-9)$ (11) $-5 + (-2) - 6 - (-8)$

**2** Hitunglah.

(1) $(-3) \times 7$ (2) $(-5) \times (-9)$ (3) $(-2) \times 0$
(4) $(\frac{-5}{3}) \times 6$ (5) $(-8)^2$ (6) $-8^2$
(7) $(-42) : (-6)$ (8) $0 : (-5)$ (9) $(-\frac{3}{5}) : 6$
(10) $\frac{4}{9} : (-\frac{2}{3})$ (11) $(-12) : (-4) \times 5$ (12) $\frac{5}{8} : (-\frac{1}{4}) \times \frac{3}{10}$
(13) $8 + 24 : (-6)$ (14) $-7 \times (-8 - 1) - 30$ (15) $48 : (-4)^2$

**3** Hitunglah.

(1) $5x + x$ (2) $3x - 8x$ (3) $-4a - 2 + 5a - 7$
(4) $(x + 1) + (8x - 4)$ (5) $(x + 1) + (8x - 4)$ (6) $(-4) \times 9x$
(7) $\frac{2}{3}x \times 15$ (8) $(6x + 5) - (8x - 2)$ (9) $4(2a - 4)$
(10) $(x - 5) \times (-6)$ (11) $(9x - 15) : 3$ (12) $(4x - 16) : \frac{4}{5}$
(13) $3(2x - 3) - 5(x - 2)$ (14) $\frac{1}{4}(-x - 6) + \frac{3}{8}(3x - 12)$

**4** Hitunglah.

(1) $x - 6 = -2$ (2) $-6x = 54$ (3) $\frac{8}{3}x = 24$
(4) $9x + 5 = -4$ (5) $-2x = -14 + 5x$ (6) $7x - 15 = x$
(7) $8x - 11 = 5x - 2$ (8) $-7x - 6 = 2x + 12$
(9) $6(x + 4) = 4(x - 3)$ (10) $0{,}5x + 2 = 0{,}7x - 1$
(11) $-\frac{2}{3}x - 7 = \frac{5}{6}x + 2$ (12) $\frac{x + 3}{2} = \frac{4x - 3}{5}$
(13) $24 : 6 = 8 : x$ (14) $2 : 5 = (x - 2) : (x + 7)$

222 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

**3**

(1) $6x$ (2) $-5x$
(3) $a - 9$ (4) $9x - 3$
(5) $-2x + 7$ (6) $-36x$
(7) $10x$ (8) $-3x$
(9) $8a - 16$ (10) $-6x + 30$
(11) $3x - 5$ (12) $5x - 20$
(13) $x + 1$ (14) $\frac{7}{8}x - 6$

**4**

(1) $x = 4$ (2) $x = -9$
(3) $x = 9$ (4) $x = -1$
(5) $x = 2$ (6) $x = \frac{5}{2}$
(7) $x = 3$ (8) $x = -2$
(9) $x = -18$ (10) $x = 15$
(11) $x = -6$ (12) $x = 7$
(13) $x = 2$ (14) $x = 8$

**Tinjau Ulang SMP Kelas VIII** | adalah pertanyaan tingkat dasar

**Bab 1 Menyederhanakan Bentuk Aljabar**

**1** Hitunglah.

(1) $7a - 8b - 3a + 6b$ (2) $-2x + 5y + 8 - 6x - 3y$

(3) $(6a + 4b) + (-8a + 5b)$ (4) $(-5x^2 + 3x - 8) - (2x^2 - 7x + 1)$

(5) $\begin{array}{r} -5x + 3y - 6 \\ 6x + 4y - 3 \\ \hline \end{array} +$ (6) $\begin{array}{r} 3x^2 + x - 8 \\ 9x^2 \quad + 8 \\ \hline \end{array} -$

**2** Hitunglah.

(1) $3(5x - 7y + 4)$ (2) $(8x - 16y) : (-4)$

(3) $7(-3a + 2b) + 2(8a - 5b)$ (4) $4(6x - 9y) - 5(2x - 4y)$

(5) $\frac{2}{3}(2x - 4y) + \frac{3}{4}(-2x - y)$ (6) $\frac{3a - 4b}{2} - \frac{7a - 3b}{5}$

**3** Hitunglah.

(1) $7a \times (-2b)$ (2) $6x^2 \times 3x$ (3) $a \times 16a^2$

(4) $-\frac{3}{4}xy \times 8x$ (5) $12ab : (-3b)$ (6) $15x^2 : \frac{5}{4}x$

(7) $3a^2 \times 4a : 6ab$ (8) $9xy^2 : (-3xy) \times 7x^2y$

(9) $(-2a)^2 : \frac{4}{3}a^2b^3 \times 3b^3$ (10) $(-8x^5y^4) : (-\frac{2}{3}x^3y) : (-\frac{12}{5x^3y})$

**4** Hitunglah.

(1) Carilah nilai dari $-4(x + 3y) - 2(2x - 5y)$ bila $x = 2$, $y = -3$.

(2) Carilah nilai dari $3a^2b \times ab : (-4a^2)$ bila $a = -4$, $b = 5$.

(3) Carilah nilai dari $(-2a)^3 : a^4b \times (-6a^3b^2)$ bila $a = \frac{1}{2}$, $b = -\frac{1}{6}$.

**5** Jelaskan dengan menggunakan bentuk aljabar mengapa jumlah 3 bilangan genap berurutan, seperti 2, 4, dan 6 hasilnya adalah kelipatan 6.

**6** Rumus

$$V = \frac{1}{3}a^2h$$

digunakan untuk menentukan volume sebuah limas. Tuliskan rumus tersebut dalam $h$.

Perhitungan SMP Kelas VIII 223

# Tinjau Ulang SMP Kelas VIII

## Bab 1 Menyederhanakan Bentuk Aljabar

### Kunci Jawaban

**1**

(1) $4a - 2b$ (2) $-8x + 2y + 8$

(3) $-2a + 9b$ (4) $-7x^2 + 10x - 9$

(5) $x + 7y - 9$ (6) $-6x^2 + x - 16$

**2**

(1) $15x - 21y + 12$ (2) $-2x + 4y$

(3) $-5a + 4b$ (4) $14x - 16y$

(5) $-\frac{1}{6}x - \frac{41y}{12}$ (6) $\frac{a - 14b}{10}$

**3**

(1) $-14ab$ (2) $18x^3$

(3) $16a^3$ (4) $-6x^2y$

(5) $-4a$ (6) $12x$

(7) $\frac{2a^2}{b}$ (8) $-21x^2y^2$

(9) $9$ (10) $-5x^3y^6$

**4**

(1)
$$\begin{aligned} & -4(x + 3y) - 2(2x - 5y) \\ &= -4x - 12y - 4x + 10y \\ &= -8x - 2y \\ &= -8 \times 2 - 2 \times (-3) \\ &= -10 \end{aligned}$$

(2)
$$\begin{aligned} & 3a^2b \times ab : (-4a^2) \\ &= \frac{3a^2b \times ab}{-4a^2} \\ &= -\frac{3ab^2}{4} \\ &= \frac{-3 \times (-4) \times 5^2}{4} \\ &= 75 \end{aligned}$$

(3)
$$\begin{aligned} & (-2a)^3 : a^4b \times (-6a^3b^2) \\ &= \frac{-8a^3 \times (-6a^3b^2)}{a^4b} \\ &= 48a^2b \\ &= 48 \times (\frac{1}{2})^2 \times (-\frac{1}{6}) \\ &= -2 \end{aligned}$$

**5**

Tiga bilangan genap berturut-turut dapat dirumuskan menjadi $2n$, $2n + 2$, $2n + 4$, di mana angka yang lebih kecil adalah $2n$. Jumlah ketiga bilangan genap ini adalah

$$\begin{aligned} & 2n + (2n + 2) + (2n + 4) \\ &= 6n + 6 \\ &= 6(n + 1) \end{aligned}$$

Karena $n + 1$ adalah bilangan bulat, $6(n + 1)$ adalah kelipatan 6. Maka, jumlah 3 bilangan genap berturut-turut adalah kelipatan 6.

**6**

$$h = \frac{3V}{a^2}$$

## Kunci Jawaban

**1**

(1) $\begin{cases} x = -2 \\ y = 7 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x = -4 \\ y = 1 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x = -3 \\ y = 6 \end{cases}$

(5) $\begin{cases} x = 5 \\ y = 3 \end{cases}$ (6) $\begin{cases} x = 7 \\ y = -1 \end{cases}$

**2**

(1) $\begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x = 6 \\ y = 4 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x = -8 \\ y = 6 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x = -3 \\ y = -7 \end{cases}$

(5) $\begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases}$ (6) $\begin{cases} x = 6 \\ y = -3 \end{cases}$

**3**

$$\begin{cases} 2x + 5y = -1 & ① \\ ax - by = -2 & ② \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x - y = 9 & ③ \\ bx + ay = 11 & ④ \end{cases}$$

Selesaikan (1) dan (3) sebagai persamaan simultan.

$x = 2,\ y = -1$

Substitusi ke (2) dan (4),

$2a + b = -2$ ⑤

$-a + 2b = 11$ ⑥

Selesaikan (5) dan (6) sebagai persamaan simultan

$a = -3,\ b = 4$

**4**

Jika jumlah air yang dikeluarkan dari pipa A dan pipa B per menit secara berturut-turut adalah $x$ liter dan $y$ liter.

$$\begin{cases} 30x + 60y = 600 \\ 60x + 20y = 600 \end{cases}$$

Penyelesaiannya menjadi

$$\begin{cases} x = 8 \\ y = 6 \end{cases}$$

Jawaban: Pipa A 8L, Pipa B 6L

**5**

Jika 8% larutan saline seberat $x$ g dicampurkan dengan 15% larutan saline seberat $y$ g, maka

Bab 2 Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

**1** Selesaikan sistem-sistem persamaan berikut.

(1) $\begin{cases} x + y = 5 \\ x + 2y = 12 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 4x - 3y = 18 \\ 3x + y = 7 \end{cases}$ (3) $\begin{cases} 2x + 3y = -5 \\ -3x + 5y = 17 \end{cases}$

(4) $\begin{cases} 3x + y = -3 \\ y = -4x - 6 \end{cases}$ (5) $\begin{cases} x = 2y - 1 \\ -2x + 7y = 11 \end{cases}$ (6) $\begin{cases} 2x + 5y = 9 \\ 2x = 2y + 16 \end{cases}$

**2** Selesaikan sistem-sistem persamaan berikut.

(1) $\begin{cases} 4(2x - 1) + 3y = 3 \\ -5x - 3(3y + 1) = 14 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 0{,}7x - 0{,}3y = 3 \\ -9x + 6y = -30 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} \frac{1}{4}x - \frac{2}{3}y = -6 \\ 5x + 4y = -16 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} \frac{3x + y}{2} - \frac{x + 3y}{4} = -2 \\ 2x - 3y = 15 \end{cases}$

(5) $7x - 3y = 5x + y = 22$ (6) $6x + y = 5x - y = 4x + 9$

**3** Jika kedua sistem persamaan berikut memiliki jawaban yang sama, tentukan nilai $a$ dan $b$.

$\begin{cases} 2x + 5y = -1 \\ ax - by = -2, \end{cases}$ $\begin{cases} 4x - y = 9 \\ bx + ay = 11 \end{cases}$

**4** Sebuah tangki berkapasitas 600 liter akan diisi air oleh pipa A dan B. Bila pipa A dibuka selama 30 menit dan kemudian pipa B dibuka selama 60 menit, maka tangki akan penuh. Selain itu, tangki akan penuh bila pipa A digunakan selama 60 menit dan kemudian pipa B selama 20 menit. Tentukan banyaknya air pada masing-masing pipa A dan pipa B.

**5** Untuk membuat 700 g air garam, 8% dan 15% air garam harus dicampur. Tentukan berapa gram tiap jenis air garam yang dicampur tersebut.

**6** A dan B mengelilingi danau, A menggunakan sepeda dan B berjalan kaki. A dan B berangkat bersama dan dari titik yang sama, tetapi berlawanan arah. Mereka bertemu pertama kali setelah 30 menit. Jika mereka bergerak searah, A akan bertemu B dalam waktu 1 jam setelah berangkat bersama di awal. Carilah berturut-turut kecepatan A dan B.

224 **Matematika** untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

$$\begin{cases} x + y = 700 \\ \frac{8}{100}x + \frac{15}{100}y = \frac{12}{100} \times 700 \end{cases}$$

Penyelesaiannya menjadi,

$$\begin{cases} x = 300 \\ y = 400 \end{cases}$$

Jawaban: berat larutan air garam 8% adalah 300g,
berat larutan air garam 15% adalah 400g

**6**

Jika kecepatan A dan B masing-masing adalah $x$ km/jam dan $y$ km/jam, maka

$$\begin{cases} 0{,}5x + 0{,}5y = 8 \\ x - y = 8 \end{cases}$$

Penyelesaiannya menjadi,

$$\begin{cases} x = 12 \\ y = 4 \end{cases}$$

Jawaban: Kecepatan A = 12 km, kecepatan B = 4 km

**1** Untuk persamaan linear $y = -2x - 7$, tentukan banyaknya peningkatan dalam $y$ bila peningkatan dalam $x$ adalah 5.

**2** Gambarkan grafik tiap persamaan linear pada bidang di sebelah kanan.

(1) $y = -3x + 4$ (2) $y = \frac{3}{4}x - 2$

**3** Tentukan persamaan garis untuk tiap kondisi berikut.

(1) Garis melalui titik (4, 5) dan memiliki gradien $-\frac{1}{2}$.

(2) Garis melalui titik (−4, 3) dan (1, −2).

(3) Garis melalui titik (2, −6) dan sejajar dengan garis $y = 2x - 9$.

**4** Berdasarkan diagram, jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Carilah persamaan garis $\ell$ dan $m$.

(2) Carilah koordinat titik potong P dari garis $\ell$ dan $m$.

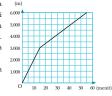
**5** Persegi panjang ABCD pada gambar sebelah kanan. Titik P bergerak sepanjang sisi-sisi dengan kecepatan 2 cm/detik dari titik A ke D melalui B dan C. Misalkan luas daerah segitiga PDA adalah $y$ m². Jawablah tiap pertanyaan berikut.

(1) Nyatakan $y$ dalam $x$ bila $6 \le x \le 9$.

(2) Setelah berapa detik luas daerah segitiga PDA adalah 12 cm²?

**6** Mao pergi dari rumah dengan sepeda menuju taman yang jaraknya 6.000 meter dari rumah. Ia dan kawannya berjalan bersama dari tempat mereka bertemu. Grafik di sebelah kanan menunjukkan hubungan antara waktu dan jarak dari rumah Mao. Jawablah setiap pertanyaan berikut.

(1) Berapa menit setelah pergi dari rumah dan berapa jauh dari rumah Mao bertemu temannya?

(2) Tentukan kecepatan bersepeda Mao dan kecepatan saat ia berjalan kaki.

# Bab 3 Fungsi Linear

## Kunci Jawaban

**1**

−10

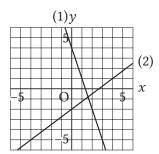
**2**

**3**

(1) $y = -\frac{1}{2}x + 7$

(2) $y = -x - 1$

(3) $y = 2x - 10$

**4**

(1) $\ell$... $y = -2x + 4$

$m$... $y = \frac{2}{3}x - 4$

(2) $\begin{cases} y = -2x + 4 & ① \\ y = \frac{2}{3}x - 4 & ② \end{cases}$

Bila menyelesaikan ① dan ② sebagai persamaan linear, maka

$x = 3,\ y = -2$

P(3, −2)

**5**

(1) $y = -6x + 54$

(2) Jika $0 \le x \le 3$, maka substitusi $y = 6x$, $y = 12$ ke (1) sehingga

$12 = 6x$

$x = 2$

Jika $3 \le x \le 6$, dan $y = 18$

Maka dalam hal $3 \le x \le 6$, luas alas ΔPDA tidak menjadi 12 cm².

$6 \le x \le 9$ di mana $y = -6x + 54$ ②

Substitusikan $y = 12$ ke (2),

$12 = -6x + 54$

$6x = 42$

$x = 7$

Jawaban: setelah 2 detik dan 7 detik

**6**

(1) Setelah 15 menit, 3.000 m

(2) Karena berdasarkan grafik, kecepatan bersepeda dalam 15 menit adalah 3.000 m, maka

3.000 : 15 = 200

Kecepatannya adalah 200 m/s.

Karena berdasarkan grafik, berjalan kaki sejauh 3.000 m dalam waktu 40 menit, maka

3.000 : 40 = 75

Jadi, kecepatan berjalan kaki adalah 75 m/s. Kecepatan bersepeda adalah 200 m/s.

## Kunci Jawaban

**1**

(1) $\angle x = 50°$, $\angle y = 70°$
(2) $\angle x = 36°$
(3) $\angle x = 44°$, $\angle y = 29°$

**2**

(1) $\angle x = 43°$
(2) $\angle x = 50°$
(3) $\angle x = 98°$, $\angle y = 141°$

**3**

(1) Jika bangun segi banyak (poligon) yang diinginkan adalah segi-$n$, maka

$180° \times (n - 2) = 1.080°$
$180° \times n - 360° = 1.080°$
$180° \times n = 1.440°$
$n = 8$

Jawaban: segi delapan

(2) $180° \times (9 - 2) = 1.260°$
$1.260° : 9 = 140°$

Jawaban: 140°

(3) Karena jumlah sudut luar adalah 360°, maka
$360° : 24° = 15$

Jawaban: segi sepuluh beraturan

**4**

(1) 〈Pengandaian〉 AD//BC, AO = CO
〈Kesimpulan〉 AE = CF

(2) Pada ΔAOE ΔCOF
Dari Pengandaian, AO = CO ①
Karena sudut luar berseberangan sama besar, maka
∠AOE = ∠COF ②
Karena garis sejajar pada sudut khayal sama panjang, maka berdasarkan AD//BC
∠EAO = ∠FCO ③
Berdasarkan ①, ②, ③, dan karena 1 kelompok sisi dan kedua sudut ujung masing-masing sebangun, maka
ΔAOE ≡ ΔCOF
Karena sisi yang bersesuaian dengan bidang datar sebangun sama panjang, maka
AE = CF

Bab 4 Menyelidiki Sifat-Sifat Bangun Geometri

**1** Bila $\ell /\!/ m$ pada tiap gambar berikut, tentukan $\angle x$ dan $\angle y$.

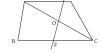
(1) (2) (3)

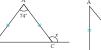
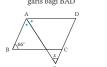
**2** Pada tiap gambar berikut, tentukan $\angle x$.

(1) (2) (3)

**3** Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Segi banyak apa yang memenuhi sifat bahwa jumlah sudut-sudut dalamnya adalah 1.080°?
(2) Tentukan besar sudut dalam dari segi-9 beraturan.
(3) Segi banyak apakah yang memiliki sudut luar sebesar 24°?

**4** Pada trapesium ABCD dengan AD∥BC, misalkan E dan B berturut-turut merupakan titik-titik potong garis AD dan BC, yang melalui titik tengah O pada AC. Jawablah tiap pertanyaan berikut.

(1) Tentukan bagian pengandaian dan kesimpulannya.
(2) Buktikan.

**1** Untuk tiap gambar berikut, carilah $\angle x$.

(1) AB = AC (2) AB = AD  (3) ABCD adalah jajargenjang, AE garis bagi BAD

**2** Seperti ditunjukkan pada gambar di sebelah kanan, misalkan M adalah titik potong antara dua garis ME dan MD yang berturut-turut tegak lurus AC dan AB, dengan M adalah titik tengah AB. Jika BMD = CME, buktikan bahwa ABC merupakan segitiga sama kaki.

**3** Pada gambar di sebelah kanan, ABCD dan ABEF keduanya adalah jajargenjang. Buktikan bahwa FECD juga merupakan jajargenjang.

**4** Seperti ditunjukkan pada gambar di sebelah kanan, persegi ABED dan persegi ACGF digambar di luar segitiga ABC. Jawablah tiap pertanyaan berikut.

(1) Buktikan bahwa DC = BF.

(2) Misalkan O adalah titik potong DC dan BF, carilah $\angle$BOC.

# Bab 5 Segitiga dan Segi Empat

## Kunci Jawaban

**1**

(1) $\angle x = 127^o$ (2) $\angle x = 70^o$

(3) $\angle x = 57^o$

**2**

Pada $\Delta$DBM dan $\Delta$ECM,

Dari hipotesis

$\angle$BDM = $\angle$CEM = 90° ①

BM = CM ②

$\angle$BMD = $\angle$CME ③

Berdasarkan ①, ②, ③, dan karena sisi miring segitiga siku-siku dan salah satu sudut lancip adalah sebangun, maka

$\Delta DBM \equiv \Delta ECM$

Dengan demikian, $\angle B = \angle C$

Karena kedua sudut sama besar, maka $\Delta$ABC adalah segitiga sama kaki.

**3**

Karena segi empat ABCD adalah jajargenjang, maka

AB//DC, AB = DC ①

Sama halnya pada segi empat ABEF,

AB//FE dan AB = FE ②

Dari ① dan ②, FE// DC dan FE = DC

karena 1 kelompok sisi seberangannya sejajar, maka segi empat FECD adalah jajargenjang.

**4**

(1) Pada $\Delta$ADC dan $\Delta$ABF, karena segi empat ABED dan ACGF adalah persegi, maka

AD = AB ①

AC = AF ②

Selain itu, $\angle$DAC = 90° + $\angle$BAC

$\angle$BAF = 90° + $\angle$BAC

Dengan demikian, $\angle$DAC = $\angle$BAF ③

Berdasarkan ①, ②, ③, dan karena dua kelompok sisi dan sudut yang diapitnya adalah sama besar, maka

$\Delta ADC \equiv \Delta ABF$

Dengan demikian, DC = BF.

(2) Dari (1)

Karena $\Delta ADC \equiv \Delta ABF$,

maka $\Delta$ADC diperoleh dari memutar $\Delta$ABF sebesar 90° searah jarum jam dengan titik A sebagai pusat.

Dengan demikian, $\angle$BOD = 90°.

Jawaban: 90°

## Kunci Jawaban

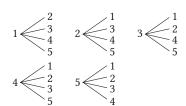
**1**

$1 - 0{,}24 - 0{,}57 = 0{,}19$

**2**

(1) Ada 20 angka yang berbeda di semua kejadian. Di antaranya, karena ada 6 angka kelipatan 3, yaitu 3, 6, 9, 12, 15, 18, maka peluangnya $\frac{6}{20} = \frac{3}{10}$.

(2) Ada 9 kartu, bernilai 12 atau lebih, yaitu 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, maka peluangnya $\frac{9}{20}$.

**3**

Totalnya ada $5 \times 4 = 20$ cara. Dalam hal bilangan ganjil, karena ada 12 cara, peluangnya $\frac{12}{20} = \frac{3}{5}$.

**4**

(1) Ada 36 kejadian yang mungkin terjadi. Karena kejadian dengan mata dadu berangka sama ada 6 cara, peluangnya $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

(2) Dalam hal hasil kali kedua mata dadu berangka ganjil, karena ada 9 cara, maka peluangnya $\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$.

(3) Jika $\frac{a}{b}$ adalah bilangan bulat, maka ada 14 cara, maka peluangnya $\frac{14}{36} = \frac{7}{18}$.

**5**

Merah 1 → Merah 2, Merah 3, Putih 1, Putih 2, Biru
Merah 2 → ~~Merah 1~~, Merah 3, Putih 1, Putih 2, Biru
Merah 3 → ~~Merah 1~~, ~~Merah 2~~, Putih 1, Putih 2, Biru
Putih 1 → ~~Merah 1~~, ~~Merah 2~~, ~~Merah 3~~, Putih 2, Biru
Putih 2 → ~~Merah 1~~, ~~Merah 2~~, ~~Merah 3~~, ~~Putih 1~~, Biru
Biru → ~~Merah 1~~, ~~Merah 2~~, ~~Merah 3~~, ~~Putih 1~~, ~~Putih 2~~

Kelereng merah.... merah
Kelereng putih.... putih
Kelereng biru.... biru

(1) Total ada 15 cara, di mana keluar dua kelereng. Jika keduanya kelereng merah, maka ada 3 cara, sehingga peluangnya $\frac{3}{15} = \frac{1}{5}$.

Bab 6 Peluang

**1** Ketika melakukan percobaan dengan melempar tutup botol seperti pada gambar di kanan, frekuensi relatif dari tutup botol telungkup mendekati 0,24; dan tutup botol telentang mendekati 0,57. Berapakah peluang posisi tutup botol tidak telungkup ataupun tidak telentang?

telungkup

telentang

**2** Terdapat 20 kartu bernomor 1-20. Bila sebuah kartu diambil dari tumpukan kartu yang telah dikocok, tentukan peluang bahwa nomor kartu yang terambil adalah
(1) Kelipatan 3 (2) Lebih besar dari 12

**3** Terdapat 5 kartu bernomor 1-5. Diambil 2 kartu satu per satu, dan ditempatkan dari kanan ke kiri untuk memperoleh bilangan dua-angka. Carilah peluang bahwa bilangan dua-angka itu adalah ganjil.

**4** Tentukan peluang bila dadu besar dan dadu kecil dilempar bersama.
(1) Kedua mata dadu sama.
(2) Hasil kali kedua mata dadu ganjil.
(3) $\frac{a}{b}$ adalah bilangan ganjil, bila $a$ mata dadu dari dadu besar dan $b$ mata dadu dari dadu kecil.

**5** Carilah peluang untuk situasi-situasi berikut bila 2 kelereng diambil dari sebuah kantong berisi 3 kelereng merah: 2 putih dan 1 biru.
(1) Pengambilan 2 kelereng merah
(2) Pengambilan 2 kelereng putih
(3) Pengambilan paling sedikit 1 merah

**6** Seperti ditunjukkan pada gambar di sebelah kanan, terdapat 5 kursi bernomor 1~5. Yuni dan Diki keduanya akan mengambil sebuah kartu dari setumpuk kartu bernomor 1~5, dan duduk pada kursi bersesuaian dengan nomor tersebut. Tentukan peluang bahwa mereka akan duduk berdampingan.

228 Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII

(2) Jika yang terambil dua kelereng putih, ada 2 cara, maka peluangnya $\frac{2}{15}$.

(3) Jika setidaknya ada satu kelereng merah yang muncul, ada 12 cara, maka peluangnya $\frac{12}{15} = \frac{4}{5}$.

**6**

Totalnya ada $5 \times 4 = 20$ cara.
Di antaranya, ada delapan kejadian di mana Yuni dan Diki duduk berdampingan, maka peluangnya $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$.

4 → 1, 2, ③, ⑤

5 → 1, 2, 3, ④

○ ... Kejadian di mana Yuni dan Diki duduk berdampingan

## Jawaban untuk Mari Mencoba

halaman 126

① Pilih titik A pada garis $\ell$ dan buat lingkaran dengan jari-jari AP. Misalkan B titik potong lingkaran dengan garis $\ell$.
② Dengan menggunakan titik P sebagai pusat, buat lingkaran dengan jari-jari AP.
③ Cari panjang BP.
④ Dengan menggunakan titik P sebagai pusat, buat lingkaran dengan jari-jari BP dan misalkan Q adalah titik potong antara lingkaran ini dengan lingkaran yang digambar di (2).
⑤ Buat garis PQ.

PB = AQ ①
BA = QP ②
Karena keduanya sama panjang, PA = AP ③
Berdasarkan ①, ②, dan ③, semua pasangan sisi berkorespondensi adalah sama,
$\angle PBA \cong \angle AQP$
Dalam bangun geometri yang kongruen, sudut-sudut yang bersesuaian adalah sama besar, $\angle BAP = \angle QPA$. Karena sudut dalam berseberangan sama, maka $AB /\!/ PQ$.

halaman 128

$\angle x = 130°$

### Jawaban Penguatan

#### 1 Menyederhanakan Bentuk Aljabar h.15

**1** (1) $9x + 8y$ (2) $-6a + 3b$
(3) $6a^2$ (4) $x^2 - 2x + 1$
(5) $-2a + 9b$ (6) $2x^2 - 5x$
(7) $6x - 10y$ (8) $-8x^2 + 14x - 2$
(9) $5x - 4y - 9$ (10) $-9x + 15y$

**2** (1) $12a - 10b + 2$ (2) $-27x + 12y$
(3) $5a + 4b$ (4) $-4x + 6y$

**3** (1) $9a$ (2) $7x - 3y$
(3) $x + 2y$ (4) $5a + 7b$
(5) $6x - 2y - 2$ (6) $\dfrac{-a - 3b}{12}$
(7) $\dfrac{11a - b}{24}$ (8) $\dfrac{5x + 7y}{6}$
(9) $\dfrac{x - 5y}{2}$

**4** (1) $-45ab$ (2) $10xy$
(3) $21x^3$ (4) $49a^2$
(5) $-4a^2b$ (6) $2y$
(7) $x^2$ (8) $8x$
(9) $\dfrac{x^2}{2y}$ (10) $-5a^2$

**5** (1) 1 (2) $-20$
(3) 2

#### 2 Sistem Persamaan h.43

**1** (1) $\begin{cases} x = 5 \\ y = 2 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$
(3) $\begin{cases} x = 5 \\ y = -1 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases}$
(5) $\begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases}$ (6) $\begin{cases} x = 0 \\ y = -3 \end{cases}$
(7) $\begin{cases} x = -3 \\ y = 1 \end{cases}$ (8) $\begin{cases} x = -3 \\ y = 4 \end{cases}$
(9) $\begin{cases} x = -6 \\ y = -2 \end{cases}$

**2** (1) $\begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x = \dfrac{3}{2} \\ y = \dfrac{1}{2} \end{cases}$
(3) $\begin{cases} x = 4 \\ y = -1 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x = \dfrac{1}{3} \\ y = 2 \end{cases}$
(5) $\begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \end{cases}$ (6) $\begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases}$

**3** (1) $\begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x = 2 \\ y = -4 \end{cases}$
(3) $\begin{cases} x = 2 \\ y = -5 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x = -6 \\ y = -5 \end{cases}$

(5) $\begin{cases} x = 3 \\ y = -4 \end{cases}$ (6) $\begin{cases} x = -\frac{4}{9} \\ y = \frac{7}{3} \end{cases}$ (7) $\begin{cases} x = -4 \\ y = 2 \end{cases}$ (8) $\begin{cases} x = -5 \\ y = 3 \end{cases}$

## Jawaban terhadap Soal Ringkasan

**Bab 1** | Menyederhanakan bentuk Aljabar

h.23-26

Gagasan Utama

**1** (1) ⓑ, ⓓ (2) ⓐ, ⓒ, ⓓ

**2** (1) $9a^2 + 4a$ (2) $-5x - y + 5$
(3) $7a - 4b$ (4) $-x + 6y$

**3** (1) $-5x + y$ (2) $2a - 2b$
(3) $-3x + 19y$ (4) $\frac{7x + 5y}{12}$
(5) $28xy$ (6) $-6a^3$
(7) $81x^2$ (8) $-4a$
(9) $14y$ (10) $2x$

**4** (1) $18xy \div 3x \times 2y$
$= 18xy \times \frac{1}{3x} \times 2y$
$= \frac{18xy \times 2y}{3x}$
$= 12y^2$

(2) $6ab \div (-\frac{2}{3}a)$
$= 6ab \times (-\frac{2}{3a})$
$= -9b$

**5** (1) $-60$ (2) $17$

**6** Di antara 3 bilangan bulat dengan selisih 3, misalkan yang terkecil adalah $n$. Bilangan bulat dengan selisih 3 dinyatakan dalam $n$, $(n + 3)$, $(n + 6)$. Jumlahnya adalah,
$n + (n + 3) + (n + 6)$
$= 3n + 9$
$= 3(n + 3)$

$n + 3$ adalah bilangan bulat. Oleh karena itu, jumlah 3 bilangan bulat dengan selisih 3 adalah kelipatan 3.

**7** (1) $y = \frac{10 - 3x}{2}$ (2) $c = \frac{7a - 4b}{3}$

Penerapan

**1** (1) $\frac{1}{6}x + \frac{3}{2}y$ (2) $\frac{x - 3y}{4}$
(3) $\frac{2a^3}{b}$ (4) $-\frac{15x^3}{y^2}$

**2** $3x^2 - 4x - 12$

**3** Volume tabung A adalah $\pi r^2 h$.
Volume tabung B adalah
$\pi \times (2r)^2 \times \frac{1}{2}h = 2\pi r^2 h.$
Jadi, volume tabung B dua kali tabung A.

**4** Tiga bilangan terletak segaris vertikal dalam kalender, misalkan yang di tengah adalah $n$. Tiga bilangan seletak vertikal dinyatakan dengan $(n - 7) + n + (n + 70) = 3n$.
Karena $n$ adalah bilangan di tengah, $3n$ adalah tiga kali bilangan di tengah. Oleh karena itu, jumlah tiga bilangan seletak vertikal dalam kalender adalah tiga kali bilangan di tengah.

Penggunaan Praktis

**1** $100a + 10b + c$, $100c + 10b + a$,
$(100a + 10b + c) - (100c + 10b + a)$
$= 99a - 99c$
$= 99(a-c)$
Karena $a - c$ bilangan bulat, maka $99(a - c)$ adalah kelipatan 99.

**2** ⓑ, ⓔ, ⓕ

**3** Pada bilangan empat angka, misalkan angka ribuan adalah $a$, ratusan $b$, puluhan $c$, dan satuan $d$.
Bilangan asli 4 angkanya adalah.... Jika angka pada ribuan dan pada satuan ditukar, bilangan asli yang baru dapat dinyatakan dengan .... Selisih antara kedua bilangan adalah,
$(1000a + 100b + 10c + d) - (1000d + 100b + 10c + a)$
$= 999a - 999d$
$= 999(a - d)$

Karena $a$-$d$ adalah bilangan bulat, maka 999 ($a$-$d$) adalah kelipatan dari 999. Sehingga, selisih antara bilangan 4-angka yang asli dengan bilangan yang angka ribuannya ditukar dengan satuannya juga kelipatan dari 999.

## Bab 2 | Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

h.53-55

**Gagasan Utama**

**1** (1) Iya

(2) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 6, \end{cases}$ $\begin{cases} x = 2 \\ y = 4, \end{cases}$ $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$

**2** (1) $\begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x = 0 \\ y = -3 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x = 5 \\ y = -5 \end{cases}$

(5) $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$ (6) $\begin{cases} x = -4 \\ y = 1 \end{cases}$

**3** Misal biaya masuk untuk dewasa $x$ dan peserta didik SMP $y$ yen, ....

$\begin{cases} x + 3y = 1.550 \\ 2x + 5y = 2.750 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 500 \\ y = 350 \end{cases}$

Jawab: 500 untuk dewasa, 350 untuk peserta didik SMP.

**4** Misal panjang persegi panjang $x$ cm, dan lebarnya $y$ cm ....

$\begin{cases} 2x + 2y = 28 \\ 4x = 3y \end{cases}$

$\begin{cases} x = 6 \\ y = 8 \end{cases}$

Jawab: panjang 6 cm, lebar 8 cm

**5** Diabaikan

**Penerapan**

**1** (1) $\begin{cases} x = 10 \\ y = 2 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x = 5 \\ y = -1 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x = -6 \\ y = 7 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$

**2** $a = -1$, $b = 2$

**3** Misal usia ayah sekarang $x$, usia anak $y$, ....

$\begin{cases} x = 3y \\ x + 15 = 2(y + 15) \end{cases}$

$\begin{cases} x = 45 \\ y = 15 \end{cases}$

Jawab: Usia ayah 45, anak 15 tahun.

**4** Misal populasi laki-laki tahun lalu $x$, populasi perempuan $y$, ....

$\begin{cases} -0{,}02x + 0{,}04y = 48 \\ x + y = 5.373 - 48 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 2.750 \\ y = 2.575 \end{cases}$

Jawab: Laki-laki 2.750, Perempuan 2.575

**5** Misal jarak kota A ke puncak $x$ km, dan jarak puncak ke kota B $y$ km,

$\begin{cases} \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{6} = 1\dfrac{40}{60} \\ \dfrac{x}{6} + \dfrac{y}{2} = 1 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$

Jawab: 4 km

**6** Misal bilangan asli dengan angka puluhan $x$, dan angka satuan $y$, ...

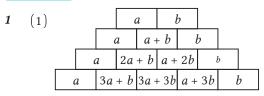
$\begin{cases} x + y = 12 \\ 10y + x = (10x + y) + 18 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 5 \\ y = 7 \end{cases}$

Jawab: 57

**Penggunaan Praktis**

**1** (1)

(2) ⓒ, ⓔ

(3) $\begin{cases} 2x + y = 6 \\ x + 3y = 23 \end{cases}$

$\begin{cases} x = -1 \\ y = 8 \end{cases}$

## Bab 3 | Fungsi Linear

h.92-95

Gagasan Utama

**1** ⓐ, ⓑ, ⓓ

**2** (1) $\frac{2}{3}$ (2) 6

(3) $-3 \le y \le 3$

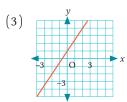
**3** (1) $y = 4x - 3$ (2) $y = 2x + 5$

(3) $y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$

**4** (1) ① $y = -2x + 4$

② $y = \frac{2}{3}x - 3$

(2) $(-\frac{21}{8}, -\frac{5}{4})$

(3)

**5** (1) 12 cm (2) Dalam 24 menit

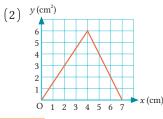
Penerapan

**1** (1) Rencana A lebih murah 400 yen.

(2) Pada rencana A, $y = 50x + 1.600$ untuk domain $x \ge 0$.
Pada rencana B, $y = 3.600$ untuk domain $0 \le x \le 25$, dan $y = 40x + 2.600$ untuk domain $x > 25$.

(3) 100 menit

**2** (1) jika 0,$x$,4, $y = \frac{3}{2}x$
jika 4,$x$,7, $y = -2x + 14$

(2)

Penggunaan Praktis

**1** (1) Perpotongan antara percetakan B dan C pada grafik, 50 buku

(2) 25 buku

(3) Percetakan A ... $y = 1.000x$,
Percetakan B ... $y = 600x + 10.000$,
Percetakan C... bila $0 < x$, 60, $y = 40.000$

(4) Di antara tiga grafik, pilih percetakan dengan nilai $y$ terkecil ketika nilai $x$ adalah 46.

## Bab 4 | Menyelidiki Sifat-Sifat Bangun Geometri

h.130-132

Gagasan Utama

**1** (1) $\angle x = 50°$, $\angle y = 130°$

(2) $\angle x = 55°$, $\angle y = 100°$

(3) $\angle x = 70°$

**2** (1) $\angle x = 55°$ (2) $\angle x = 45°$

(3) $\angle x = 55°$

**3** (1) 120° (2) 36° (3) heptagon

**4** (1) (Pengandaian) AB = AD, ∠ABC = ∠ADE
(Kesimpulan) BC = DE

(2) ΔABC dan ΔADE

(3) ΔABC dan ΔADE
ΔABC dan ΔADE. Dalam kedua segitiga ini, dari pengandaian, AB = AD ①
ΔABD = ΔADE ②
Karena sudut bersama, maka ∠A = ∠A ③
dari ①, ②, dan ③, berdasar aturan kongruensi sudut-sisi-sudut, maka ΔABC ≡ ∠ADE. Sisi-sisi bersesuaian akan sama panjang, jadi BC = DE.

Penerapan

**1** (1) $\angle x = 105°$ (2) $\angle x = 68°$

(3) $\angle x = 90°$

**2** $\angle x = 56°$

**3** [1]

[2] (Pengandaian) AB = ABM, PM⊥AB)(ℓ⊥AB)
(Kesimpulan) PA = PB

[3] (Bukti) Dalam ΔPAM dan ΔPBM, dari pengandaian, AM = PM ①
∠PMA = ∠PMB = 90° ②
Karena sisi bersama, maka PM = PM ③
Dari ①, ②, dan ③

Aturan sudut-sisi-sudut, maka $\triangle PAM \equiv \triangle PBM$. Akibatnya, sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang, sehingga PA = PB.

***4*** Pada $\triangle AED$ dan $\triangle FEC$, dari pengandaian, DE = CE ① Sudut dalam berseberangan sama besar dan AC//CF, sehingga $\angle ADE = \angle FCE$ ② Sudut bertolak belakang sama besar, sehingga $\angle AED = \angle FCE$ ③ Dari ①, ②, dan ③, berdasar aturan kongruensi sudut-sisi-sudut, maka $\triangle AED \cong \triangle FEC$. Sisi bersesuaian dari bangun geometri kongruen adalah sama, jadi AE = FE.

Penggunaan Praktis

***1*** (1) Pada $\triangle ACB$ dan $\triangle DCE$, dari pengandaian, AC = DC ① $\angle A = \angle D = 90°$. Sudut bertolak belakang besarnya sama, sehingga $\angle ACB = \angle DCE$ ③ Dari ①, ②, dan ③, berdasar aturan kongruensi sudut-sisi-sudut, maka $\triangle ACB \cong \triangle DCE$. Sisi bersesuaian dari bangun geometri kongruen adalah sama, jadi AB = DE.

(2) ⓑ

## Bab 5 | Segitiga dan Segi Empat

h.164-166

Gagasan Utama

***1*** (1) Sudut puncak

(2) Sudut lancip bersesuaian, sisi lain

(3) Titik tengah

(4) Segi empat dengan semua sudutnya sama

***2*** (1) 72°

(2) Segitiga sama kaki

(Alasan) $\angle BCD = \angle BDE = 72°$

***3*** (1) Dalam $\triangle ABE$ dan $\triangle CDF$, dari pengandaian, $\angle AEB = \angle CFD = 90°$ ①

Sudut dalam berseberangan besarnya sama dan AB∥DC sehingga $\angle ABE = \angle CDF$ ② Sisi berhadapan dari jajargenjang sama panjang, jadi AB = CD ③ Dari ①, ②, dan ③, karena sudut lancip besarnya sama, maka $\triangle ABE \cong \triangle CDF$.

(2) CF, sudut dalam berseberangan, FC, sepasang sisi berhadapan adalah sejajar dan sama panjang.

***4*** (1) Dalam $\triangle ACQ$ dan $\triangle PC$, dari pengandaian, AC = PC, CQ = CB ① Sudut dalam dari segitiga sama sisi adalah 60°,

$\angle ACQ = \angle ACP + \angle PCQ = 60° + \angle PCQ$.

$\angle PCB = \angle PCQ + \angle QCB = \angle PCQ + 60°$.

Jadi, $\angle ACQ = \angle PCB$ ③

Dari ①, ②, dan ③, berdasar aturan kongruensi sudut-sisi-sudut, maka $\triangle ACQ \cong \triangle PCB$. Sisi bersesuaian akan sama panjang, jadi AQ = PB.

(2) 60°

Penerapan

***1*** Persegi panjang, persegi

***2*** (1) 1 : 2 (2) $\triangle BQC$

***3*** Dari pengandaian, AR//QP, AR//RP, segi empat ARPQ adalah jajargenjang. Sisi berhadapan jajargenjang sama panjang, jadi PQ = RA ①
Sudut bersesuaiannya sama besar,
dan P//CA, $\angle BPR = \angle C$ ②
Karena $\triangle ABC$ sama kaki, maka $\angle B = \angle C$ ③
Dari ② dan ③, $\angle B = \angle BPR$, sehingga BR = PR ④
Dari ① dan ④, PQ + PR = RA + BR = AB

Penggunaan Praktis

*1* (1) ⓐ

(2) Pada ΔFDC, dari pengandaian, ∠DCB = ∠DCF ① Sudut dalam berseberangan besarnya sama dan DF∥BC, jadi ∠DCB = ∠FDC ② Dua sudut sama besar, sehingga ΔFDC sama kaki. Jadi, FC = FD.

(3) ⓓ

## Bab 6 | Peluang

h.188 ~ 191

Gagasan Utama

*1* Peluang telungkup ...0,53
Peluang telentang ...0,47

*2* (1) Benar (2) Salah
(3) Salah (4) Salah

*3* (1) $\frac{1}{5}$ (2) $\frac{5}{36}$
(3) $\frac{1}{2}$ (4) $\frac{1}{8}$

*4* $\frac{3}{5}$

Penerapan

*1* 24 barisan semuanya. Terdapat 6 barisan ketika A menjadi pelari ke-3.

*2* (1) $\frac{3}{10}$ (2) $\frac{1}{10}$

*3* (1) 27 hasil (2) $\frac{1}{3}$
(3) $\frac{1}{9}$

*4* (1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{7}{36}$

Penggunaan Praktis

*1* (1) $\frac{1}{3}$

(2) (Contoh)
Dua kotak terakhir adalah kotak berhadiah, dan yang lain tidak berhadiah. Jika pembawa acara akan membuka "kotak tak berhadiah", maka sisanya adalah kotak berhadiah. Jadi, jika kita putuskan untuk mengubah kotak pertama yang kita dapat, kita pasti akan menang.

(3) ⓓ

# Pendalaman Materi

(Jawaban)

Apa yang Terjadi Jika Kita Melilitkan Sebuah Tali pada Ekuator Bumi?

h.27

*1* Panjang tali ... $(2\pi r+10)$ m,

*2* Jari-jari lingkaran $r + (\frac{5}{\pi})$
$\frac{5}{\pi}$ m, kira-kira 1,59 m

▶ 6,28 m

CT Scan dan Matematika

h.56

*1*
$$\begin{cases} A + B = 6 & ① \\ C + D = 4 & ② \\ A + C = 7 & ③ \\ B + C = 5 & ④ \end{cases}$$

③ − ④, AB = 2 ⑤

Bila kita selesaikan ① − ⑤ dengan sistem persamaan linear dua variabel,
maka A = 4, B = 2, A = 4, B = 2

Substitusi B = 2 ke ④, ~
2 + C = 5, C = 3

Substitusi C = 3 ke ②, ~
3 + D = 4, D = 1

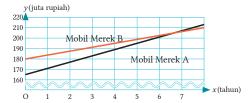
Jawab A = 4, B = 2, C = 3, D = 1

*2* Diabaikan

Mobil Manakah yang Lebih Murah?

h.96

*1* 37.500 rupiah

*2*

*3* Lebih dari 7 tahun, alasan diabaikan.

**4** Misal banyaknya air yang keluar dari pipa A dan B adalah $x$ liter dan $y$ liter,

$\begin{cases} 30x + 60y = 600 \\ 60x + 20y = 600 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 8 \\ y = 6 \end{cases}$

Jawab: Pipa A 8 liter, pipa B 6 liter

**5** Misalkan $x$ g dari 8% air garam dengan $y$ g 15% air garam,

$\begin{cases} x + y = 700 \\ \frac{8}{100}x + \frac{15}{100}y = \frac{12}{100} \times 700 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 300 \\ y = 400 \end{cases}$

Jawab: 300g dari 8% dan 400g dari 15% air garam

**6** Misalkan kecepatan A $x$ km/jam dan kecepatan B $y$ km/jam,

$\begin{cases} 0{,}5x + 0{,}5y = 8 \\ x - y = 8 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 12 \\ y = 4 \end{cases}$

Jawab: kecepatan A km/jam dan kecepatan B 4 km/jam

## Bab 3 | Fungsi Linear

h.225

**1** −10

**2**

**3** (1) $y = -\frac{1}{2}x + 7$ (2) $y = -x - 1$

(3) $y = 2x - 10$

**4** (1) $l$...$y = -2x + 4$, $m$...$y = \frac{2}{3}x - 4$

(2) P(3, −2)

**5** (1) $y = -6x + 54$

(2) 2 detik dan 7 detik

**6** (1) Setelah 15 menit, 30.000 m

(2) Sepeda 200 m/menit, jalan 75 m/menit

## Bab 4 | Menyelidiki Sifat-Sifat Bangun Geometri

h.226

**1** (1) $\angle x = 50°$, $\angle y = 70°$

(2) $\angle x = 36°$

(3) $\angle x = 44°$, $\angle y = 29°$

**2** (1) $\angle x = 43°$ (2) $\angle x = 50°$

(3) $\angle x = 98°$, $\angle y = 141°$

**3** (1) Segi-8 (2) 140°

(3) Regular pentadekagon

**4** (1) (Pengandaian) AD∥BC, AO = CO

(Kesimpulan) AE = CF

(2) Dalam ΔAOE dan ΔCOF

berdasar pengandaian, karena sudut bertolak belakang sama, maka AO = CO ①

Karena sudut dalam berseberangan sama besar, maka ∠AOE = ∠COF ②

Dari ①, ②, dan ③, berdasarkan aturan kongruensi sisi-sudut-sisi,

maka ΔAOE ≡ ΔCOF.

Jadi, AE = CF.

## Bab 5 | Segitiga dan Segi Empat

h.227

**1** (1) $\angle x = 127°$ (2) $\angle x = 70°$

(3) $\angle x = 57°$

**2** Dalam ΔDBM dan ΔECM

berdasar pengandaian,

∠BDM = ∠CEM = 90° ①

BM = CM ②

∠BMD = ∠CME ③

Dari ①, ②, dan ③, karena panjang hipotenusa bersesuaian dan sudut lancip bersesuaian sama pada segitiga siku-siku,

maka ΔDBM ≡ ΔECM.

Jadi, ∠B = ∠C.

Karena dua sudut sama besar, maka ABC adalah segitiga sama kaki.

# Jawaban Perhitungan SMP Kelas VIII
# Tinjau Ulang SMP Kelas VIII

## Perhitungan SMP Kelas VIIII

h.222

**1**
(1) 2 (2) $-11$
(3) 8 (4) $-2{,}5$
(5) $-\frac{5}{12}$ (6) $\frac{3}{10}$
(7) $-7$ (8) 4
(9) $-1$ (10) 1
(11) $-5$

**2**
(1) $-21$ (2) 45
(3) 0 (4) $-10$
(5) 64 (6) $-64$
(7) 7 (8) 0
(9) $-\frac{1}{10}$ (10) $-\frac{2}{3}$
(11) 15 (12) $-\frac{3}{4}$
(13) 4 (14) 33
(15) 3

**3**
(1) $6x$ (2) $-5x$
(3) $a-9$ (4) $9x-3$
(5) $-2x+7$ (6) $-36x$
(7) $10x$ (8) $-3x$
(9) $8a-16$ (10) $-6x+30$
(11) $3x-5$ (12) $5x-20$
(13) $x+1$ (14) $\frac{7}{8}x-6$

**4**
(1) $x=4$ (2) $x=-9$
(3) $x=9$ (4) $x=-1$
(5) $x=2$ (6) $x=\frac{5}{2}$
(7) $x=3$ (8) $x=-2$
(9) $x=-18$ (10) $x=15$
(11) $x=-6$ (12) $x=7$
(13) $x=2$ (14) $x=8$

## Bab 1 | Menyederhanakan Bentuk Aljabar

h.223

**1**
(1) $4a-2b$ (2) $-8x+2y+8$
(3) $-2a+9b$ (4) $-7x^2+10x-9$
(5) $x+7y-9$ (6) $-6x^2+x-16$

**2**
(1) $15x-21y+12$ (2) $-2x+4y$
(3) $-5a+4b$ (4) $14x-16y$
(5) $-\frac{5}{6}x-\frac{25}{12}y$ (6) $\frac{a-14b}{10}$

**3**
(1) $-14ab$ (2) $18x^3$
(3) $16a^3$ (4) $-6x^2y$
(5) $-4a$ (6) $12x$
(7) $\frac{2a^2}{b}$ (8) $-21x^2y^2$
(9) 9 (10) $-5x^3y^6$

**4**
(1) $-10$ (2) 75
(3) $-2$

**5** Jika kita misalkan bilanga genap terkecil dengan $2n$, maka 3 bilangan genap berurutan dapat dinyatakan dengan $2n$, $2n+2$, $2n+4$. Jumlah ketiga bilangan ini adalah
$2n+(2n+2)+(2n+4)$
$=6n+6$
$=6(n+1)$
Karena $n+1$ adalah bilangan bulat, $6(n+1)$ adalah kelipatan 6. Oleh karena itu, jumlah tiga bilangan genap berurutan adalah kelipatan 6.

**6** $h=\frac{3V}{a^2}$

## Bab 2 | Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

h.224

**1**
(1) $\begin{cases} x=-2 \\ y=7 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x=3 \\ y=-2 \end{cases}$
(3) $\begin{cases} x=-4 \\ y=1 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x=-3 \\ y=6 \end{cases}$
(5) $\begin{cases} x=5 \\ y=3 \end{cases}$ (6) $\begin{cases} x=7 \\ y=-1 \end{cases}$

**2**
(1) $\begin{cases} x=2 \\ y=-3 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x=6 \\ y=4 \end{cases}$
(3) $\begin{cases} x=-8 \\ y=6 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x=-3 \\ y=-7 \end{cases}$
(5) $\begin{cases} x=4 \\ y=2 \end{cases}$ (6) $\begin{cases} x=6 \\ y=-3 \end{cases}$

**3** $a=-3$, $b=4$

**4** Misal banyaknya air yang keluar dari pipa A dan B adalah $x$ liter dan $y$ liter,

$$\begin{cases} 30x + 60y = 600 \\ 60x + 20y = 600 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 8 \\ y = 6 \end{cases}$$

Jawab: Pipa A 8 liter, pipa B 6 liter

**5** Misalkan $x$ g dari 8% air garam dengan $y$ g 15% air garam,

$$\begin{cases} x + y = 700 \\ \frac{8}{100}x + \frac{15}{100}y = \frac{12}{100} \times 700 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 300 \\ y = 400 \end{cases}$$

Jawab: 300g dari 8% dan 400g dari 15% air garam

**6** Misalkan kecepatan A $x$ km/jam dan kecepatan B $y$ km/jam,

$$\begin{cases} 0{,}5x + 0{,}5y = 8 \\ x - y = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 12 \\ y = 4 \end{cases}$$

Jawab: kecepatan A 12 km/jam dan kecepatan B 4 km/jam

## Bab 3 | Fungsi Linear

h.225

**1** −10

**2**

**3** (1) $y = -\frac{1}{2}x + 7$ (2) $y = -x - 1$

(3) $y = 2x - 10$

**4** (1) $l$...$y = -2x + 4$, $m$...$y = \frac{2}{3}x - 4$

(2) P(3, −2)

**5** (1) $y = -6x + 54$

(2) 2 detik dan 7 detik

**6** (1) Setelah 15 menit, 30.000 m

(2) Sepeda 200 m/menit, jalan 75 m/menit

## Bab 4 | Menyelidiki Sifat-Sifat Bangun Geometri

h.226

**1** (1) $\angle x = 50°$, $\angle y = 70°$

(2) $\angle x = 36°$

(3) $\angle x = 44°$, $\angle y = 29°$

**2** (1) $\angle x = 43°$ (2) $\angle x = 50°$

(3) $\angle x = 98°$, $\angle y = 141°$

**3** (1) Segi-8 (2) 140°

(3) Regular pentadekagon

**4** (1) (Pengandaian) AD∥BC, AO = CO
(Kesimpulan) AE = CF

(2) Dalam ΔAOE dan ΔCOF
berdasar pengandaian, karena sudut bertolak belakang sama, maka AO = CO ①
Karena sudut dalam berseberangan sama besar, maka ∠AOE = ∠COF ②
Dari ①, ②, dan ③, berdasarkan aturan kongruensi sisi-sudut-sisi,
maka ΔAOE ≡ ΔCOF.
Jadi, AE = CF.

## Bab 5 | Segitiga dan Segi Empat

h.227

**1** (1) $\angle x = 127°$ (2) $\angle x = 70°$

(3) $\angle x = 57°$

**2** Dalam ΔDBM dan ΔECM
berdasar pengandaian,
∠BDM = ∠CEM = 90° ①
BM = CM ②
∠BMD = ∠CME ③
Dari ①, ②, dan ③, karena panjang hipotenusa bersesuaian dan sudut lancip bersesuaian sama pada segitiga siku-siku,
maka ΔDBM ≡ ΔECM.
Jadi, ∠B = ∠C.
Karena dua sudut sama besar, maka ABC adalah segitiga sama kaki.

**3** Segi empat ABCD adalah jajargenjang,
AB∥DC, AB = DC ①
Hal ini sama seperti segi empat
ABEF, AB∥FE, AB = FE ②
Dari ① dan ②, FE∥DC, FE = DC
Karena satu pasang sisi berhadapan sejajar dan sama panjang, maka segi empat FECD adalah jajargenjang.

**4** (1) Dalam ΔADC dan ΔABF
karena segi empat ABED dan ACGF adalah persegi,
maka, AD = AB ①
AC = AF ②
Jadi, ∠DAC = 90° + ∠BAC.
∠BAF = 90° + ∠BAC
Jadi, ∠DAC = ∠BAF.
Dari ①, ②, dan ③, berdasar aturan kongruensi sisi-sudut-sisi,
maka ΔADC ≡ ΔABF.
Jadi, DC = BF

(2) 90°

## Bab 6 | Peluang

h.228

**1** 0,19

**2** (1) $\frac{3}{10}$ (2) $\frac{9}{20}$

**3** $\frac{3}{5}$

**4** (1) $\frac{1}{6}$ (2) $\frac{1}{4}$

(3) $\frac{7}{18}$

**5** (1) $\frac{1}{5}$ (2) $\frac{11}{5}$

(3) $\frac{4}{5}$

**6** $\frac{2}{5}$

# Indeks

Lampiran ①

# Rangkuman Sifat-Sifat Bangun Geometri

Mari mengulang dengan mengisi ☐.

## Garis Sejajar dan Sudut

### Sifat Sudut Bertolak Belakang

▸ Hlm..102

Sudut bertolak belakang adalah ☐.

### Sifat-Sifat Garis Sejajar

▸ Hlm.106

Jika terdapat sebuah garis dan dua garis lain yang sejajar, maka

① ☐ besar sudut sama.

② ☐ besar sudut sama.

### Syarat Kesejajaran Garis

▸ Hlm..106

Jika dua garis memotong dua garis lainnya,

① jika sudut-sudut bersesuaian sama besar, maka dua garis tersebut ☐.

② jika sudut-sudut dalam berseberangan sama besar, maka kedua garis lain ☐.

## Segitiga Sama Kaki

### Definisi Segitiga Sama Kaki

▸ Hlm.138

Segitiga dengan dua ☐

### Sifat Segitiga Sama Kaki

▸ Hlm.139, 140

1. 2 ☐ adalah sama.
2. Garis bagi dari sudut puncak tegak lurus ☐ alas.

### Segitiga dengan Dua Sudut

▸ Hlm.142

Segitiga dengan dua sudut sama adalah ☐

## Sudut Segi Banyak

### Sifat Sudut Segitiga

▸ Hlm.108

1. Jumlah sudut dalam segitiga adalah ☐.
2. Jumlah sudut luar segitiga sama dengan dua ☐ Sudut dalam yang tak berdampingan dengan sudut luar.

### Jumlah Sudut Dalam dan Sudut Luar Segi Banyak

▸ Hlm.111, 114

1. Jumlah sudut dalam segi banyak $n$ titik sudut adalah $180^\circ \times$ ☐.
2. Jumlah sudut luar segi banyak bertitik sudut $n$ adalah ☐.

## Garis Sejajar dan Luas Daerah

### Garis Sejajar dan Luas Daerah

▸ Hlm.162

Jika AA' ☐ BC, maka $\triangle ABC = \triangle A'BC$.

## Kekongruenan

### Sifat Kekongruenan Bangun Datar
▸ Hlm.117

1 Pada bangun-bangun kongruen, sisi bersesuaian ______ .

2 Pada bangun-bangun kongruen, sudut-sudut bersesuaian ______ .

### Syarat Kekongruenan Segitiga
▸ Hlm.120

1 ______ sama.

2 Dua pasang ______ dan sudut di antara keduanya sama.

3 Sepasang sisi dan kedua ______ adalah sama.

### Syarat Kekongruenan Segitiga Siku-siku
▸ Hlm.146

1 Kedua hal bersesuaian, yaitu ______ dan sudut lancipnya adalah sama.

2 Hipotenusa bersesuaian dan ______ bersesuaian adalah sama.

## Jajargenjang

### Definisi Jajargenjang
▸ Hlm.149

Segi empat dengan 2 pasang sisi berhadapan sama adalah ______ .

### Sifat Jajargenjang
▸ Hlm.151

1 Dua pasang ______ sama.

2 ______ sudut berhadapan sama besar.

3 Kedua diagonal berpotongan pada ______ .

### Syarat Segi Empat Menjadi Jajargenjang
▸ Hlm.155

1 Dua pasang sisi berhadapan ______ .

2 Dua pasang ______ sama besar.

3 Dua pasang ______ sama besar.

4 Dua ______ berpotongan di titik tengah.

5 Sepasang ______ adalah sejajar dan sama besar

# Lembar untuk difotokopi

Lampiran ②

Gunakan untuk halaman 101.

Lampiran ③

Gunakan untuk halaman 116.

Lampiran ④

Gunakan untuk halaman 149.

# Lembar untuk difotokopi

Lampiran ⑤

Gunakan untuk halaman 173.

Lampiran ⑥

Gunakan untuk halaman 214.

# Euclid

Sumber: britannica.com

## Euclid

Sekitar 330 SM – 275 SM

Euclid, ahli matematika paling terkenal di Mesir, bekerja di Alexandria, menulis buku berjudul “Elements” dengan 13 volume yang mengintegrasikan beberapa teorema terkenal ke dalam satu sistem.

EUCLID

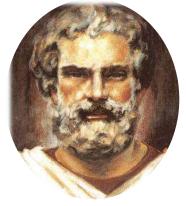
THE ELEMENTS OF EUCLID,
*Explained and Demonstrated in a New and most easie Method.*
With the USES of each PROPOSITION
In all the Parts of the MATHEMATICKS.
By Claude Francois Milliet D'Chales, a *Jesuite*.
Done out of FRENCH, Corrected and Augmented, and Illustrated with Nine Copper Plates, and the Effigies of EUCLID,
By *Reeve Williams*, Philomath.
LONDON:
Printed for *Philip Lea*, Globemaker, at the *Atlas* and *Hercules* in the *Poultrey*, near *Cheapside*, 1685.

Sumber: medium.com

**Elements**

Telah diterbitkan lebih dari 1.000 edisi dan dikenal sebagai buku yang paling dicetak dalam matematika. Di Mesir, buku ini digunakan sebagai Buku Siswa matematika selama 2.000 tahun.

**Teorema Thales**

Dua segitiga dikatakan kongruen ketika dua pasang sudut yang bersesuaian dan sisi di antara mereka adalah sama besar dan sama panjang. Thales menggunakan teorema ini untuk mengukur jarak dari daratan ke kapal.

# Thales

Sumber: elsikkerhetsportalen.no

## Thales

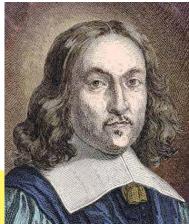
Sekitar 624 SM – 574 SM

Thales dikenal sebagai seorang ahli filsafat dan ahli matematika. Ketika ia kembali ke Yunani dari Mesir, ia membawa banyak sekali ilmu pengetahuan. Ia membuktikan beberapa teorema.

Pascal

Sumber: britannica.com

Blaise Pascal
(1623-1662)

Sumber: fineartamerica.com

Pierre de Fermat
(1601-1665)

Fermat

# Peluang

Dua orang A dan B bermain sebuah permainan. Siapa pun yang menang 3 kali akan menjadi juara dan dapat hadiah. Jika mereka berhenti setelah 2 permainan dan B menang sekali, bagaimana mereka membagi hadiah secara adil?

# Pelaku Perbukuan

## Profil Penerjemah


**Nama Lengkap** : Evi Lusiana, S.S, M.A.
**Telepon Kantor/HP** : 0813-1057-3078
**E-mail** : evigoogledrive@onme.info
**Instansi** : Jelajah Educa (J-Educa)
**Alamat Instansi** : Batu Merah Delima No 20, Pulomas
**Bidang Keahlian** : Pendidikan Bahasa Jepang


**Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar**

1. S2: GRIPS, JAPAN
2. S1: Universitas Indonesia, Fakultas Sastra, Program Studi Jepang

**Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir)**

1. Instruktur Bahasa Jepang
2. Penerjemah Lisan/Tulis

**Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)**

1. Nihongo 1, 2, 3
2. Nihongo Kira-kira 1, 2, 3

**Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)**

-

## Profil Penerjemah

**Nama Lengkap** : Agnes Lisa Purnamasari
**Telepon Kantor/HP** : 021-6009666/0858 8830 0188
**E-mail** : agneslsprnmsr@gmail.com
**Instansi** : PT. JGPI
**Alamat Instansi** : Komplek Ruko Gunung Sahari Niaga Blok C2 Jakarta Pusat, Jl. Gn. Sahari, RT.16/RW.1, Gunung Sahari Utara
**Bidang Keahlian** : Trainer Bahasa Jepang & Indonesia

**Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar**

1. 2001 Universitas Tohoku – Japan [ S3 ]
2. 1998 Universitas Padjadjaran – Bandung [ S2 ]
3. 1997 Universitas Budi Luhur – Jakarta [ S2 ]
4. 1992 Universitas Padjadjaran – Bandung [ S1 ]
5. 1988 SMAK Stella Duce – Jogjakarta
6. 1985 SMPK Sanata Dharma – Jogjakarta
7. 1982 SDK St. Yoseph III – Kupang

**Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir)**

1. 2007 – 2014 Trainer Bahasa Jepang
2. 2007 – 2008 : PT Borobudur Silver - Jogjakarta
3. 2013 – 2014 : PT Yamaha Musik Indonesia – Jakarta
4. 2014 : PT Miitsubishi Indonesia – Jakarta
5. 2014 : PT Densho Indonesia – Jakarta
6. 2011 – Sekarang Trainer Bahasa Jepang
7. 2011 – Sekarang PT Yamaha Part Motor Manufacturing Indonesia, Karawang [ME]
8. 2014 PT. Yamaha Part Motor Manufacturing Indonesia - Karawang [Manager dan Foreman]
9. Maret – Mei 2011 PT Tamano Indonesia – Karawang
10. Maret – Mei 2011 LPBJ Ayumi – Cikarang
11. Mei 2014 – Agustus 2016 PT Yamaha Indonesia [PE, GM, Training/N3 N4 N5]
12. Oktober 2015 – Sekarang PT Toyobesq Indonesia – Karawang [N4]
13. Agustus – November 2017 PT. NOK Indonesia – Cibitung [N3]
14. Mei 2017 PT Tokyu Land Indoesia [N5]
15. 15 Mei - 28 Mei 2019. LPK Cahaya Mandiri (untuk program 80 jam N4/kelas Caregiver)
16. 19 Agustus - 15 Sept.2019 LPK Akara (untuk program
17. Februari 2020 - Sekarang PT JGPI

**Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)**

1. *Bahasa Indonesia untuk Kelas X* – Terbit Mei 2015 – Erlangga
2. *Cara Mudah Belajar Bahasa Jepang* – Terbit Maret 2003 – Gramedia Pustaka Utama

## Profil Penyadur

**Nama Lengkap** : Mochammad Hafiizh, S.Pd., M.Si., Ph.D
**E-mail** : moch.hafiish.fmipa@um.ac.id
**Instansi** : Universitas Negeri Malang
**Alamat Instansi** : Jalan Semarang No 5, Malang
**Bidang Keahlian** : Matematika

**Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir)**

1. Dosen PNS di Universitas Negeri Malang (2014-sekarang)
2. Peneliti di Labmath-Indonesia, Bandung (2013-2014)

**Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar**

1. Universitas Negeri Malang (S1, 2007-2011)
2. Institut Teknologi Bandung (S2, 2012-2013)
3. Kanazawa University (S3, 2016-2019)

**Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)**

-

**Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)**

1. Aplikasi Rof Total Variation Menggunakan Split Bregman Untuk Mengurangi Noise Pada Gambar Pembuluh Darah Kapiler Dalam Jari Manusia (2020)
2. Estimasi Matematis untuk Jumlah Pengiriman Paket Barang di JNE Mojokerto dengan Metode Double Exponential Smoothing (2021)

## Profil Penyadur

**Nama Lengkap** : Fitriana Yuli Saptaningtyas, S.Pd.Si., M.Si.
**E-mail** : fitrianatya@uny.ac.id
**Instansi** : UNY
**Alamat Instansi** : Kampus Karangmalang
**Bidang Keahlian** : Matematika Terapan

**Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir)**
Staf Pengajar Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY

**Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar**
1. S1 Pendidikan Matematika UNY tahun 2001-2004
2. S2 Matematika ITS Tahun 2005-2007

**Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)**
-

**Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)**
1. Penentuan anulus sebagai lokasi limit cycle pada bidang phase dari persamaan Van Der Pol.
2. Perbandingan Solusi Numerik pada Model Penyebaran Sel Kanker dengan Kemoterapi dan Imunoterapi.
3. *Limit Cycle* pada Model Matematika *Forced Vibrations Oscilator* yang massanya bervariasi terhadap waktu.
4. Aplikasi Inviscid Burger Equation pada Masalah Arus Lalu Lintas one-way traffic.
5. Upaya peningkatan kemampuan pemecahan masalah mahasiswa melalui kegiatan lesson study pada mata kuliah analisis nyata.
6. Pemetaan Daerah Rawan Bencana Gempa di Daerah Istimewa Yogyakarta dengan Menggunakan Kombinasi dari Metode *Fuzzy Simple Additive Weighting* (FSAW) dan *Fuzzy C-Mean Clustering* (FCM).
7. Penerapan Sistem Lorentz Dengan Tekhnik Penyelesaian *Difference Transform Method* Untuk Pemodelan Waktu Transisi Kemacetan Lalu Lintas.
8. Analisa Penyelesaian Traffic Flow Problem dengan model persamaan gelombang.
9. Solusi numerik persamaan linear gelombang air dangkal yang dibangkitkan oleh pergerakan dasar menggunakan finite volume method.
10. Pengembangan bahan ajar matematika diskret berbasis representasi multipel untuk meningkatkan kemampuan komunikasi dan koneksi matematis mahasiswa calon guru matematika sekolah menengah.
11. Eksistensi dan ketunggalan solusi persamaan panas.

## Profil Penelaah

**Nama Lengkap** : Budi Poniam, M.Si.
**E-mail** : budi.poniam@sampoernauniversity.ac.id
**Instansi** : Universitas Sampoerna
**Alamat Instansi** : Jalan Raya Pasar Minggu Kav 16
Pancoran, Jakarta Selatan
**Bidang Keahlian** : Pendidikan Matematika

**Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir)**
1. Dosen tetap di Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas Sampoerna (2011)
2. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika (2019)
3. Anggota Tim Penulis Capaian Pembelajaran-Kemdikbud (2020)

**Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar**
1. Sarjana Fisika (S1) Universitas Indonesia (lulusan tahun 1994)
2. Magister Matematika (S2) Universitas Indonesia (lulusan tahun 2016)

**Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)**

-

**Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)**
1. Prosiding Konferensi Nasional Matematika (KNM XVII) (2014, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya)
   *Pelabelan Graceful Super Fibonaci pada Graf Friendship dan Variasinya.*
2. Prosiding Seminar Nasional Matematika (SNM 2017) (2017, Universitas Indonesia)
   *Polinomial Karakteristik dan Spektrum Matriks Adjacency dan Anti-adjacency dari Graf Friendship Tak Berarah dan Berarah.*
3. Jurnal Riset Pembelajaran Matematika Sekolah: Vol 4 No 2 (2020)
   *Analysis of mathematical Content Knowledge of Elementary Teachers in Lampung Utara Regency: A Baseline Study*
4. Jurnal Riset Pendidikan Matematika 7 (1), 2020, 88-96
   *An analysis of place value content in the Curriculum 2013 thematic textbooks for grades 1 and 2*
   Salsabila Shiellany (1), Budi Poniam (2)

## Profil Penelaah

**Nama Lengkap** : Dr. Yudi Satria M.T.
**Telepon Kantor/HP** : -
**E-mail** : -
**Instansi** : Universitas Indonesia
**Alamat Instansi** : Departemen Matematika, FMIPA UI, Kampus UI Depok
**Bidang Keahlian** : Matematika

**Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir)**

1. Staf Pengajar Departemen Matematika FMIPA UI

**Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar**

1. S3 - Ilmu Komputer, Universitas Indonesia, Tahun 2006
2. S2 – Teknik Informatika, Institut Teknologi Bandung, Tahun 1998
3. S1 - Matematika, Universitas Indonesia, Tahun 1991

## Profil Penelaah


**Nama Lengkap** : Dr. Iva Sarifah, M.Pd
**Telepon Kantor/HP** : (021) 5254912
**Instansi** : Universitas Negeri Jakarta
**Alamat Instansi** : Jl. Rawamangun Muka No. 1 Jakarta Timur

**Bidang Keahlian** : Pendidikan Matematika
Penelitian dan Evaluasi Pendidikan

**Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir)**

1. Dosen Program Studi S1 PGSD FIP UNJ
2. Dosen Program Studi S1 Pendidikan Anak Usia Dini FIP UNJ
3. Dosen Program Studi S2 Pendidikan Dasar Pascasarjana UNJ
4. Dosen Program Studi S2 Teknologi Pendidikan Pascasarjana UNJ
5. Dosen Program Studi S2 Pendidikan Anak Usia Dini Pascasarjana UNJ
6. Dosen Program Studi S2 Penelitian dan Evaluasi Pendidikan Pascasarjana UNJ
7. Dosen Program Studi S3 Pendidikan Dasar Pascasarjana UNJ
8. Dosen Program Studi S2 Pendidikan Dasar Universitas Terbuka
9. Instruktur PLPG
10. Penilai Buku Siswa dan nonteks Puskurbuk

**Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar**

1. S1 Pendidikan Matematika Tahun 1984
2. S2 Penelitian dan Evaluasi Pendidikan Tahun 1997
3. S3 Penelitian dan Evaluasi Pendidikan Tahun 2010

**Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)**

-

**Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)**

1. Pengembangan Penilaian Kinerja sebagai Alternatif untuk Mengukur Kemampuan Berpikir Kritis dalam Pembelajaran Matematika SD. Tahun 2021.
2. Pengembangan Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) Berbasis *ICT Literacy* pada Pembelajaran Matematika bagi Siswa Sekolah Dasar di Era Pandemi Covid-19 dalam Rangka Mensukseskan Merdeka Belajar. Tahun 2021.
3. Pengembangan Instrumen Kemampuan Berpikir Kritis dalam Pembelajaran Matematika di SD. Tahun 2020.
4. Pengembangan Buku Cerita Digital Anak Berbasis Penanaman Karakter untuk Anak Usia SD. Tahun 2020.
5. Pengembangan Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) Geometri Berbasis Realistik Matematika dalam Pembelajaran Matematika SD. Tahun 2019.

6. Pengaruh *Self Efficacy Belief*, Kemampuan Matematika, Motivasi Kerja, dan Pengetahuan Mengkonstruksi Tes terhadap Kualitas Instrumen Tes Buatan Guru SD di DKI Jakarta. Tahun 2019.
7. Pengaruh *Self Efficacy* dan *Mathematical Disposition* terhadap hasil Belajar Matematika Siswa SD Kelas V di Jakarta Timur. Tahun 2018.
8. Peningkatan *Self Efficacy Belief* Mahasiswa Program Studi PGSD FIP UNJ melalui Penerapan *Problem Based Learning* pada Perkuliahan Pembelajaran Matematika SD. Tahun 2017.
9. Pengembangan Model *Brain Based Learning* pada Jenjang Pendidikan Anak Usia Dini untuk Menumbuhkan Kreativitas Manusia Indonesia Sejak Dini. Tahun 2016.
10. Kajian Fungsi *Tools* dalam LCMS *e-front* untuk Pengembangan *e-content* bagi Matakuliah Matematika di Jurusan PGSD Fakultas Ilmu Pendidikan UNJ. Tahun 2015.
11. Pengembangan Model Evaluasi Diri Sekolah secara Online. Tahun 2014.
12. Persepsi Civitas Akademika FIP UNJ tentang Penjaminan Mutu FIP UNJ. Tahun 2013.
13. Sikap Mahasiswa terhadap Program Kerjasama di Jurusan PGSD FIP UNJ. Tahun 2012.

## Profil Editor

**Nama Lengkap** : Uly Amalia, S.Si.
**E-mail** : ulyaaa13@gmail.com
**Bidang Keahlian** : Matematika

**Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir)**

1. 2007-2008 Editor Matematika di Penerbit Regina, Bogor
2. 2009-sekarang Pekerja lepas (penulis, editor, dan pemeriksa aksara)

**Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar**

Departemen Matematika, Institut Pertanian Bogor, 2001-2005

**Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)**

1. *Updated Edition Supertrik Lolos TPA* (2015, Penerbit Cmedia)
2. *Bank Soal Matematika SD Kelas 4, 5, & 6* (2015, Penerbit Bmedia)
3. *Jurus Anti Lelet Kuasai Matematika SMP/MTs Kelas VII, VIII, IX* (2015, Penerbit Grasindo)
4. *Supertrik Kuasai Matematika SMP Kelas VII, VIII, IX* (2015, Penerbit Grasindo)
5. Tim penyusun buku *Top Book Lulus UN SMP/MTs 2016* (2015, Penerbit Grasindo)
6. Tim penyusun buku *Top Sukses Juara US SD/MI* (2016, Penerbit Grasindo)
7. *Hafal Mahir Teori dan Rumus Matematika SMP/MTs Kelas 7, 8, 9* (2016 dan 2017, Penerbit Grasindo)

**Judul Buku Hasil Sunting dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)**

1. *Everything Has Changed* (2016, Penerbit Best Media)
2. *High School Vampire* (2016, Penerbit Best Media)
3. *Bad Boy and Crazy Girl* (2016, Penerbit Best Media)
4. *Pacar Halal* (2017, Penerbit Bintang Media)
5. *Cinta Dalam Diam* (2017, Penerbit Bintang Media)
6. *Assalamualaikum Calon Imam* (2017, Penerbit Coconut Books)
7. *Sayap Surgaku* (2017, Penerbit Coconut Books)
8. *Bad Girl in Pesantren* (2017, Penerbit Coconut Books)
9. *Air Mata Cinta* (2018, Penerbit Coconut Books)
10. *Dear Imamku* (2018, Penerbit Coconut Books)

## Profil Penata Letak (Desainer)

**Nama Lengkap** : Erwin
**E-mail** : wienk1241@gmail.com
**Bidang Keahlian** : Layout/Setting

**Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir)**

1. 2016 – sekarang : Freelancer CV. Eka Prima Mandiri
2. 2015 – 2017 : Freelanceer Yudhistira
3. 2014 – sekarang : Frelancer CV Bukit Mas Mulia
4. 2013 – sekarang : Freelancer Pusat Kurikulum dan Perbukuan
5. 2013 – 2019 : Freelancer Agro Media Group
6. 2012 – 2014 : Layouter CV. Bintang Anaway Bogor
7. 2004 – 2012 : Layouter CV. Regina Bogor

**Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)**

1. Buku Siswa Matematika Kelas 9 Kemendikbud
2. Buku Siswa Matematika Kelas 10 Kemendikbud
3. SBMPTN 2014
4. TPA Perguruan Tinggi Negeri & Swasta
5. Matematika Kelas 7 CV. Bintang Anaway
6. Siap USBN PAI dan Budi Pekerti untuk SMP CV. Eka Prima Mandiri
7. Buku Siswa Matematika Peminatan Kelas X SMA/MAK Kemendikbud

## Profil Ilustrator


**Nama Lengkap** : Moch Isnaeni, S.Pd.
**Telepon Kantor/HP** : 081320956022
**E-mail** : abah707@gmail.com
**Instansi** : Nalar Studio
**Alamat Instansi** : Jl. Kopo Gg. Lapang 1 No. 479B, Bandung - Jawa Barat
**Bidang Keahlian** : Ilustrasi


**Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir)**
Ilustrator buku-buku anak di penerbit

**Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar**
Sarjana seni rupa UPI Bandung

**Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)**
Sudah 10.000 buku yang diterbitkan di dalam dan luar negeri

**Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)**
Batik Kina di Pemda Kabupaten Bandung

## Profil Ilustrator

**Nama Lengkap** : Sendy Thoriq Alamsyah
**E-mail** : dethoriqsyah@gmail.com
**Instansi** : Nalar Studio
**Alamat Instansi** : Jl. Kopo Gg. Lapang 1 No. 479B, Bandung - Jawa Barat
**Bidang Keahlian** : Ilustrasi

**Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir)**

1. Ilustrator

**Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar**

1. SMKN 14 Bandung 2016-2019

**Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)**

-

## Profil Fotografer

**Nama Lengkap** : Dewi Pratiwi
**E-mail** : afkan_i@yahoo.com
**Instansi** : SMPN 1 Gunungputri
**Alamat Instansi** : Jl. Melati No. 34 Wanaherang Kab. Bogor
**Bidang Keahlian** : Fotografer

**Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir)**

1. CV Penerbit Regina
2. CV Ricardo Publishing & Printing
3. PT Leuser Cita Pustaka
4. Mengajar di SMPN 1 Gunungputri

**Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar**

1. 2002 Universitas Pendidikan Indonesia FPMIPA jurusan Matematika

**Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)**

1. Judul buku: Mari Mengerti Matematika untuk SMP/MTs Kelas VII, VIII, IX
2. Judul buku: Pintar Matematika untuk SD Kelas I, II, III, IV, V, VI
3. Judul buku: Tematik SD Kelas I, II, III, IV, V, VI

**Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)**

1. Meningkatkan Penguasaan Konsep Bilangan Bulat melalui Wayang Golek
2. Berwirausaha Sejak Dini melalui Aritmetika Sosial

# Tahukah Kamu?

# Tahukah Kamu?

# Tahukah Kamu?